

日米英の道路の長さを比較する
— 国土係数理論覚え書き —

三浦英俊(南山大学 情報理工学部)¹

1. はじめに

大都市の道路では慢性的な渋滞が発生しているが、田舎の道路はおおよそいつもすいている。「タヌキしか使わない」とさえ言われてしまう道路があるくらいだ。

地域の道路はどのくらい用意すべきなのか？ あるいは、その地域の実際の道路量は他の地域と比較して多いのか少ないのか、比較するにはどうすればよいか？ このような疑問に対する一つの答えが「国土係数理論」である。国土係数理論とは、「人口 P 、面積 S の地域に必要な道路延長 L は $(P \times S)$ の平方根に比例すべき」と言うものであり、戦後立案された国道計画にあたって利用された。

最初に国土係数理論の解釈について述べる。次にこれを日本、イギリス、アメリカに当てはめた例について示す。最後に国土係数理論についての簡単な考察を付す。

2. 格子状道路モデルを用いた国土係数理論の導出

国土係数理論とは、「人口 P 、面積 S の地域に必要な道路延長 L は $(P \times S)$ の平方根に比例すべき」と言うものである。[1][2]でその内容について紹介されている。[2]によれば、国土係数理論とは、藤井真透博士が考案したもので、路線の延長が交通需要と地域面積に比例し、建設費と維持費に反比例すること、さらに交通需要が人口と物資の移動量に比例することを仮定して導かれている。第二次大戦後の日本の国道計画は、1952年に公布された道路法に規定されており、ここで国道係数理論が適用された。

この国土係数理論は、面積 S の正方形領域モデルにおいて、いくつかの仮定を与えることによって、地域住民全体が得る時間短縮の効用から道路建設費用を差し引いた値を最大化する道路の長さとして導くことができる。本稿では、格子状道路モデルを用いて国土係数理論を再構築し、国土係数理論が数理モデル上でも適切な結果であることを導く。

モデルにおける仮定、住民の効用、および建設費用について述べる。

<地域道路量>

縦横 k 本ずつの格子状幹線道路網を持つ面積 S の正方形領域を考える(図 1)。領域の一边の長さは \sqrt{S} 、道路の本数は $2k$ 本なので、この地域の幹線道路総延長を L とすると、 $L = 2k\sqrt{S}$ である。

<人口と発生交通量>

¹三浦英俊

〒489-0863 愛知県瀬戸市せいれい町 27 南山大学 情報理工学部
hmiura@nanzan-u.ac.jp

地域内の人口をP人とする。交通の出発地と目的地の組はそれぞれの地点にかかわらず一様に発生するものと仮定する。

<2 種類の走行速度>

地域内の交通は、無限に稠密に敷設された格子状の細街路網と幹線道路によって可能とする。細街路も幹線道路もともに「格子状」であるから、移動は地域の外周に沿った向きすなわち上下または左右方向のみであり、斜めの移動は考えない。細街路では速度 v_0 、幹線道路では速度 v_1 とする。道路混雑による速度の低下は考えない。

<2 地点間の経路>

細街路と幹線道路の乗り換え点であるインターチェンジは、幹線道路の交点に設置されているとする。目的地までの距離や位置にかかわらず、すべての交通は必ず幹線道路を使うこととし、出発地→(細街路)→出発地から最も近いインターチェンジ→(幹線道路)→目的地から最も近いインターチェンジ→(細街路)→目的地、という経路をたどることとする。インターチェンジ間の移動は、最短距離となる経路を利用すると仮定する。

<平均移動時間>

平均移動時間を次のように、細街路(速度 v_0)と幹線道路(速度 v_1)に分けて導出する。まず、細街路走行部分は、出発地→出発地から最も近いインターチェンジと、目的地から最も近いインターチェンジ→目的地の2つである。

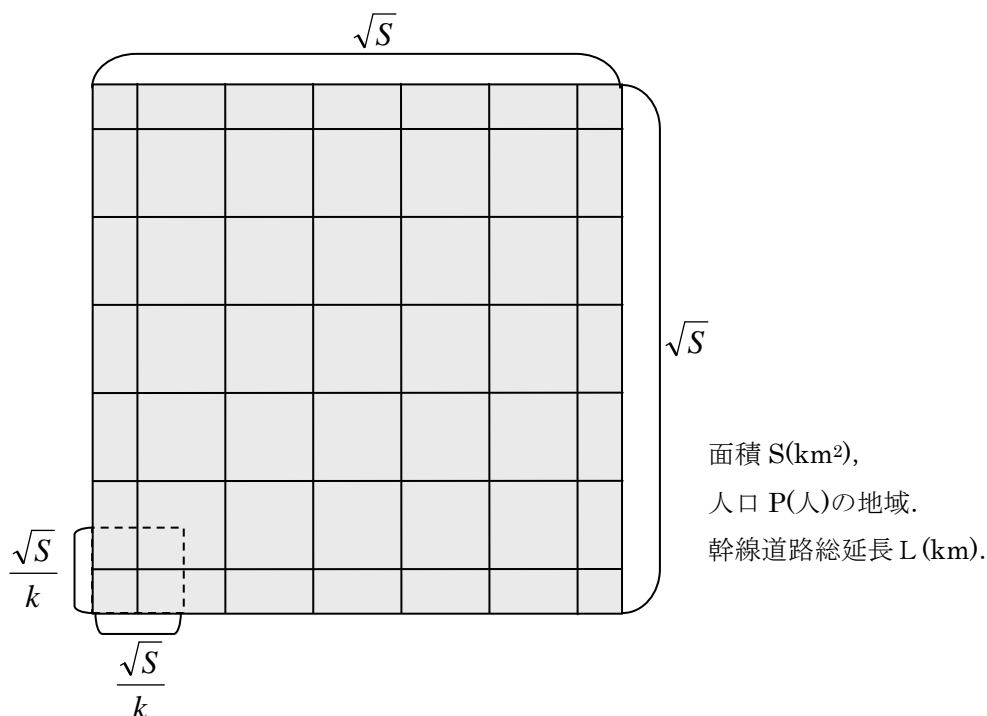


図 1 正方形地域モデル

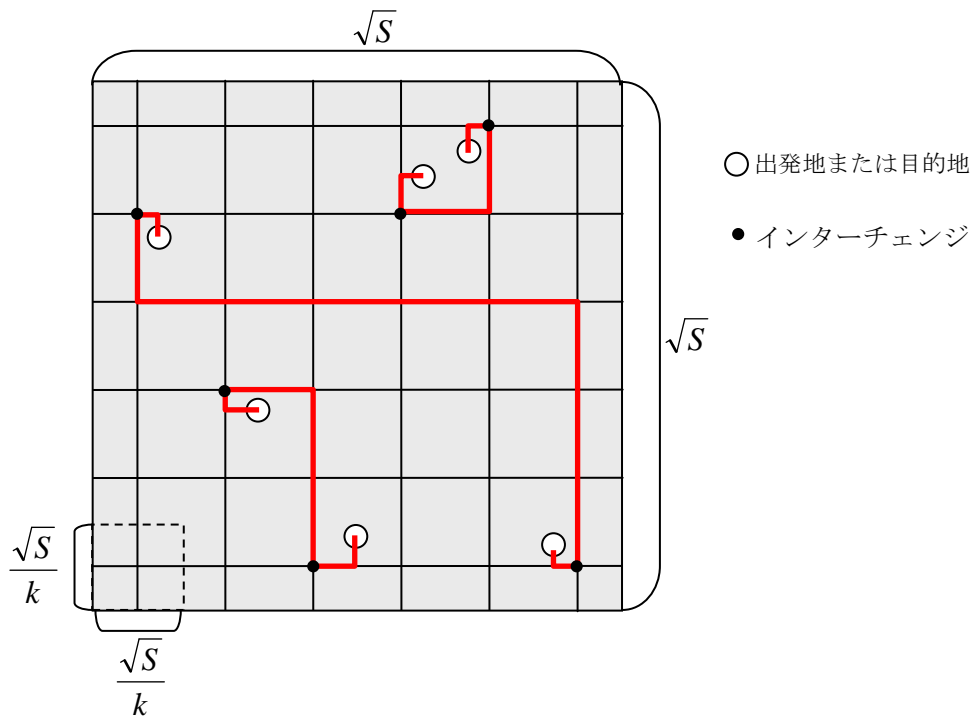


図 2 さまざまな 2 点間の経路

交通は最も近いインターチェンジを経由して全て幹線道路を利用することを仮定していることから、いずれのインターチェンジについても、それを利用する出発地あるいは目的地の範囲は、インターチェンジを中心とする $\frac{\sqrt{S}}{k} \times \frac{\sqrt{S}}{k}$ の正方形小領域に限られる。任意のインターチェンジについてこの正方形小領域への平均距離 r_1 とすると、 r_1 は出発地からインターチェンジ、およびインターチェンジから目的地までの平均距離である。よって、細街路走行部分の平均移動時間は r_1 を 2 倍して速度 v_0 で割ることによって得られる。

領域内で交通の出発地と目的地は一律に発生すると仮定していることに注意して、 r_1 を以下のように導出する。インターチェンジを中心とする $\frac{\sqrt{S}}{k} \times \frac{\sqrt{S}}{k}$ の小領域に注目する(図 3)。この小領域のなかにある出発地は必ず中心にあるインターチェンジを利用する。インターチェンジとの移動距離がちょうど x となる地点を表わす線分の集合は図 3 のように示されるので、小領域の内部の全ての地点から幹線道路までの平均距離 r_1 は

$$r_1 = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{S}}{k}\right)^2} \left\{ \int_0^{\frac{\sqrt{S}}{2k}} 4\sqrt{2}x^2 dx + \int_{\frac{k}{\sqrt{S}}}^{\frac{\sqrt{S}}{2k}} 4\left(\frac{\sqrt{2S}}{k} - \sqrt{2}x\right) x dx \right\}$$

$$= \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{2}k}$$

となる。よって、出発地からインターチェンジまで、およびインターチェンジから目的地

までの平均距離は $2r_1 = \frac{\sqrt{2S}}{k}$ ，細街路上の平均移動時間は $\frac{\sqrt{2S}}{kv_0}$ となる。

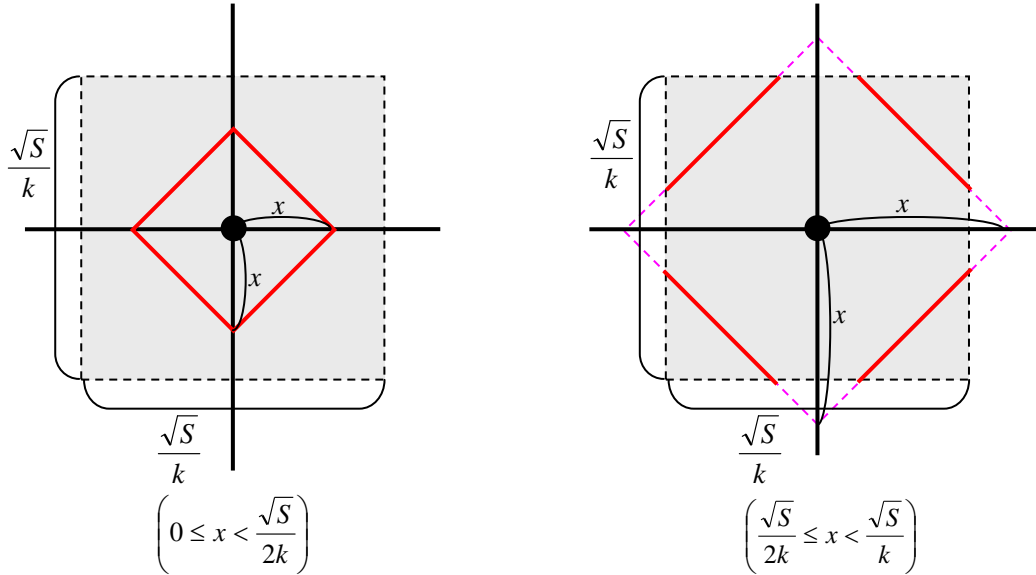


図 3 インターチェンジとの距離がちょうど x となる地点を表わす線分の集合

次に、幹線道路上の平均距離 r_2 について考える。出発地と目的地は領域内で一様に発生すると仮定しているのので、任意の出発地目的地ペアに対してどのインターチェンジも利用される頻度は等しい。よって、 r_2 は全てのインターチェンジペア間の移動距離の平均にほかならない。インターチェンジ間の移動平均距離は横方向の平均距離と縦方向の平均距離に分けて考えることができる。正方形領域を横方向によぎる 1 本の幹線道路に注目したとき、

この幹線道路上でインターチェンジ間の間隔が i 個すなわち距離 $\frac{\sqrt{S}}{k}i$ だけ離れたインターチェンジのペア数は $2(k-i)$ 個だけあり、インターチェンジのペア数は k^2 ある。よって横方

向の平均距離は、 $\frac{\sum_{i=0}^k 2i(k-i)}{k^2} \frac{\sqrt{S}}{k} = \frac{(k^2-1)\sqrt{S}}{3k^2}$ となる。縦方向の平均距離も同様にして導

出できる。よって、縦横あわせて幹線道路上の平均距離 r_2 は

$$r_2 = \frac{2(k^2-1)\sqrt{S}}{3k^2}$$

となる。

したがって領域内の任意の 2 地点間の平均移動時間 t は、

$$t = \frac{2r_1}{v_0} + \frac{r_2}{v_1}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\sqrt{S}}{kv_0} + \frac{2(k^2-1)\sqrt{S}}{3k^2 v_1}$$

となる．ここで， k が十分に大きく， $k^2 \approx k^2 - 1$ が成り立つと仮定することによって，

$$t = \frac{\sqrt{2}\sqrt{S}}{kv_0} + \frac{2(k^2-1)\sqrt{S}}{3k^2 v_1}$$

$$\approx \frac{\sqrt{2}\sqrt{S}}{kv_0} + \frac{2\sqrt{S}}{3 v_1}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}S}{v_0L} + \frac{2\sqrt{S}}{3 v_1}$$

を得る．

< 地域住民全体が得る時間短縮の効用と道路建設費用 >

幹線道路網が全くない場合の任意の 2 地点間の移動の平均移動時間 t_0 は，一辺の長さが \sqrt{S} の正方形内では横方向と縦方向の平均距離がそれぞれ $\frac{1}{3}\sqrt{S}$ であることから，

$$t_0 = \frac{2\sqrt{S}}{3 v_0}$$

となる．

総延長 L の格子状道路があることによって住民は一人あたり平均で $(t_0 - t)$ の時間短縮を得ることができる．ここで時間短縮の単位時間あたりの便益を c_1 ，道路単位長さあたりの建設・維持管理費用を c_2 とすると，地域住民全体の便益は $(t_0 - t) \times c_1 \times P$ ，建設・維持管理費用は $c_2 \times L$ となる．ゆえに地域住民全体の便益から費用を差し引いた金額 f は以下のように書ける．

$$f = c_1 P (t_0 - t) - c_2 L$$

$$= c_1 P \left\{ \frac{2\sqrt{S}}{3 v_0} - \left(\frac{2\sqrt{2}S}{v_0 L} + \frac{2\sqrt{S}}{3 v_1} \right) \right\} - c_2 L.$$

ここで

$$\frac{\partial f}{\partial L} = c_1 P \left(\frac{2\sqrt{2}S}{v_0 L^2} \right) - c_2$$

であるから

$$c_1 P \left(\frac{2\sqrt{2}S}{v_0 L^2} \right) - c_2 = 0$$

を L について解くと f を最小にする L^* は以下のように得られる.

$$L^* = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}c_1}{c_2 v_0}} \sqrt{PS}.$$

住民の便益から費用を差し引いた金額を最大にする道路総延長は、 $(P \times S)$ の平方根に比例することが導かれた.

3. イギリスと日本およびアメリカへの適用

国土係数理論はデータにはよく合う. イギリス(道路データ 2005 年, 人口データ 2001 年), 日本(道路データ 2004 年, 人口データ 2000 年), アメリカ(道路データ 2005 年, 人口データ 200 年)の実例を示す. イギリスはイングランドのみで, ウェールズ, スコットランドおよび北アイルランドは含まない. 地域は Council(郡)レベルで 153 ある. 日本は 47 都道府県, アメリカは州である. 3 カ国とも高速道路から一般道路まで全てのレベルの道路を含む. 横軸の人口×面積の単位は km^2 人である.

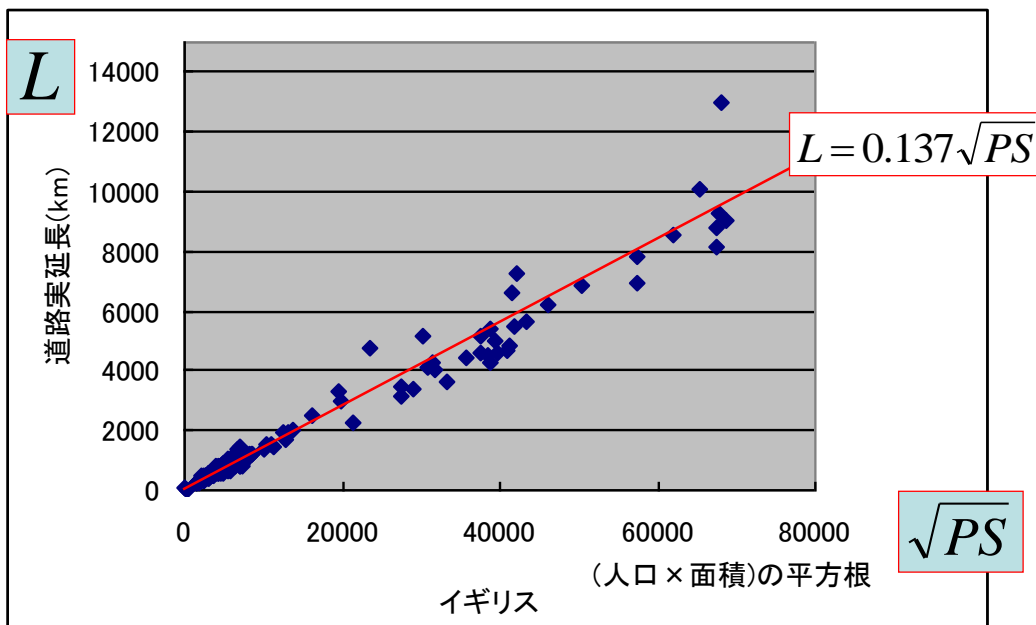


図 2 : イギリス

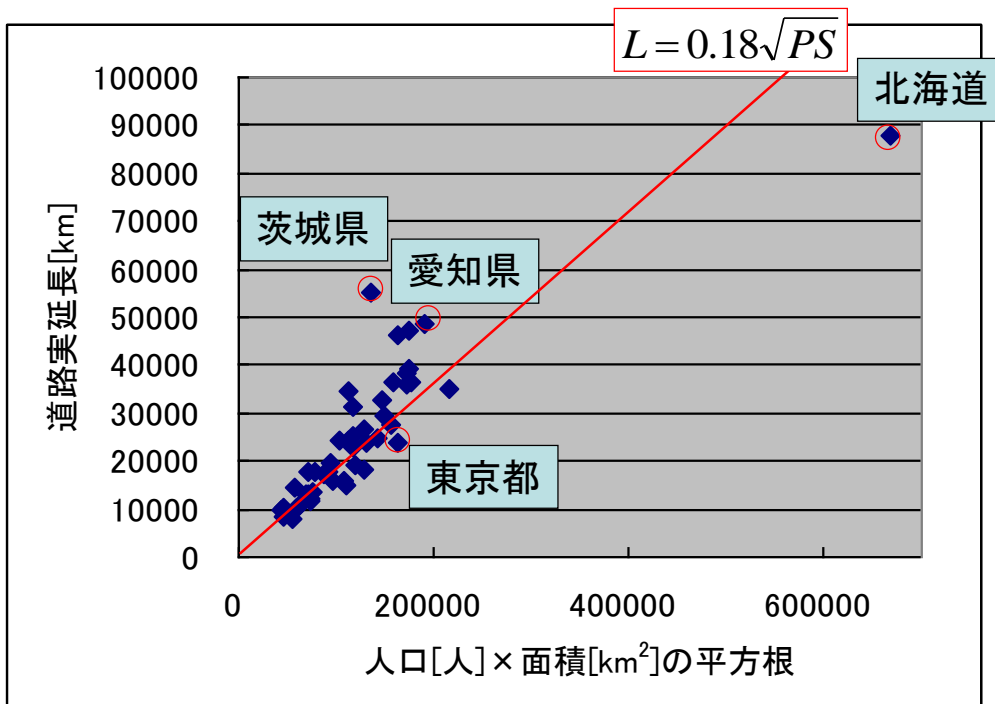


図 3 : 日本

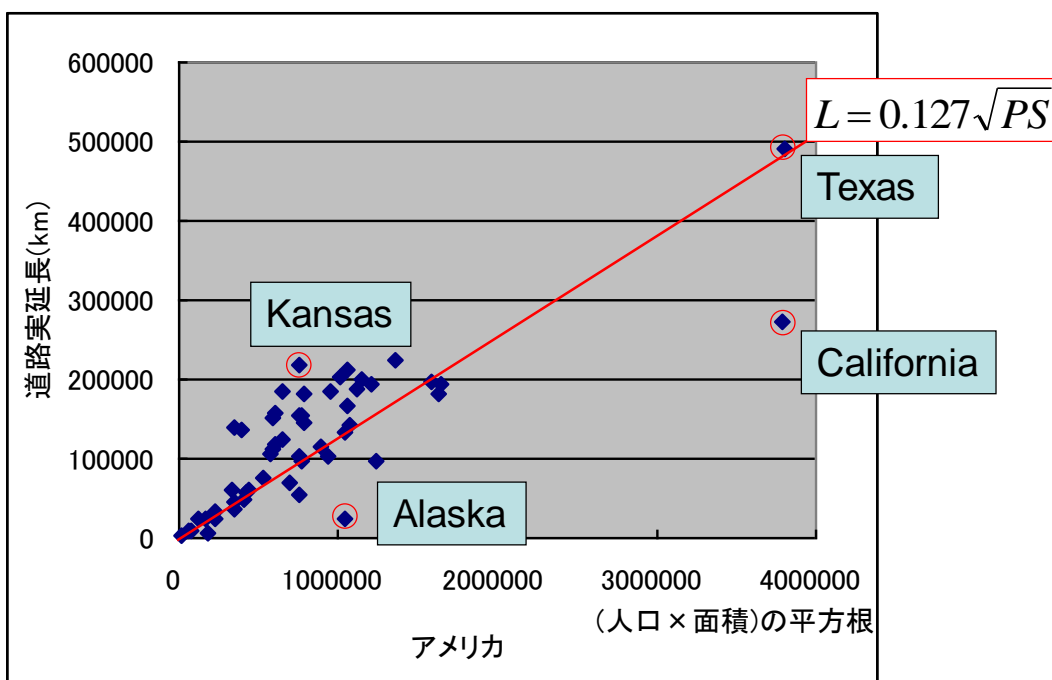


図 4 : アメリカ

イギリスの当てはまりが最も良く、次いで日本、アメリカの順である。人口分布、道路密度、地形が国土係数理論の当てはまりに影響するのかわからないが、イギリスは

地形が平坦で都市や道路の密度にそれほど地域差はない。一方日本は山地が多い。アメリカは人口の分布に大きく偏りがある。アメリカでは、テキサスやカンサスなど中部にある州のあてはまりが悪い。これは、国土係数理論が、通過交通を考慮していないためであると考えられる。

4. 国土係数理論のあてはまりについて

国土係数理論はデータとの適合性は高いが、これを裏付ける理由についてはまだ考察すべき事柄が多い。国土係数理論は、各地域に住む人は地域の大きさにかかわらず自分の住む地域の内部だけを移動することが仮定されている。ここでいう地域とはイギリスであればカウンシル、日本では市区町村を指す。しかし実際には人の移動は地域内部にとどまらないからこのような仮定には無理がある。さらにこの理由から高速道路など幹線道路にこの理論が当てはまるはずはなく、あてはまりがよいのは別の理由があることを想定すべきである。

ところで、国土係数理論と似た関係式が別にある。人口の代わりに交差点の数を導入すると、道路の総延長と交差点の数にも同じような関係が成り立つ。すなわち、「面積 S の地域にある交差点数が n のとき、この地域の道路総延長 L は $(n \times S)$ の平方根に比例する」ことが腰塚によって導出されている[3]。これを国土係数理論と比較すれば、地域の人口と交差点数が比例するはずだが、残念ながらこれもまた理由の裏付けはまだ示されていない。なお腰塚の関係式は積分幾何学の理論を背景として導出されたもので、国土係数理論とは導出仮定が全く異なる。

以上述べた理由から、国土係数理論を地域に建設すべき道路量の指標として役立てるには注意深い配慮が必要である。地域内部に自由に動く人口に基づいて住民が支出する社会的費用を最小とする道路量のはたして適切な指標なのかどうか、十分な考察が必要であろう。先に示した国土係数理論の導出式で明らかのように、ここでは道路混雑、都市と地方の違い(地形、産業、税収、移動の規模など)についてほとんど考慮されていない。このような背景を持つ理論式が道路量の指標として適切なのかどうか、ほかのデータも取り入れたモデルを構築して考察してみたいと考えている。

5. おわりに

本稿では、格子状道路モデルを用いて国土係数理論を導出し、イギリス、日本、アメリカのデータに適用して、そのあてはまりのよさについて調べた。今後は、通過交通を考慮すること、さらには、人口と公差店数の関係について議論を深めたい。

謝辞

この研究は、2011年度南山大学パツへ研究奨励金 1-A-2 の援助を受けた。

参考文献

- [1]家田仁(2005)：人口減少と道路の役割「ルート PA 仮説」と「交流機会仮説」，道路， 3 月号， pp. 4-5.
- [2]今井 勇・井上 孝・山根 孟(1971)：『道路の長期計画』，技術書院.
- [3]腰塚武志(1978)：道路網と交差点，都市計画， 103， 36-42.