

相関係数行列の行列式に基づいた多変量管理図の提案

近藤 佑亮¹ 松田 眞一²

E-Mail: matsu@nanzan-u.ac.jp

本論文では安井ら [9] の $|R|$ 管理図と同様に標本相関係数行列の行列式に基づく管理図として、ブートストラップ $|R|$ 管理図、 $|R|$ 累積和管理図を提案すると共に、その評価を行う。また、秋月 [1] は相関の変化を検出する管理図として、2 変量のデータに対する移動相関管理図を提案しているが、多変量データに対して移動相関係数行列の行列式による管理図を提案し、その評価を行う。結果として、移動相関係数行列の行列式による管理図について一部の株価データで検証を行い、有用なものであることが分かった。また、シミュレーションによりブートストラップ $|R|$ 管理図および、 $|R|$ 累積和管理図の管理限界線が第 1 種の過誤を守っていることを示すことができた。 $|R|$ 累積和管理図はブートストラップ $|R|$ 管理図より検出力の点で非常に優れていた。

1 はじめに

管理図は製造工程が安定した管理状態下にあるかどうかを判断するための方法であり、W. A. Shewhart によって考えられた方法である。管理すべき品質特性が複数ある場合、多変量管理図が用いられる。各品質特性の平均や分散の変化を検出するための多変量管理図の研究は多くなされているが、相関関係に着目した多変量管理図の研究はあまりなされていない。安井ら [9] は相関関係の管理に標本相関係数行列の行列式に基づく管理図 ($|R|$ 管理図) を提案している。

本論文では安井ら [9] の $|R|$ 管理図と同様に標本相関係数行列の行列式に基づく管理図として、ブートストラップ $|R|$ 管理図、 $|R|$ 累積和管理図を提案すると共に、その評価を行う。また、先行研究で秋月 [1] は相関の変化を検出する管理図として、2 変量のデータに対する移動相関管理図を提案している。本論文では多変量データに対して移動相関係数行列の行列式による管理図を提案し、その評価を行う。

2 管理図

製造工程においてシフトなどの群ごとに無作為にデータを抽出する状況を考える。管理図は、統計的管理下にある事前の段階のデータから求められた一本の中心線 (CL) と上側管理限界線 (UCL)、下側管理限界線 (LCL) からなり、群ごとに平均などの統計量を打点していくことで、様々な判定ルール (例えば管理限界線の外に打点された) で工程が統計的管理下に置かれているかを判断する方法である。詳細は Montgomery[6] を参照のこと。

¹南山大学大学院数理情報研究科数理情報専攻

²南山大学情報理工学部情報システム数理学科

3 |R| 管理図

今, m 個の群を持ち標本の大きさがそれぞれ n であり, p 個の品質特性を持つデータベクトルを管理することを考える。第 i 群に属する第 j 番目のデータベクトルの第 k 要素を x_{ijk} で表すとき, データベクトルは $\mathbf{x}_{ij} = (x_{ij1}, \dots, x_{ijk}, \dots, x_{ijp})$ である。統計的管理下で \mathbf{x}_{ij} は i, j に対して互いに独立で同一な多変量正規分布 $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ に従うとする。安井ら [9] は相関構造を示す統計量として, 標本相関係数行列 R_i の行列式, すなわち, $|R_i|$ を打点する管理図を提案した。

母相関係数行列 P_{Σ} の固有値を $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ とするとき, 母相関係数行列の行列式は単位行列 I を用いて,

$$|P_{\Sigma}| = \prod_{l=1}^p \lambda_l = \prod_{l=1}^p \lambda_l |I| \quad (1)$$

で表される。安井ら [9] は $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ に対応する固有ベクトル $\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_p$ からなる直交行列 $Q = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_p)$ を用いて, R_i についても直交行列 Q で変換すれば, 式 (1) から行列式 $|R_i|$ の分布は多変量正規分布 $N_p(\mathbf{0}, I)$ から得られる標本相関係数行列 R_I の行列式の分布の $(\lambda_1 \cdots \lambda_p)$ 倍になると主張している。したがって, $|R|$ 管理図における管理限界線は $|R_I|$ の分布におけるパーセント点の $(\lambda_1 \cdots \lambda_p)$ 倍で求めることができる。

各管理項目における特性値すべてが互いに独立であるとき $|R_i|$ が 1 に近くなり, 相関が強くなるほど 0 に近くなることを考慮して打点する統計量を $-\log |R_i|$ とする。こうすることで, 実際に管理図に打点する際に相関が強くなるほど上方に, 弱くなるほど下方に打点されるようにする。

管理限界線を求めるのに $-\log |R_I|$ のパーセント点が必要となるが, $-\log |R_I|$ の分布を数学的に解くのは困難である。したがって, 乱数を用いて元データと同じ標本の大きさをもつ 100000 群のデータから統計量を計算して, それらの経験分布から $-\log |R_I|$ のパーセント点を求める。

$|R|$ 管理図の信頼水準 $100 \times (1 - \alpha)\%$ の管理限界線の計算は以下の手順で行う。

1. 母相関係数行列の推定値 $\hat{P}_{\Sigma} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i$ を計算し, その行列式 $|\hat{P}_{\Sigma}|$ を計算する。
2. $\theta_I = -\log |R_I|$ の経験分布を乱数を用いて求める。
3. 上側管理限界線 (UCL), 下側管理限界線 (LCL) はそれぞれ,

$$\begin{aligned} UCL &= -\log |\hat{P}_{\Sigma}| + \theta_{I,(1-\alpha/2)} \\ LCL &= -\log |\hat{P}_{\Sigma}| + \theta_{I,(\alpha/2)} \end{aligned} \quad (2)$$

となる。ここで $\theta_{I,(1-\alpha/2)}$ および $\theta_{I,(\alpha/2)}$ はそれぞれ θ_I の $1 - \alpha/2$ パーセント点, $\alpha/2$ パーセント点である。

4 ブートストラップ法

ブートストラップ法は Efron [3] によって提案された数値計算法である (詳細については Efron and Tibshirani [4] を参照のこと)。ブートストラップ法は理論に基づく解析を, 計算

機を用いた反復計算で置き換えたものであり、母集団に特定の分布形を仮定せずに統計量の標準誤差や信頼区間を求めることができる。説明のために観測値 X を用いた工程管理を考える。 X の分布の形は未知であるが、工程を特徴づける X の分布のパラメータ θ を推定したいとする。 θ としては平均、標準偏差などが考えられる。母集団から n 個の標本を抽出し、それらを X_1, \dots, X_n と表す。また関心のあるパラメータ θ の推定値を $\hat{\theta}$ とする。ブートストラップ法では観測された標本 X_1, \dots, X_n から無作為復元抽出を行い、 B 個のブートストラップ標本 $X_b^* = (X_1^*, \dots, X_n^*)$ ($b = 1, \dots, B$) を作成する。この B 個のブートストラップ標本に対して、それぞれブートストラップ推定値 $\hat{\theta}_b^*$ を計算する。このようにして計算された B 個のブートストラップ推定値 $\hat{\theta}_1^*, \dots, \hat{\theta}_B^*$ は推定される $\hat{\theta}$ の標本分布を与える。

5 ブートストラップ |R| 管理図

観測値がモデル

$$x_{ijk} = \mu_{ik} + \varepsilon_{ijk}$$

に従うと仮定する。ここで、 μ_{ik} ($i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, p$) は第 i 群の k 番目の品質特性の母平均である。(工程が管理状態にあるときはすべての群について同じ平均を持ち、 $\mu_{ik} = \mu_k$ が成り立つ。) また、 ε_{ijk} は独立同一分布に従う誤差項である。そして、Seppala et al.[7] のバランス・サブグループ・ブートストラップ法を用いて、ブートストラップ |R| 管理図の管理限界線を構成する。その手順は以下ようになる。

1. 元の標本の残差

$$e_1 = e_{11} = (e_{111}, \dots, e_{112}, \dots, e_{11p})$$

$$e_2 = e_{12} = (e_{121}, \dots, e_{122}, \dots, e_{12p})$$

⋮

$$e_N = e_{mn} = (e_{mn1}, \dots, e_{mn2}, \dots, e_{mnp})$$

を計算する。ここで $N = mn$ であり、 $e_{ijk} = x_{ijk} - \bar{x}_{i \cdot k}$ である。 $\bar{x}_{i \cdot k}$ は群ごとの特性それぞれの標本平均である。

2. $B = Mm \geq 10000$ となるような整数 M を決める。(M は計算時間を考慮して決める。)
3. N 個の残差ベクトルを M 回複製する。

$$\underbrace{e_1, \dots, e_1}_{M \text{ 回}}, \underbrace{e_2, \dots, e_2}_{M \text{ 回}}, \dots, \underbrace{e_N, \dots, e_N}_{M \text{ 回}}$$

4. MN 個の残差ベクトルを無作為に並び替えて、それぞれの標本の大きさが n となる B 個の残差ベクトルの群を作る。

$$\underbrace{e_{11}^*, \dots, e_{1n}^*}_{e_1^*}, \underbrace{e_{21}^*, \dots, e_{2n}^*}_{e_2^*}, \dots, \underbrace{e_{B1}^*, \dots, e_{Bn}^*}_{e_B^*}$$

5. ブートストラップ標本 X_{bjk}^* ($b = 1, \dots, B$) は μ_k の推定量 $\bar{x}_{..k} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_{i,k}$ を用いて

$$X_{bjk}^* = \bar{x}_{..k} + ae_{bjk}^*$$

となる。ここで a はバランスを取ったことによる補正定数で $a = \sqrt{n/(n-1)}$, $n > 1$ である。

6. ブートストラップ標本 $X_{b1}^*, \dots, X_{bn}^*$ からブートストラップ統計量 $T_b^* = -\log |R_b^*|$ を計算する。ここで R_b^* はブートストラップ標本の標本相関係数行列である。
7. パーセンタイル法により管理限界線を構成する。ブートストラップ |R| 管理図における信頼水準 $100 \times (1 - \alpha)\%$ の上側管理限界線 (UCL) はブートストラップ統計量 T_b^* ($b = 1, \dots, B$) の $1 - \alpha/2$ パーセント点 $T_{b,(1-\alpha/2)}^*$ であり, 下側管理限界線 (LCL) は $\alpha/2$ パーセント点 $T_{b,(\alpha/2)}^*$ となる。また中心線 (CL) は元の標本の相関係数行列の行列式を対数変換したものの平均である。

$$\begin{aligned} UCL &= T_{b,(1-\alpha/2)}^* \\ CL &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m -\log |R_i| \\ LCL &= T_{b,(\alpha/2)}^* \end{aligned} \quad (3)$$

6 |R| 管理図とブートストラップ |R| 管理図の比較

|R| 管理図とブートストラップ |R| 管理図を有意水準の点で比較する。特性 $p = 6$ の多変量正規分布 $N_p(\mu, \Sigma)$ に従うデータを用いて, 正規分布の 3σ にならって有意水準 0.0027 による管理限界線を作成する。6 変量正規分布のパラメータ μ, Σ は安井ら [9] と同じ

$$\mu = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0.41 & 0.64 & 0.79 & 0.58 & 0.35 \\ & 1 & 0.64 & 0.43 & 0.19 & 0.48 \\ & & 1 & 0.54 & 0.42 & 0.47 \\ & & & 1 & 0.49 & 0.37 \\ & & & & 1 & 0.30 \\ & & & & & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

を用いる。

|R| 管理図, ブートストラップ |R| 管理図の両方において検証に用いる群の数を 100000, 管理限界線の作成で用いる群の数 $m = 30$, 標本の大きさ $n = 20, 50$ とする。ブートストラップ |R| 管理図のブートストラップ反復係数は $M = 1000$ とする。シミュレーション回数は共に計算時間を考量して 100 回とする。また管理限界線の真値として 100000 群のデータから計算した統計量のパーセント点を用いている。

シミュレーションの結果を表 1, 表 2 に示す。表 1 から |R| 管理図は第 1 種の過誤の目標値 0.0027 をまったく満たしていないことがわかり, |R| 管理図の管理限界線の構成法は不適当であることが分かる。一方, 表 2 のブートストラップ |R| 管理図の結果は目標値 0.0027 に比較的近い値となっている。

表 1: |R| 管理図のシミュレーション結果

n	LCL の真値	UCL の真値	LCL	UCL	第 1 種の過誤
20	1.3975	6.9793	3.0313	5.0990	0.3140(0.0270)
50	1.6671	5.0064	2.9216	3.6400	0.5399(0.0169)

括弧内の数字は標準偏差を表す。

表 2: ブートストラップ |R| 管理図のシミュレーション結果

n	LCL の真値	UCL の真値	LCL	UCL	第 1 種の過誤
20	1.3975	6.9793	1.4267	7.0511	0.0032(0.0012)
50	1.6671	5.0064	1.6885	5.0273	0.0033(0.0010)

括弧内の数字は標準偏差を表す。

7 移動相関係数行列の行列式による管理図

秋月 [1] は 2 変量のデータに対して移動相関を管理する移動相関管理図を提案した。本論文ではこれを多変量に拡張したものとして移動相関係数行列の行列式による管理図を提案する。その構成法は以下の手順で行う。

1. 群の数が m , 標本の大きさが 1, 特性の数が p であるデータ $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ ($i = 1, 2, \dots, m$) が得られたとする。(時系列データであるならば, 前日との差分を取る等を行い, データが過去に依存しないようにする。)
2. あるブートストラップ反復係数 B を与えて, 標本ベクトル x_i ($i = 1, 2, \dots, m$) に対して無作為復元抽出を行い, ブートストラップ標本 x_b^* ($b = 1, 2, \dots, B$) を作成する。
3. ブートストラップ標本 x_b^* ($b = 1, 2, \dots, B$) を用いて, ウィンドウ幅 w の移動相関係数行列を計算する。

$$R_j^* = \begin{pmatrix} r_{1,1}^{*(j)} & r_{1,2}^{*(j)} & \cdots & r_{1,p}^{*(j)} \\ & r_{2,2}^{*(j)} & & \vdots \\ & & \ddots & r_{p-1,p}^{*(j)} \\ & & & r_{p,p}^{*(j)} \end{pmatrix}$$

ただし, $r_{k,k'}^{*(j)}$ ($k = 1, 2, \dots, p; k' = 1, 2, \dots, p; j = w, w+1, \dots, B$) は, ブートストラップ標本から計算される第 j 時点での第 k, k' 成分間の移動相関であり, $(x_{bk}^*, x_{bk'}^*)$ ($b = j-w+1, j-w+2, \dots, j$) の標本相関係数である。

4. R_j^* の行列式 $|R_j^*|$ を計算し, それを対数変換したものをブートストラップ統計量 $T_j^* = -\log |R_j^*|$ ($j = w, w+1, \dots, B$) とする。

5. 移動相関係数行列の行列式による管理図における信頼水準 $100 \times (1 - \alpha)\%$ の上側管理限界線 (UCL) はブートストラップ統計量 T_j^* の $1 - \alpha/2$ パーセント点 $T_{j,(1-\alpha/2)}^*$ であり, 下側管理限界線 (LCL) は $\alpha/2$ パーセント点 $T_{j,(\alpha/2)}^*$ となる。中心線 (CL) は元のデータの移動相関係数行列の行列式を対数変換したものの平均である。

$$\begin{aligned} UCL &= T_{j,(1-\alpha/2)}^* \\ CL &= \frac{1}{m-w+1} \sum_{j=1}^{m-w+1} -\log |R_j| \\ LCL &= T_{j,(\alpha/2)}^* \end{aligned} \quad (5)$$

8 移動相関係数行列の行列式による管理図の実データ解析

実データによる移動相関係数行列の行列式による管理図の適用例として, YAHOO!ファイナンス [8] の自動車メーカーの株価を用いる。用いたデータはトヨタ, 日産, 三菱, マツダ, ホンダ, 富士, スズキ, ダイハツの 8 社である。使用したデータの範囲は 2008 年 1 月初めから 2011 年 12 月末までで, 1 日ごとの終値を用いる。管理限界線の作成には 2007 年のデータを用いる。

2 社 (トヨタ, 日産) による結果を図 1a, 図 1b に, 8 社の結果を図 1c, 図 1d に示す。全ての図で 2008 年後半に管理外に飛び出している。これはアメリカでのサブプライム問題, リーマン・ショックが原因と考えられる。図 1b の 2010 年初めの飛び出しはトヨタのリコール問題と考えられ, その次の 2010 年中頃の飛び出しは急激な円高が原因と考えられる。図 1b, 図 1c の 2011 年後半の飛び出しは欧州債務危機等から生じた世界同時株安が原因と考えられる。また, 図 1d の 2011 年前半の飛び出しは東日本大震災が原因と思われる。

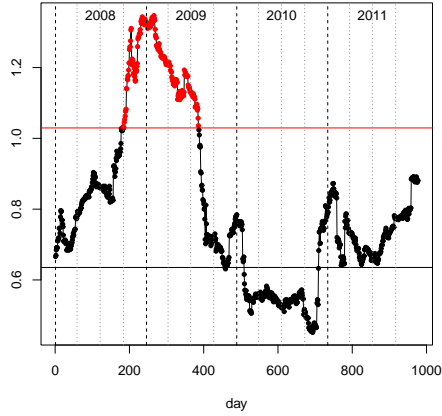
9 |R| 累積和管理図

管理図の一種として累積和統計量を管理対象とする累積和管理図がある。累積和管理図は比較的小さな変化に鋭敏であることが知られている。そこで相関係数行列の行列式 $|R|$ に対して累積和統計量をとることが考えられるが, 一般的な累積和管理図は正規分布の仮定を置いているため, そのままでは使用することができない。そのため Chatterjee and Qiu[2] の Distribution-Free 累積和管理図を適用することで, $|R|$ 累積和管理図を構成する。

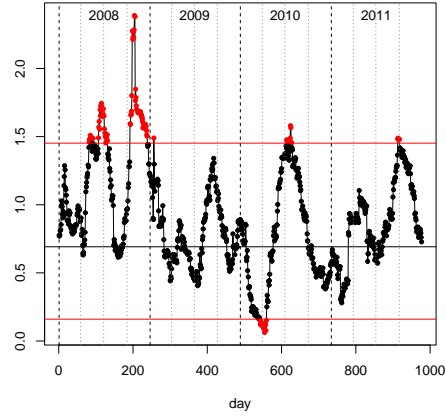
累積和管理図における統計量は

$$\begin{aligned} C_i^+ &= \max(0, \theta_i - k + C_{i-1}^+), C_0^+ = 0 \\ C_i^- &= \max(0, -k - \theta_i + C_{i-1}^-), C_0^- = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

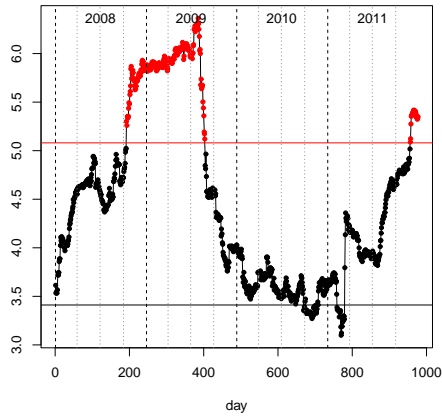
となる。 C^+ は正の方向の変化を, C^- は負の方向の変化を検出するための統計量であり, それぞれ上側累積和統計量, 下側累積和統計量と呼ばれる。 θ_i は通常の累積和管理図では標本値や標本平均が用いられるが, $|R|$ 累積和管理図では相関係数行列の行列式を用いる。以降の説明では C^+ のみを対象とするが, C^- についても同様と考えてよい。ここで新た



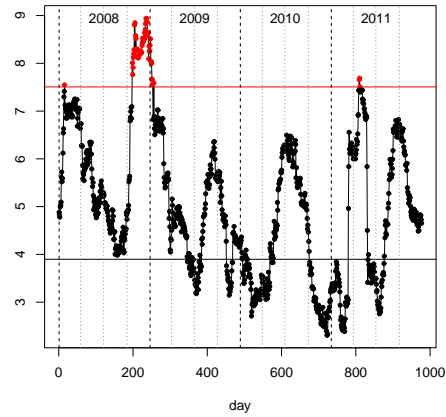
(a) 2社データ (ウィンドウ幅 200)



(b) 2社データ (ウィンドウ幅 50)



(c) 8社データ (ウィンドウ幅 200)



(d) 8社データ (ウィンドウ幅 50)

図 1: 移動相関係数行列の行列式による管理図

な統計量 T_i を導入する。その定義は次のようになる。

$$T_i = \begin{cases} 0, & C_i^+ = 0 \\ j, & C_i^+ \neq 0, \dots, C_{i-j+1}^+ \neq 0, C_{i-j}^+ = 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$j = 1, 2, \dots, i$$

すなわち, T_i は累積和統計量 C_i^+ が最後に 0 であった所から何点経過したかを表しており, T_i を sprint length と呼ぶ。Distribution-Free 累積和管理図の管理限界線は T_i に応じて決められる。 $T_i = j$ ($j = 1, 2, \dots, j_{max}$) である C_i^+ に対しては管理限界線 h_j ($j = 1, 2, \dots, j_{max}$) が用いられる。 T_i が j_{max} を超える C_i^+ に対しては管理限界線 h^* を用いる。ここで j_{max}

は事前に決めておく定数であるが, Chatterjee and Qiu[2] は多くても 50 程で良いとしている。

|R| 累積和管理図の構成法の手順を簡単に説明する。

1. 目標とする平均的な T_i , すなわち ASL(average sprint length) を決める。
2. ブートストラップ法を用いて C_b ($b = 1, 2, \dots, B$) を計算し, T_b の平均が ASL と十分近くなるように k を反復法により調整する。
3. 求められた k を用いて, 目標とする ARL(average run length) に十分近くなるように管理限界線 $\{h_j$ ($j = 1, 2, \dots, j_{max}$); h^* \} をブートストラップ法と反復計算により求める。

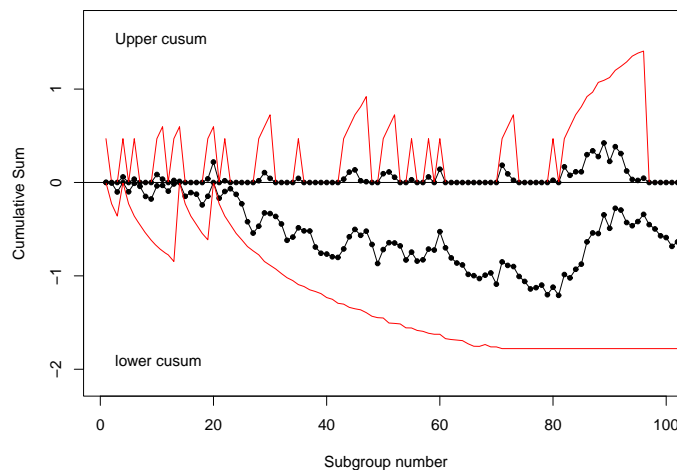


図 2: |R| 累積和管理図

|R| 累積和管理図の例を図 2 に示す。図の縦軸の 0 より上に C^+ , 下に C^- が打点されている。また図の曲線が管理限界線を表している。|R| 累積和管理図では C^+ と C^- の k は異なる値をとるため C^+ と C^- が共に 0 より大きい箇所がある。

10 ブートストラップ |R| 管理図と |R| 累積和管理図の比較

ブートストラップ |R| 管理図, |R| 累積和管理図が有意水準を守っているかを検証する。特性 $p = 2, 6$ の 2 種類の多変量正規分布 $N_p(\mu, \Sigma)$ に従うデータを用いて, ブートストラップ |R| 管理図では有意水準 0.0027 による管理限界線を作成し, |R| 累積和管理図では有意水準水準 0.0027 に対応する $ARL = 370$ を満たす管理限界線を作成する (有意水準 α と ARL には $\alpha = 1/ARL$ の関係がある)。また 2 変量データに対しては検出力も評価する。6 変量正規分布のパラメータ μ, Σ は 6 章と同じで式 (4) を用いる。

2変量正規分布では標準状態の相関係数を $\rho_0 = 0.6$ とする。また検出力の評価では相関係数を $\rho_1 = 0.4, \rho_2 = 0.5, \rho_3 = 0.7, \rho_4 = 0.8$ の4種類にシフトさせることで確かめる。ここで検出力とは変化が生じた後、平均何点目で検出できるかを表す。

ブートストラップ |R| 管理図において検証に用いる群の数を 100000, 管理限界線の作成で用いる群の数 $m = 30$, 標本の大きさ $n = 20, 50$, ブートストラップ反復係数 $M = 1000$ として, 上記の設定のもとでシミュレーションを行う。また |R| 累積和管理図において, 管理限界線の作成で用いる群の数 $m = 30$, 標本の大きさ $n = 20, 50$, 目標とする ASL を 5 として, シミュレーションを行う。シミュレーション回数は共に計算時間を考量して 100 回とする。

シミュレーションの結果を表 3, 4 に示す。表の括弧内の数字は標準偏差を表す。表 3a, 4a の結果よりブートストラップ |R| 管理図, |R| 累積和管理図ともにそれぞれの目標とする有意水準, ARL より少し甘い値となっていることが分かる。また, どちらの管理図も第 1 種の過誤の点で大きな差はない。一方, 検出力は表 3b, 表 4b より, ブートストラップ |R| 管理図は $n = 50$ の時で相関係数の変化が ± 0.2 である ρ_1, ρ_4 では早く検出できているが, 相関係数の変化が ± 0.1 である ρ_2, ρ_3 では検出力が悪い。一方, |R| 累積和管理図はその場合でも非常に早く検出できている。

表 3: ブートストラップ |R| 管理図の結果

(a) 第 1 種の過誤

n	2 変量データ	6 変量データ
20	0.0032(0.0010)	0.0032(0.0012)
50	0.0031(0.0009)	0.0034(0.0010)

(b) 検出力 (2 変量データ)

n	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4
20	59.8(30.1)	164.0(74.9)	118.1(65.2)	13.9(6.0)
50	8.7(2.9)	52.1(25.0)	34.4(16.8)	2.6(0.5)

11 まとめ

移動相関係数行列の行列式による管理図が一部の株価データに対してのみでしか検証を行っていないが, 有用なものであることがわかった。また, シミュレーションによりブートストラップ |R| 管理図および, |R| 累積和管理図の管理限界線が第 1 種の過誤を守っていることを示すことができた。|R| 累積和管理図はブートストラップ |R| 管理図より検出力の点で非常に優れていた。しかし, |R| 累積和管理図は累積和統計量の計算や複数の管理限界線があることなど, 実際に使用する際には非常に複雑な手法であることが欠点であると言える。

表 4: $|R|$ 累積和管理図の結果

(a) ARL

n	2 変量データ	6 変量データ
20	299.8(114.4)	313.4(145.7)
50	296.7(111.9)	303.4(118.9)

(b) 検出力 (2 変量データ)

n	ρ_2	ρ_3
20	40.4(31.0)	31.3(20.4)
50	12.1(4.9)	9.2(3.2)

12 おわりに

本論文では、3つの管理図、ブートストラップ $|R|$ 管理図、移動相関係数行列の行列式による管理図、 $|R|$ 累積和管理図について提案し、その評価をシミュレーションと、一部のみ実データを用いて行った。安井ら [9] の $|R|$ 管理図の管理限界線の構成法に代わるものとしてブートストラップ $|R|$ 管理図を提案した。また、秋月 [1] の移動相関管理図の考えを元に多変量に拡張したものとして移動相関係数行列の行列式による管理図を提案することができた。さらに、ブートストラップ $|R|$ 管理図より検出力が優れている管理図として $|R|$ 累積和管理図を提案した。

今後の課題としては、シミュレーションで用いるデータの吟味である。今回多変量データとして多変量正規分布を用いたが、そのパラメータについての議論は不十分であるため、しっかりと吟味をする必要がある。また、 $|R|$ 累積和管理図での ARL の算出法も検討を行ったが現在の方法が最良であるかは分からないため、これについても議論をする必要がある。さらに、他の多変量分布でシミュレーションを行うことも考えられる。

参考文献

- [1] 秋月良康 (2012) : 『移動相関管理図の構成とその有用性の研究』, 南山大学大学院数理情報研究科修士論文.
- [2] Chatterjee, S. and Qiu, P. (2009) : Distribution-Free Cumulative Sum Control Charts Using Bootstrap-Based Control Limits. *The Annals of Applied Statistics*, **3**, 349–369.
- [3] Efron, B. (1979) : Bootstrap methods: another look at the jackknife. *Annals of Statistics*, **7**, 1–26.
- [4] Efron, B. and Tibshirani, R. J. (1993) : *An introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall.

- [5] Hawkins, D. M. (1993) : Cumulative Sum Control Charting: An Underutilized SPC Tool. *Quality Engineering*, **5**, 463-477.
- [6] Montgomery, D. C. (2001) : *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley & Sons.
- [7] Seppala, T. and Moskowitz, H., Plante, R. and Tang, J. (1995) : Statistical Process Control via the Subgroup Bootstrap. *Journal of the Quality Technology*, **27**, 139–153.
- [8] YAHOO!ファイナンス (2012) : <http://finance.yahoo.co.jp/>
- [9] 安井清一・尾島善一・仙石直人 (2006) : 相関構造の変化を検出するための多変量管理図, 日本品質管理学会第 80 回研究発表会研究発表要旨集, 259–262.