2重非心F分布のパーセント点近似法の評価とSN比への応用

堀 井 里 佳 子* 松 田 眞 一†
E-Mail: matsu@nanzan-u.ac.jp

本論文では，2重非心F分布の真値をモンテカルロ法で求め，Tiku [4] と鳥越 [5] で発表されているパーセント点近似法の精度に関して調べた。その結果，信頼できる真値の導出に成功し，パーセント点近似法の精度が評価できた。次に，タグチメソッドのSN比が2重非心F分布で説明されていることを受けて今回のプログラムが応用可能かどうかを検討した。結果として，SN比で統計分布を考えることは可能であると結論づけた。

1 はじめに

タグチメソッドは近年，日本の中で注目を浴びている実験計画法の一分野である。実際に，日本品質管理学会の研究発表会においても，タグチメソッド導入における成功例が報告されている。田口 [3] によると，タグチメソッドではあまり統計学的根拠を示さずに成功事例によって手法を学ぶという方法をとっている。一方，永田 [2] ではSN比が2重非心F分布で説明できることを示している。本論文では，まず2重非心F分布について考察し，SN比への応用可能性について検討する。

2 2重非心F分布

2.1 2重非心F分布の定義

2重非心F分布 $F''(\nu_1,\nu_2,\lambda_1,\lambda_2)$ は以下のような確率変数で定義される。

$$F''_{\nu_1,\nu_2,\lambda_1,\lambda_2} := \frac{X_1/\nu_1}{X_2/\nu_2} \tag{1}$$

X_1，X_2 はそれぞれ自由度 ν_1，非心度 λ_1 の非心 χ 二乗分布 $\chi^2(\nu_1,\lambda_1)$，自由度 ν_2，非心度 λ_2 の非心 χ 二乗分布 $\chi^2(\nu_2,\lambda_2)$ に従う確率変数とする。2重非心F分布 $F''(\nu_1,\nu_2,\lambda_1,\lambda_2)$ の密度関数は,

$$p_{f''} := \sum_{r=0}^{\infty}\sum_{t=0}^{\infty}(-1)^{(r+t)}\frac{(\lambda_1/2)^r}{r!}\frac{(\lambda_2/2)^t}{t!}\cdot$$
$$\left[\sum_{i=0}^{r}\sum_{j=0}^{t}(-1)^{(i+j)}\begin{pmatrix} r \\ i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t \\ j \end{pmatrix} p_f(x;\frac{\nu_1}{2}+i,\frac{\nu_2}{2}+j)\right] \tag{2}$$
$$(0<x<\infty;\nu_1,\nu_2=1,2,\ldots;\lambda_1,\lambda_2>0)$$

である。ここにおける $p_f(x;\frac{\nu_1}{2}+i,\frac{\nu_2}{2}+j)$ は，自由度 (ν_1+2i,ν_2+2j) の中心F分布の密度関数のことである。すなわち,

$$p_f(x;\frac{\nu_1}{2}+i,\frac{\nu_2}{2}+j) = \frac{(\nu_1/\nu_2)^{\nu_1/2+i}}{B(\nu_1/2+i,\nu_2/2+j)}\frac{x^{\nu_1/2+i-1}}{(1+(\nu_1/\nu_2)x)^{(\nu_1+\nu_2)/2+i+j}} \tag{3}$$

である。

*南山大学大学院数理情報研究科
†南山大学数理情報学部情報システム数理学科

2.2　2 重非心 F 分布の近似

ここでは，鳥越 [5] を元によく使われる従来のパーセント点近似と Cornish-Fisher 展開を用いたパーセント点近似について述べる。また，本研究では従来のパーセント点近似法を Tiku 法と呼び，Cornish-Fisher 展開を用いたパーセント点近似法を Torigoe 法と呼ぶことにする。

● Tiku 法（Tiku [4], 鳥越 [5]）

$((F''_{\nu_1,\nu_2,\lambda_1,\lambda_2}+\zeta)/\tau)$ の分布に対して 3 次以下のモーメントを等置することによって自由度 (ν',ν_2) の中心 F 分布 $F(\nu',\nu_2)$ で近似する。

最終的に，以下の近似式を得ることが出来る。（鳥越 [5] では積分区間に誤りがあるため Tiku [4] を元に修正した。）なお，詳しい導出法は Tiku [4], 鳥越 [5] を参照されたい。

$$P\left\{F''_{\nu_1,\nu_2,\lambda_1,\lambda_2}<f\right\}\approx I_{\nu'_0}(\frac{1}{2}\nu_2,\frac{1}{2}\nu')=1-\frac{1}{B(\frac{1}{2}\nu_2,\frac{1}{2}\nu')}\int_0^{\nu'_0}t^{\frac{1}{2}\nu_2-1}(1-t)^{\frac{1}{2}\nu'-1}dt \qquad (4)$$

ただし，

$$\nu'_0=1\Big/\left(1+\frac{\nu'}{\nu_2}\frac{f+\zeta}{\tau}\right) \qquad (5)$$

である。

● Torigoe 法（鳥越 [5]）

式 (4) の左辺が F 分布で近似できること（カイ 2 乗分布でも表すことが出来ること）を利用し，新たな統計量分布を得て，その分布を Cornish-Fisher 展開することで新しい近似式を求める。結果として，以下の近似式が成り立つ。なお，詳しい導出法は鳥越 [5] を参照されたい。

$$-\frac{b_{\nu'}-\sqrt{f'_\alpha}b_{\nu_2}}{\sqrt{1-b_{\nu'}^2+f'_\alpha(1-b_{\nu_2}^2)}}\fallingdotseq u_\alpha+\frac{u_\alpha^2-1}{24\left\{1-b_{\nu'}^2+f'_\alpha(1-b_{\nu_2}^2)\right\}^{3/2}}\cdot$$

$$\left\{\frac{1}{\nu'^2}+\frac{1}{4\nu'^3}-f_\alpha'^{3/2}\left(\frac{1}{\nu_2^2}+\frac{1}{4\nu_2^3}\right)\right\}-\frac{2u_\alpha^3-5u_\alpha}{576\{1-b_{\nu'}^2+f'_\alpha(1-b_{\nu_2}^2)\}^3}\left(\frac{1}{\nu'^2}-\frac{f_\alpha'^{3/2}}{\nu_2^2}\right)^2 \qquad (6)$$

ここで，u_α は $N(0,1)$ の上側 100α パーセント点を表し，$f'_\alpha=(f_\alpha+\zeta)/\tau$ である。また，$S\sim\chi_\nu^2$ のとき，$b_\nu=E(\sqrt{S/\nu})$ である。

3　SN 比とその統計的分布

この章では，永田 [2] に基づいてタグチメソッドの SN 比の統計的分布について述べる。

3.1　静特性（望目特性）

データを表 1 のように得たと仮定する。これは，m 回の繰り返し実験である。

表 1: データ形式 (静特性)

水準	$N_1, \ldots, N_r$	平均	不偏分散	SN 比
A_1	$x_{111}, \ldots, x_{1r1}$ $\vdots$ $x_{11m}, \ldots, x_{1rm}$	$\bar{x}_{A1}$	V_{A1}	γ_{A1}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
A_a	$x_{a11}, \ldots, x_{ar1}$ $\vdots$ $x_{a1m}, \ldots, x_{arm}$	$\bar{x}_{Aa}$	V_{Aa}	γ_{Aa}

ここで A は制御因子，N は誤差因子を表している。また，繰り返しとは制御因子と誤差因子の各組み合わせで m 回実験を繰り返すという意味である。$\bar{x}_{Ai}$ は制御因子 A が i 水準のときの平均，V_{Ai} は制御因子 A が i 水準のときの不偏分散とする。このときの標本 SN 比は，

$$\gamma_{Ai} = 10 \log_{10} \left(\frac{\bar{x}_{Ai}^2}{V_{Ai}} \right) \tag{7}$$

となる。ここで得られたデータ x_{ijk} の構造を制御因子の各水準での母平均（$\mu'_i = \mu + a_i$）と A_i 水準における誤差因子 N_j 水準の影響の大きさ（$n_{ij} = n_i + (an)_{ij}$）とデータを取る際に生じる誤差因子以外の誤差（ε_{ijk}）から成り立つと想定する。つまり，

$$x_{ijk} = \mu + a_i + n_{ij} + \varepsilon_{ijk} \tag{8}$$

とする。（ここで誤差 ε_{ijk} は $E(\varepsilon_{ijk}) = 0$, $V(\varepsilon_{ijk}) = \sigma_i^2$ で互いに独立，$\sum_{i=1}^a a_i = 0$, $\sum_{i=1}^a n_{ij} = 0$，$\sum_{j=1}^r n_{ij} = 0$ である。）すると母 SN 比は，

$$10 \log_{10} \frac{(\mu + a_i)^2}{\sum_{j=1}^n \frac{mn_{ij}^2}{(rm-1)} + \sigma_i^2} \tag{9}$$

となる。誤差 ε_{ijk} に正規性を仮定すると

$$\frac{\bar{x}_{Ai}^2}{V_{Ai}} = \left\{ \frac{\bar{x}_{Ai}}{\sqrt{V_{Ai}}} \right\}^2 = \left\{ \frac{(\bar{x}_{Ai} - \mu - a_i)/\sqrt{\sigma_i^2/rm} + \sqrt{rm}(\mu + a_i)/\sigma_i}{\sqrt{\sigma_i^2 \chi^2 \left(rm - 1, \frac{m \sum n_{ij}^2}{\sigma_i^2} \right) /(rm-1)} / \sqrt{\sigma_i^2/rm}} \right\}^2 \tag{10}$$

と変形できるので，これから以下の分布になることがわかる。

$$\frac{rm\bar{x}_{Ai}^2}{V_{Ai}} \sim \left\{ t'' \left(rm - 1, \sqrt{rm} \frac{\mu + a_i}{\sigma_i}, \frac{m \sum_j n_{ij}^2}{\sigma_i^2} \right) \right\}^2 \tag{11}$$

2 重非心 t 分布の 2 乗は 2 重非心 F 分布となるので

$$\frac{rm\bar{x}_{Ai}^2}{V_{Ai}} \sim F''(1, rm-1; \delta_1, \delta_2) \tag{12}$$

$$\delta_1 = \frac{rm(\mu + a_i)^2}{\sigma_i^2}, \delta_2 = \frac{m\sum_j n_{ij}^2}{\sigma_i^2}$$

となる。

これより静特性（望目特性）は上記で表される 2 重非心 F 分布で説明できることがわかる。

●動特性（ゼロ点比例式）

入力信号を $x_1, \dots, x_m$ とし，データを表 2 のように得たと仮定する。

表 2: データ形式 (動特性)

		$x_1, \cdots, x_m$	傾き	残差分散	SN比
A_1	N_1	$y_{111}, \cdots, y_{11m}$	$\hat{\beta}_{A1N1}$	V_{eA1N1}	γ_{A1}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
	N_r	$y_{1r1}, \cdots, y_{1rm}$	$\hat{\beta}_{A1Nr}$	V_{eA1Nr}	
		A_1すべてで	$\hat{\beta}_{A1}$	V_{eA1}	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
A_a	N_1	$y_{a11}, \cdots, y_{a1m}$	$\hat{\beta}_{AaN1}$	V_{eAaN1}	γ_{Aa}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
	N_r	$y_{ar1}, \cdots, y_{arm}$	$\hat{\beta}_{AaNr}$	V_{eAaNr}	
		A_aすべてで	$\hat{\beta}_{Aa}$	V_{eAa}	

表 1 と同様に A を水準 a の制御因子と設定する。また，N も表 1 と同様に誤差因子である。ここでは簡便のため各 A_i 水準間の等分散性は仮定しないことにする。このときの標本 SN 比は，

$$\gamma_{Ai} = 10\log_{10}\left(\frac{\hat{\beta}_{Ai}^2}{V_{eAi}}\right) \tag{13}$$

となる。($\beta_{Ai} = \sum \beta_{AiNj}/r$ である。)

各々y_{ijk} のデータ構造式を，入力信号 x_k に対する各 A_i 全体の傾きと A_i を誤差因子 N_j で場合分けしたときの傾きおよび誤差 ε_{ijk} で成り立つものとする。つまり，

$$y_{ijk} = \beta_{Ai}x_k + (\beta_{AiNj} - \beta_{Ai})x_k + \varepsilon_{ijk} \tag{14}$$

とする。(ここで誤差 ε_{ijk} は $E(\varepsilon_{ijk}) = 0,\ V(\varepsilon_{ijk}) = \sigma_i^2$ で互いに独立である。) そのとき，母 SN 比は，

$$10\log_{10}\frac{\beta_{Ai}^2}{\frac{\sum(\beta_{AiNj}-\beta_{Ai})^2\sum x_k^2}{rm-1} + \sigma_i^2} \tag{15}$$

となる。ここで，誤差 ε_{ijk} に正規性を持たせ，望目特性と同様に式変形を行うと以下の分布に従うことがわかる。

$$\frac{(r\sum x_k^2)\hat{\beta}_{Ai}^2}{V_{eAi}} \sim \left\{t''\left(rm-1, \sqrt{r\sum x_k^2}\frac{\beta_{Ai}}{\sigma_i}, \frac{\sum(\beta_{AiNj} - \beta_{Ai})^2}{\sigma_i^2}\right)\right\}^2 \tag{16}$$

これより,

$$\frac{(r\sum x_k^2)\hat{\beta_{Ai}^2}}{V_{eAi}} \sim F''(1, rm-1; \delta_1, \delta_2) \tag{17}$$

$$\delta_1 = \frac{(r\sum x_k^2)\beta_{Ai}^2}{\sigma_i^2}, \delta_2 = \frac{\sum(\beta_{AiNj} - \beta_{Ai})^2}{\sigma_i^2}$$

となり，動特性（ゼロ点比例式）も 2 重非心 F 分布で説明できることがわかる。

4　2 重非心 F 分布のプログラムと結果

この章では，R を使ってパーセント点近似の精度比較を行う。Tiku 法の式 (4) の積分部分は中点則を使用してパーセント点近似値を求めた。Torigoe 法の式 (6) は方程式で表されているので，ニュートン・ラプソン法を用いてパーセント近似値を求めた。真値は元々R に入っている非心カイ 2 乗乱数を発生させる関数を使用したモンテカルロ法で求めた。非心カイ 2 乗乱数を 10000 組発生させ，式 (1) を計算してパーセント点を求め，それを 10000 回繰り返してその平均を真値とした。なお，計算時間はノート PC の R 上で 1 つの真値について 10 分弱である。ここでは 95% と 90% の計算結果をそれぞれ記載する。根号の中身が負値となり，値が導出できなかったところは“ - ”で表示している。これ以降の表中でもプログラムで求められなかった場合に同様の表記を用いる。

表 3: α=95% の結果

ν_1	ν_2	λ_1	λ_2	真値	Tiku 法	Torigoe 法
5	10	5	5	4.054	4.083	4.085
5	20	5	5	4.029	4.043	4.043
5	30	5	5	4.028	4.041	4.040
10	10	10	10	2.585	3.261	-
10	20	10	10	2.910	3.031	-
10	30	10	10	3.046	3.065	-
20	10	5	10	1.543	2.035	-
20	20	5	10	1.714	1.791	1.794
20	30	5	10	1.781	1.793	1.794

真値の標準誤差が平均で約 0.0003 となり，真値と呼ぶにふさわしい値を得ることが出来た。95 パーセント点近似値の誤差は Tiku 法が最大 0.810，平均が 0.156 となり，Torioe 法が最大 0.179，平均 0.043 となった。また，90 パーセント点近似値の誤差は Tiku 法が最大 0.565，平均 0.087 となり，Torigoe 法が最大 0.019，平均 0.007 となった。Torigoe 法の値が一部で求められない点も考慮すると，両方ともあまりいい近似とはいえないことがわかった。

表 4: α=90% の結果

ν_1	ν_2	λ_1	λ_2	真値	Tiku 法	Torigoe 法
5	10	5	5	3.145	3.149	3.150
5	20	5	5	3.277	3.287	3.287
5	30	5	5	3.332	3.340	3.340
10	10	10	10	2.080	1.834	-
10	20	10	10	2.444	2.452	2.456
10	30	10	10	2.603	2.609	2.610
20	10	5	10	1.253	1.168	-
20	20	5	10	1.457	1.459	1.464
20	30	5	10	1.543	1.547	1.548

5 タグチメソッドへの応用

5.1 静特性の実例

データは，あるサーキットでのカーレースにおける 1 周のタイムをシミュレーションにより採取したデータである。（かわにし [1] のシミュレーションをベースにして計算した。）車の重量（1.6kg），ギア比（4.0），回転部分重量（0.225kg），車体の種類（インプレッサ）は水準を一定にしてグリップ（G）とモーターの水準をそれぞれ変えてデータを取った。（その他のシャシーパラメータはランダムに変動するように設定したので繰り返し実験が可能である。）制御因子は，グリップでその水準は A_1=1.3，A_2=1.6，A_3=1.9 である。また，誤差因子はモーターでその水準は N_1 = マブチ 540SH，N_2 =Johnson540，N_3 =Sport-Tune である。これらで実験をし，得られたデータは表 5 となった。

表 5: car シミュレーション

	N1 マブチ	N2 Johnson	N3 Sport-Tune	出力平均
グリップ 1	16.173	16.031	16.039	16.081
グリップ 2	15.092	14.545	14.402	14.680
グリップ 3	14.019	13.443	13.35	13.604
グリップ 1	16.29	16.149	16.041	16.160
グリップ 2	14.761	14.775	14.460	14.665
グリップ 3	13.664	14.217	13.295	13.725

表 5 では制御因子の各水準ごとに 2 回の繰り返し実験を行っている。第 3 章より，求める分布は，A1 の場合，$F''(1,5;35022.993,14.289)$，A2 は $F''(1,5;715.764,14.834)$，A3 は $F''(1,5;466.681,4.826)$ となる。以上の分布のパーセント点を第 4 章で作成したプログラムで求めると，表 6 が得られた。

表 6: 望目特性実データ結果

水準	λ_1	λ_2	ν_1	ν_2	%	真値	Tiku 法	Torigoe 法
A1	1	5	35022.993	14.289	95	22945.280	-	-
					90	18322.23	-	-
					10	5786.82	-	-
					5	5116.547	-	-
A2	1	5	715.764	14.834	95	452.616	-	-
					90	362.450	-	-
					10	114.343	-	-
					5	100.855	-	-
A3	1	5	466.681	4.826	95	868.565	881.906	993.994
					90	635.493	589.515	685.428
					10	134.575	-	-
					5	114.664	-	-

真値が大きな値をなっているものはその標準誤差も大きく，パーセント点近似値も両方とも求められないものが多数を占めた。また，求められたとしても真値とは値が大きく異なる場合もあった。この実験においてはパーセント点近似はあまり有効ではないことがわかった。ただ，真値の標準誤差は大きいが真値自体とても大きな値をとるため真値を求めるプログラムは有効となる可能性がある。そこでどの程度，非心度が大きくなると求めた値に信頼度がなくなるかを調べることにする。

5.2 静特性のシミュレーション

今回の実データでの結果をふまえて非心度 1 を 0，10，100，1000，10000，非心度 2 をそれぞれ 0，2，4，6，8，10 と変化させてパーセント点を求める。自由度 1 は 1，自由度 2 は 5 で固定した。結果の一部を表 7 に記載する。また，この節ではわかりやすいように，グラフ化した結果を図 1，図 3，図 5 にそれぞれ記載する。図 1 は，真値に対する標準誤差がどの程度の割合なのかを算出した相対標準誤差をグラフ化したものである。また，図 3 は，Tiku 法における真値との誤差の割合をグラフ化したものであり，図 5 も同様に Torigoe 法における真値との誤差の割合をグラフ化したものである。

図 1 を見るとどの非心度においても相対標準誤差はとても小さいことが分かる。また，図 3 と図 5 を見ると非心度が大きくなるにつれてどちらの近似法も誤差が大きくなったり，計算できなかったりすることが分かる。

以上の結果から，望目特性で取りうる非心度では，モンテカルロ法で求めた真値は信頼できる値であることがわかる。よって，望目特性で SN 比の統計的分布を考えることが有効であり実用的であると結論付ける。パーセント点近似を用いた場合，値を求めることができない場合が多数あった。そして，真値との誤差が大幅に異なる場合も出てくるため，実用化はあまり望めないと結論付ける。

表 7: 静特性：シミュレーション結果 (95%)

ν_1	ν_2	λ_1	λ_2	真値	Tiku 法	Torigoe 法
1	5	0	2	4.566	4.828	4.855
1	5	1000	2	2979.519	-	-
1	5	10	4	26.929	26.889	26.983
1	5	10	6	20.292	17.289	-
1	5	100	6	161.084	168.025	-
1	5	10	8	15.9672	42.156	-
1	5	10000	8	12037.28	38603.73	41659.91
1	5	10	10	13.012	102.032	102.517
1	5	100	10	100.2487	-	-
1	5	10000	10	9636.978	-	-

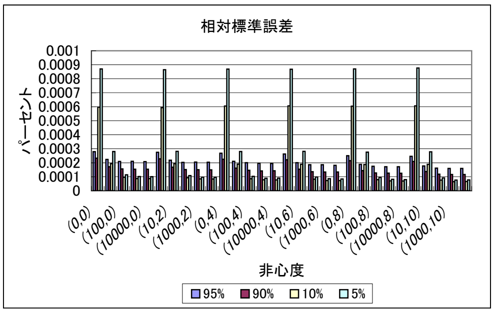


図 1: 真値における相対標準誤差〜静特性〜

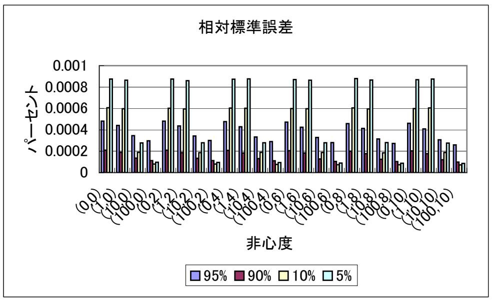


図 2: 真値における相対標準誤差〜動特性〜

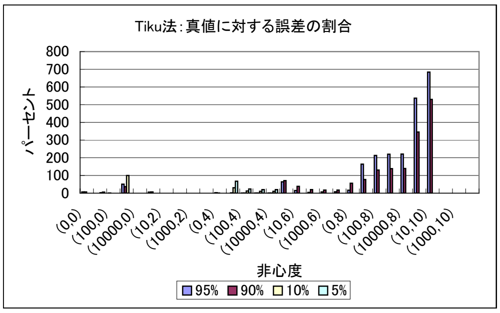


図 3: Tiku 法：真値に対する誤差の割合
〜静特性〜

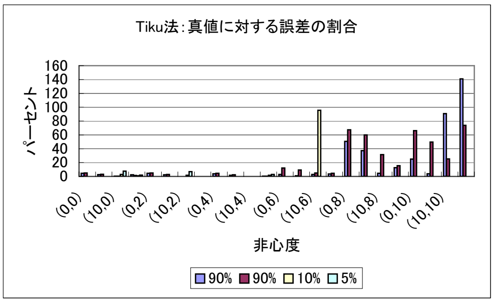
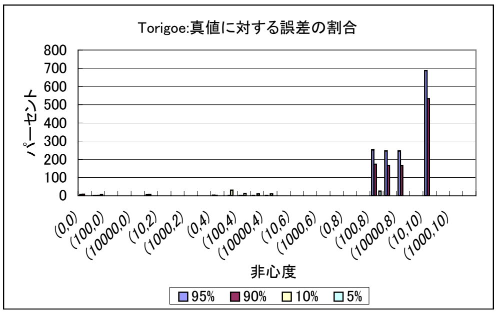


図 4: Tiku 法：真値に対する誤差の割合
〜動特性〜

5.3 動特性の実例

表 8 のデータは 2 種の金属材料 A_1 と A_2 の劣化試験を行い，時間ごとのたわみ量を計測したときのものである。(田口 [3] 参照)



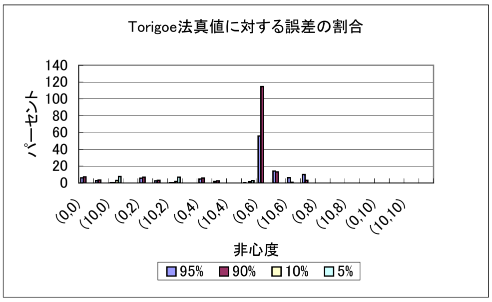


図 5: Torigoe 法：真値に対する誤差の割合 ～静特性～

図 6: Torigoe 法：真値に対する誤差の割合 ～動特性～

表 8: ゼロ点比例式のデータ

		信号因子 1	信号因子 2	信号因子 3
A_1	誤差因子 1	0.0	4.3	8.9
	誤差因子 2	1.5	7.2	13.0
	誤差因子 3	3.7	11.0	19.4
A_2	誤差因子 1	0.0	6.9	13.8
	誤差因子 2	1.3	9.0	16.7
	誤差因子 3	2.7	10.4	18.4

制御因子は 2 種の金属材料で水準は A_1 と A_2 である。誤差因子は時間で水準は 0 時間後, 30 時間後，60 時間後である。信号因子は負荷量で 0.0，5.0，10.0 である。

第 3 章より，求める分布は，A_1 の場合は $F''(1,8;62.400,6.587)$ となり，A_2 の場合は $F''(1,8;147.095,2.357)$ となる。以上の求められた分布のパーセント点を第 4 章で作成したプログラムで求めると，表 9 が得られる。

パーセント点近似ではあまり値を求めることができず，この実験では実用的ではないと思われる。真値を求めるプログラムは誤差はあるが相対的に小さく，実用性が望めることがわかった。そこでどの程度，非心度が大きくなると求めた値に信頼度がなくなるかを調べることにする。

5.4　動特性のシミュレーション

今回の実データでの結果をふまえて非心度 1 を 0，1，10，100，非心度 2 をそれぞれ 0, 2，4，6，8，10 に変化させてパーセント点を求める。また，自由度は誤差因子 3 で信号入力が 3 の場合に固定した。結果の一部を表 10 に記載する。この節ではわかりやすいように, グラフ化した結果を図 2，図 4，図 6 にそれぞれ記載する。図の説明は静特性と同じである。図の傾向は静特性の場合と似ているが，自由度が少し大きい分、安定して求められているところも少し多い。

表 9: ゼロ点比例式実データ結果

水準	パーセント点	真値	Tiku 法	Torigoe 法
A_1	95%	95.865	97.666	-
	90%	75.708	66.965	-
	10%	19.182	-	-
	5%	16.148	-	-
A_2	95%	334.249	-	-
	90%	261.330	-	-
	10%	65.748	-	-
	5%	56.047	-	-

表 10: 動特性：シミュレーション結果 (95%)

ν_1	ν_2	λ_1	λ_2	真値	Tiku 法	Torigoe 法
1	8	10	0	39.70174	39.82576	39.87271
1	8	0	2	4.208	4.395	4.447
1	8	100	2	239.754	-	-
1	8	1	4	6.448	6.557	6.564
1	8	10	4	25.302	-	-
1	8	0	6	2.878	2.797	4.485
1	8	10	6	20.941	21.547	22.273
1	8	100	8	132.454	149.063	-
1	8	0	10	2.148	1.609	-
1	8	100	10	113.030	272.299	-

以上の結果から，ゼロ点比例式で取りうる非心度では，モンテカルロ法で求めた真値は信頼できる値であることがわかる。ゼロ点比例式では，SN 比の統計的分布を考えることが有効であり実用的であると結論付ける。パーセント点近似を用いた場合，真値との誤差が大きい場合も出てくる。しかし，おおよそ小数点第 1 位の誤差であり，場合によっては求められた値が有効となることもあることがわかる。また，非心度（特に非心度 2）が小さければ求められた値が有効となることがわかった。

6　まとめ

真値を求めるプログラムは非常に高い精度を持つことがわかった。一方，パーセント点近似式は Tiku 法も Torigoe 法もあまり良い近似値を得られず，あまり精度がよくないことがわかった。タグチメソッドへの応用可能性は，以下のように考えられる。静特性においては自由度が小さくなることも多く真値を求めるプログラムでも誤差が大きくなるが，相

対的には小さく統計的分布を考えるのには十分と思われる。パーセント近似法はほとんどの場合に役に立たない。一方，動特性においては真値を求めるプログラムで統計分布を考えることが効果的であると考えられるが，パーセント点近似式では非心度（特に非心度 2）が小さい場合では，良い近似値を得ることができ，効果的となることがわかった。その結果，いずれにしても真値を求めるプログラムで統計分布を考えることが効果的であると考えられ，パーセント点近似式では安定した実用化は難しいという結論に至った。

7　おわりに

永田 [2] において 2 重非心 F 分布で説明できることが報告されたタグチメソッドの SN 比は，実データにおいて実際に有効なものとなるのかそれともまったく使い物にならない机上の空論となるのかを調べた。その結果，複雑な密度関数を持つ 2 重非心 F 分布のパーセント点近似は実用化が難しいとの結論になったが，モンテカルロ法によって求めたパーセント点は実用化が望めるとの結論に至った。今回信頼の出来るパーセント点が求めることができ，それを用いて信頼区間や工程能力指数も導出できるようになったことで，今後における品質向上の更なる飛躍が望めるだろう。

今後の課題としては，精度を落とさずより高速に計算できる工夫や今回調べたものより有効なパーセント点近似法の確立が考えられる。

参考文献

[1] かわにし: お気楽 RC!, http://homepage3.nifty.com/kawnish/(2004).

[2] 永田 靖: 統計的手法における SN 比, 第 1 回横幹連合総合シンポジウム (2006).

[3] 田口 玄一: 技術開発のためのタグチメソッド, 日科技連 (1994).

[4] Tiku, M. L.: Series expansion for the doubly non-central F-distribution. *Austral. J. Statist*, **7**, 78-89(1965).

[5] 鳥越 規夫: 2 重非心 F 分布のパーセント点の近似について, http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/0916-4.pdf(1997).