

# 直交配列表実験におけるプーリング基準の提案

森山 瑛司\* 松田 眞一†

E-Mail: matsu@nanzan-u.ac.jp

本論文では、直交配列表実験でのプーリングにおいて、交互作用を考慮した新しいプーリングの基準を提案する。統計処理ソフト R 上でプログラムを作成し、既存のプーリング基準によるモデル決定状況をシミュレーションし、よりよい基準を探索した。また、情報量基準をプーリングの基準として導入することも検討した。結果として  $F$  値に基づくプーリング基準のよい性質が確認でき、直交表ごとに  $F = 2$  よりもよい基準を導出できた。

## 1 はじめに

今日、品質がますます重要となっていく中で、実験計画法が用いられる場面が多く、また、直交配列表実験が用いられる場面も多い。この直交配列表実験を用いて、分散分析を行う際、効果のない要因を誤差にプールすることが行われる。このプーリング手法について、“交互作用を考慮し直交配列表実験を意識した”プーリングの研究は見当たらない。すなわち、直交配列表実験から得られるデータに対して、分散分析を行う一連の流れの中で、どのようにプーリングを行うかという研究は行われていないと考える。しかし、企業でプーリングを行う際に、交互作用を考えないで一連の流れを行うことはあまりないため、交互作用を考慮したプーリング手法を研究することは意義があると考えられる。

本論文では、永田 [2] と永田 [3] に基づいてプーリングの設定を検討する。また、Sugiura[1] と小西・北川 [4] を参考に、プーリングの基準として情報量基準を取り入れたものを考える。その下で統計処理ソフト R 上で  $L_8$ 、 $L_{16}$ 、 $L_{32}$  直交配列表におけるプーリングを行うプログラムを作成し、シミュレーションを行う。その際、各直交配列表への割り付けに関しては以下の線点図を用い、必ず誤差列が 1 つ以上あるもの（既知誤差列の存在）を考える。

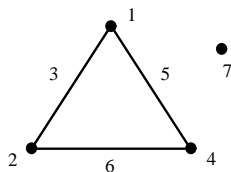


図 1:  $L_8$  線点図

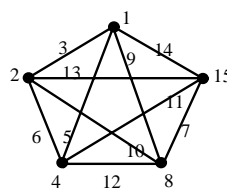


図 2:  $L_{16}$  線点図

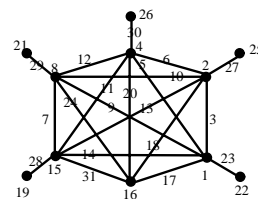


図 3:  $L_{32}$  線点図

\*南山大学大学院数理情報研究科数理情報専攻

†南山大学数理情報学部情報システム数理学科

## 2 プーリング

### 2.1 プーリングの方法

本論文ではプーリングの方法を以下のように考える。

分散分析を用いる際、ある基準の下で要因に効果があるかどうかを判断し、効果がないと判断した場合、その要因をプーリングの対象と考え、誤差にプールする。そして、新しく分散分析を行い、その結果から再び基準を満たしているかを調べる。この手順を繰り返し行う。

なお、繰り返さないことも含めて繰り返し基準は利用者の判断に委ねられている。本研究ではプーリング対象がなくなるまで繰り返すという方法で行った。

### 2.2 プーリングの基準

プーリングの基準は、検定の立場からは曖昧な点が多く、また利用者に数値の選択を委ねることが多い。永田 [3] では、以下のようにプーリング基準をまとめている。

1.  $F$  値が 2 以下しかも有意水準 20 % 程度で有意でない場合、その要因はプーリングの対象とする。
2. 2 因子要因実験のような実験の場合、主効果はプーリングの対象とせず、交互作用のみをプーリングの対象とする。
3. 多因子要因実験や直交配列表実験などの場合、主効果をプーリングの対象としてもよい。ただし、主効果を含む交互作用がプーリングの対象とならない場合、主効果はプーリングの対象から除く。
4. 直交配列表実験などでは、誤差自由度が小さくなることもあり、その際、誤差自由度が 5 くらいは確保できるように基準を変えてプーリングを行う。

本論文では基準 1 が妥当であるかどうかを検討対象とし、基準 3 は遵守する。なお、基準 2 は範囲外であり、基準 4 は適用しないこととする。

### 2.3 検討するプーリングの手順

プーリングの方法における 1 回の手順として、2.2 節のプーリングの基準を参考に本論文では次の 4 つのパターンを考える。

- 一括プーリング  
効果のない要因をまとめて誤差にプールする。基準値は、 $F$  値、 $P$  値、 $F$  値かつ  $P$  値、 $F$  値または  $P$  値の 4 つを考える。
- 個別プーリング  
効果のない要因を誤差に一つずつプールする。基準値は、 $F$  値、 $P$  値、 $F$  値かつ  $P$  値、 $F$  値または  $P$  値 ( $F$  値主体と  $P$  値主体) の 5 つを考える。

- 情報量基準を用いたプーリング  
プーリングの基準値に情報量基準を用いてプールする。変数減少法で基準値が最初に跳ね上がる場所のモデルを採用する。基準値は、AIC 情報量基準、修正 AIC 情報量基準、BIC 情報量基準の 3 つを考える。
- 主効果と交互作用に差をつけたプーリング  
2 つの  $F$  値を用いて、主効果 ( $F_0$ ) と交互作用 ( $F_1$ ) を分けてプールする。基準値は、 $F$  値のみを考える。

なお、ここで用いる  $P$  値については永田 [2] も参照にして  $P = 0.2$  と  $P = 0.5$  の 2 通りを考えた。

### 3 シミュレーション

真のモデルに対して、プーリング後のモデルが“当てはまった”、“残るはずが消えた”、“消えるはずが残った”、“消えたが残ったの両方が起こった”という 4 つ状態を確認するために、シミュレーションを行う。試行回数は、 $L_8$  と  $L_{16}$  直交配列表を用いたシミュレーションでは 10000 回、 $L_{32}$  直交配列表を用いたシミュレーションでは 1000 回行う。

#### 3.1 シミュレーション手順

用いる直交表と既知誤差列を決定した後、シミュレーションの手順は以下のようになる。

1. 実験データを生成する。
2. 真のモデルは、実験データの生成に用いた効果  $c$  において 0 以外のすべての値を 1 と置き換えたものである。ただし、交互作用が 1 として存在するならば、それに対応する主効果も 1 として存在するものとする。
3. 実験データを用いて、プーリングプログラムを実行する。
4. 得られた分散分析表を用いて、残った因子を 1、それ以外を 0 とし、それをプーリング後のモデルとする。
5. 手順 2 の真のモデルと手順 4 のプーリング後のモデルを比較する。
6. 手順 1 から 5 を  $N$  回試行する。

シミュレーション手順内での実験データの生成は、効果  $c$  が与えられたとき各直交配列表の行ベクトルデータ  $a_i$  に基づき以下のように行う。

$$x_i = (a_i - \mathbf{1}')c + e_i$$

ただし、 $\mathbf{1}'$  は成分がすべて 1 からなる横ベクトルで  $e_i$  は  $N(0,1)$  に従う誤差項である。効果は次の 3 種類の手順を考える。

- (1) 効果  $c$  を一様乱数  $U(0,1)$  で生成し、0.1 以下は 0 とする。

- (2) 効果  $c$  は、手順 (1) の主効果の部分を降順に並べ替えたものとする。
- (3) 効果  $c$  は、手順 (1) で残った効果 (0.1,1) を区間 (0,1) に変換することで効果を 0 より与え、手順 (1) よりも厳しい条件にする。

この生成方法により既知誤差列以外にも無作為に効果のない列が加えられ、真のモデルが変化するシミュレーションが可能となる。

なお、各直交表ごとの既知誤差列の与え方は以下の 6 通りのタイプを考えた。

- (a)  $L_8$  : 既知誤差列番 (5,6)
- (b)  $L_8$  : 既知誤差列番 (6,7)
- (c)  $L_{16}$  : 既知誤差列番 (7,11,13,14)
- (d)  $L_{16}$  : 既知誤差列番 (7,11,12,13)
- (e)  $L_{32}$  : 既知誤差列番 (19,21,22,23,25,26,27,28,29,30)
- (f)  $L_{32}$  : 既知誤差列番 (7,12,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,31)

## 3.2 手順 (1) のシミュレーション結果

データ生成手順 (1) の実験データを用いてシミュレーションを行った結果を表 1~6 に示す。ここで、データ生成手順 (1) で既知誤差列の与え方がタイプ (a) である場合、「パターン (1),(a)」と表記した。

### 3.2.1 一括プーリング

プーリングの基準値を  $F_0 = 2$ 、 $P_{01} = 0.2$ 、 $P_{02} = 0.5$  に設定する。得られた結果から、“ $F$  値かつ  $P$  値” や “ $F$  値または  $P$  値” をプーリングの基準とした場合と  $F$  値のみをプーリングの基準とした場合とでは差はなく、プーリングの基準は  $F$  値のみで十分であるといえる。つまり、一番良いプーリングの基準は、 $F = 2$  であると考えられる。 $F$  値より勝っている基準もあるが、この差は偶然誤差の範囲であるといえる。同じ直交配列表を用いて、既知誤差の個数を同じにした場合でも選択した誤差項によってモデルの当てはまり具合が変わることがわかる。

### 3.2.2 個別プーリング

一括プーリングと同様の結果が得られ、 $F$  値のみで十分であるということがわかった。また、 $F$  値または  $P$  値における  $F$  値主体と  $P$  値主体とでは同じ結果が得られ、どちらを用いても差はないといえる。一括プーリングと個別プーリングの結果を比較した場合に、得られた結果に大きな差があるとは言えず、分析効率を考えると一括プーリングを採用すべきであることがわかった。

表 1: パターン (1),(a): [一括]

|      | $F_0$ | $P_{01}$ | $P_{02}$ | $F_0$ かつ $P_{01}$ | $F_0$ かつ $P_{02}$ | $F_0$ または $P_{01}$ | $F_0$ または $P_{02}$ |
|------|-------|----------|----------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 消えた  | 8.41  | 13.45    | 3.25     | 8.41              | 3.25              | 13.45              | 8.41               |
| 残った  | 8.11  | 5.68     | 14.03    | 8.11              | 14.03             | 5.68               | 8.11               |
| 当たった | 83.15 | 80.62    | 82.42    | 83.15             | 82.42             | 80.62              | 83.15              |
| 両方   | 0.33  | 0.25     | 0.30     | 0.33              | 0.30              | 0.25               | 0.33               |

表 2: パターン (1),(b): [一括]

|      | $F_0$ | $P_{01}$ | $P_{02}$ | $F_0$ かつ $P_{01}$ | $F_0$ かつ $P_{02}$ | $F_0$ または $P_{01}$ | $F_0$ または $P_{02}$ |
|------|-------|----------|----------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 消えた  | 6.06  | 10.14    | 2.34     | 6.06              | 2.34              | 10.14              | 6.06               |
| 残った  | 5.66  | 3.75     | 9.81     | 5.66              | 9.81              | 3.75               | 5.66               |
| 当たった | 88.19 | 86.02    | 87.76    | 88.19             | 87.76             | 86.02              | 88.19              |
| 両方   | 0.09  | 0.09     | 0.09     | 0.09              | 0.09              | 0.09               | 0.09               |

表 3: パターン (1),(c): [一括]

|      | $F_0$ | $P_{01}$ | $P_{02}$ | $F_0$ かつ $P_{01}$ | $F_0$ かつ $P_{02}$ | $F_0$ または $P_{01}$ | $F_0$ または $P_{02}$ |
|------|-------|----------|----------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 消えた  | 5.43  | 6.56     | 1.31     | 5.43              | 1.31              | 6.56               | 5.43               |
| 残った  | 14.50 | 12.75    | 30.42    | 14.50             | 30.42             | 12.75              | 14.50              |
| 当たった | 79.61 | 80.29    | 67.88    | 79.61             | 67.88             | 80.29              | 79.61              |
| 両方   | 0.46  | 0.40     | 0.39     | 0.46              | 0.39              | 0.40               | 0.46               |

表 4: パターン (1),(d): [一括]

|      | $F_0$ | $P_{01}$ | $P_{02}$ | $F_0$ かつ $P_{01}$ | $F_0$ かつ $P_{02}$ | $F_0$ または $P_{01}$ | $F_0$ または $P_{02}$ |
|------|-------|----------|----------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 消えた  | 4.87  | 6.02     | 1.16     | 4.87              | 1.16              | 6.02               | 4.87               |
| 残った  | 12.73 | 11.15    | 26.77    | 12.73             | 26.77             | 11.15              | 12.73              |
| 当たった | 82.12 | 82.58    | 71.74    | 82.12             | 71.74             | 82.58              | 82.12              |
| 両方   | 0.28  | 0.25     | 0.33     | 0.28              | 0.33              | 0.25               | 0.28               |

表 5: パターン (1),(e): [一括]

|      | $F_0$ | $P_{01}$ | $P_{02}$ | $F_0$ かつ $P_{01}$ | $F_0$ かつ $P_{02}$ | $F_0$ または $P_{01}$ | $F_0$ または $P_{02}$ |
|------|-------|----------|----------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 消えた  | 1.4   | 1.1      | 0.1      | 1.1               | 0.1               | 1.4                | 1.4                |
| 残った  | 22.5  | 24.4     | 53.3     | 24.4              | 53.3              | 22.5               | 22.5               |
| 当たった | 75.8  | 74.2     | 46.5     | 74.2              | 46.5              | 75.8               | 75.8               |
| 両方   | 0.3   | 0.3      | 0.1      | 0.3               | 0.1               | 0.3                | 0.3                |

表 6: パターン (1),(f): [一括]

|      | $F_0$ | $P_{01}$ | $P_{02}$ | $F_0$ かつ $P_{01}$ | $F_0$ かつ $P_{02}$ | $F_0$ または $P_{01}$ | $F_0$ または $P_{02}$ |
|------|-------|----------|----------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 消えた  | 0.7   | 0.5      | 0.1      | 0.5               | 0.1               | 0.7                | 0.7                |
| 残った  | 17.0  | 18.9     | 40.6     | 18.9              | 40.6              | 17.0               | 17.0               |
| 当たった | 82.1  | 80.4     | 59.3     | 80.4              | 59.3              | 82.1               | 82.1               |
| 両方   | 0.2   | 0.2      | 0.0      | 0.2               | 0.0               | 0.2                | 0.2                |

### 3.2.3 F 値探索

一括プーリングと個別プーリングの両方で  $F = 2$  がプーリングの基準として良いとしてきたが、ここでは  $F$  値の基準値を動かすことによって 2 より勝る値を探索する。

得られた結果の表 7~18 から、既知誤差の選択によるばらつきはあるものの  $L_8$  直交配列表では一括プーリングと個別プーリングの両方とも  $F = 1.5$ 、 $L_{16}$  直交配列表では一括プーリング  $F = 2.8$ 、個別プーリング  $F = 3.3$ 、 $L_{32}$  直交配列表では一括プーリング  $F = 5$ 、個別プーリング  $F = 5.5$  が最良であった。しかし、これらの値はモデルの当てはまり具合に関しては最良であるが、真のモデルに対して“消えた”や“残った”という点を考慮していない。プーリングにおいて、真のモデルに対してプーリング後のモデルが“残るはずが消えた”が大変危険であると考え、 $L_8$  直交表の  $F = 1.5$  のとき、“消えた”と“残った”の比は 2 : 3 であり、全体的にバランスが取れていると判断した。残りの直交表もこの比率を活かすことで最良の  $F$  値は  $L_8$  直交配列表では  $F = 1.5$ 、 $L_{16}$  直交配列表では  $F = 2.6$ 、 $L_{32}$  直交配列表では  $F = 3.5$  であると結論付ける。

表 7: パターン (1),(a): [F 値探索]1

| 一括  | 消えた  | 残った   | 当たった  | 両方   |
|-----|------|-------|-------|------|
| 1.0 | 4.63 | 11.94 | 83.13 | 0.30 |
| 1.1 | 5.05 | 11.40 | 83.25 | 0.30 |
| 1.2 | 5.38 | 10.92 | 83.39 | 0.31 |
| 1.3 | 5.79 | 10.43 | 83.47 | 0.31 |
| 1.4 | 6.16 | 10.06 | 83.45 | 0.33 |
| 1.5 | 6.52 | 9.64  | 83.50 | 0.34 |
| 1.6 | 6.98 | 9.23  | 83.45 | 0.34 |
| 1.7 | 7.38 | 9.00  | 83.28 | 0.34 |
| 1.8 | 7.72 | 8.68  | 83.25 | 0.35 |
| 1.9 | 8.06 | 8.39  | 83.20 | 0.35 |
| 2.0 | 8.41 | 8.11  | 83.15 | 0.33 |

表 8: パターン (1),(a): [F 値探索]2

| 個別  | 消えた  | 残った   | 当たった  | 両方   |
|-----|------|-------|-------|------|
| 1.0 | 4.38 | 12.20 | 83.11 | 0.31 |
| 1.1 | 4.78 | 11.70 | 83.19 | 0.33 |
| 1.2 | 5.10 | 11.24 | 83.31 | 0.35 |
| 1.3 | 5.50 | 10.74 | 83.38 | 0.38 |
| 1.4 | 5.88 | 10.35 | 83.38 | 0.39 |
| 1.5 | 6.20 | 10.01 | 83.41 | 0.38 |
| 1.6 | 6.64 | 9.61  | 83.38 | 0.37 |
| 1.7 | 6.98 | 9.34  | 83.31 | 0.37 |
| 1.8 | 7.37 | 9.02  | 83.24 | 0.37 |
| 1.9 | 7.70 | 8.74  | 83.19 | 0.37 |
| 2.0 | 8.03 | 8.41  | 83.20 | 0.36 |

表 9: パターン (1),(b): [F 値探索]1

| 一括  | 消えた  | 残った  | 当たった  | 両方   |
|-----|------|------|-------|------|
| 1.0 | 3.37 | 8.29 | 88.22 | 0.12 |
| 1.1 | 3.64 | 7.85 | 88.41 | 0.10 |
| 1.2 | 3.88 | 7.41 | 88.60 | 0.11 |
| 1.3 | 4.13 | 7.21 | 88.54 | 0.12 |
| 1.4 | 4.36 | 6.95 | 88.57 | 0.12 |
| 1.5 | 4.66 | 6.70 | 88.52 | 0.12 |
| 1.6 | 5.01 | 6.48 | 88.40 | 0.11 |
| 1.7 | 5.30 | 6.18 | 88.42 | 0.10 |
| 1.8 | 5.60 | 6.02 | 88.30 | 0.08 |
| 1.9 | 5.81 | 5.82 | 88.29 | 0.08 |
| 2.0 | 6.06 | 5.66 | 88.19 | 0.09 |

表 10: パターン (1),(b): [F 値探索]2

| 個別  | 消えた  | 残った  | 当たった  | 両方   |
|-----|------|------|-------|------|
| 1.0 | 3.24 | 8.48 | 88.16 | 0.12 |
| 1.1 | 3.51 | 8.01 | 88.34 | 0.14 |
| 1.2 | 3.76 | 7.59 | 88.51 | 0.14 |
| 1.3 | 3.99 | 7.34 | 88.53 | 0.14 |
| 1.4 | 4.22 | 7.10 | 88.55 | 0.13 |
| 1.5 | 4.45 | 6.86 | 88.56 | 0.13 |
| 1.6 | 4.80 | 6.65 | 88.43 | 0.12 |
| 1.7 | 5.07 | 6.29 | 88.53 | 0.11 |
| 1.8 | 5.32 | 6.13 | 88.44 | 0.11 |
| 1.9 | 5.54 | 5.93 | 88.43 | 0.10 |
| 2.0 | 5.77 | 5.77 | 88.35 | 0.11 |

### 3.2.4 情報量基準を用いたプーリング

得られた結果の表 19~24 をみると、どの情報量基準も真のモデルに対してプーリング後のモデルが“残るはずが消えた”という誤りが大変小さい。これは、大変厳しくプーリング

表 11: パターン (1),(c): [F 値探索]1

| 一括  | 消えた   | 残った   | 当たった  | 両方   |
|-----|-------|-------|-------|------|
| 2.0 | 5.43  | 14.50 | 79.61 | 0.46 |
| 2.1 | 5.77  | 13.85 | 79.93 | 0.45 |
| 2.2 | 6.10  | 13.39 | 80.11 | 0.40 |
| 2.3 | 6.49  | 12.86 | 80.28 | 0.37 |
| 2.4 | 6.91  | 12.36 | 80.41 | 0.32 |
| 2.5 | 7.36  | 11.94 | 80.39 | 0.31 |
| 2.6 | 7.73  | 11.59 | 80.37 | 0.31 |
| 2.7 | 8.10  | 11.21 | 80.39 | 0.30 |
| 2.8 | 8.51  | 10.73 | 80.45 | 0.31 |
| 2.9 | 8.86  | 10.38 | 80.44 | 0.32 |
| 3.0 | 9.23  | 10.06 | 80.41 | 0.30 |
| 3.1 | 9.62  | 9.75  | 80.31 | 0.32 |
| 3.2 | 10.02 | 9.37  | 80.28 | 0.33 |
| 3.3 | 10.36 | 9.05  | 80.25 | 0.34 |
| 3.4 | 10.76 | 8.81  | 80.11 | 0.32 |
| 3.5 | 11.15 | 8.53  | 80.01 | 0.31 |

表 12: パターン (1),(c): [F 値探索]2

| 個別  | 消えた   | 残った   | 当たった  | 両方   |
|-----|-------|-------|-------|------|
| 2.0 | 5.11  | 15.00 | 79.40 | 0.49 |
| 2.1 | 5.42  | 14.36 | 79.74 | 0.48 |
| 2.2 | 5.68  | 14.09 | 79.78 | 0.45 |
| 2.3 | 5.96  | 13.59 | 80.03 | 0.42 |
| 2.4 | 6.31  | 13.07 | 80.22 | 0.40 |
| 2.5 | 6.73  | 12.60 | 80.28 | 0.39 |
| 2.6 | 7.02  | 12.22 | 80.37 | 0.39 |
| 2.7 | 7.37  | 11.84 | 80.43 | 0.36 |
| 2.8 | 7.84  | 11.37 | 80.44 | 0.35 |
| 2.9 | 8.29  | 10.95 | 80.40 | 0.36 |
| 3.0 | 8.65  | 10.55 | 80.49 | 0.31 |
| 3.1 | 8.96  | 10.18 | 80.54 | 0.32 |
| 3.2 | 9.20  | 9.81  | 80.65 | 0.34 |
| 3.3 | 9.54  | 9.47  | 80.65 | 0.34 |
| 3.4 | 9.92  | 9.22  | 80.54 | 0.32 |
| 3.5 | 10.30 | 8.98  | 80.40 | 0.32 |

表 13: パターン (1),(d): [F 値探索]1

| 一括  | 消えた   | 残った   | 当たった  | 両方   |
|-----|-------|-------|-------|------|
| 2.0 | 4.87  | 12.73 | 82.12 | 0.28 |
| 2.1 | 5.22  | 12.26 | 82.23 | 0.29 |
| 2.2 | 5.50  | 11.82 | 82.42 | 0.26 |
| 2.3 | 5.90  | 11.28 | 82.58 | 0.24 |
| 2.4 | 6.23  | 10.85 | 82.66 | 0.26 |
| 2.5 | 6.52  | 10.49 | 82.73 | 0.26 |
| 2.6 | 6.79  | 10.15 | 82.81 | 0.25 |
| 2.7 | 7.20  | 9.69  | 82.85 | 0.26 |
| 2.8 | 7.54  | 9.26  | 82.95 | 0.25 |
| 2.9 | 7.85  | 8.90  | 82.99 | 0.26 |
| 3.0 | 8.29  | 8.60  | 82.84 | 0.27 |
| 3.1 | 8.63  | 8.35  | 82.77 | 0.25 |
| 3.2 | 9.01  | 8.01  | 82.72 | 0.26 |
| 3.3 | 9.32  | 7.70  | 82.74 | 0.24 |
| 3.4 | 9.78  | 7.54  | 82.44 | 0.24 |
| 3.5 | 10.10 | 7.31  | 82.36 | 0.23 |

表 14: パターン (1),(d): [F 値探索]2

| 個別  | 消えた  | 残った   | 当たった  | 両方   |
|-----|------|-------|-------|------|
| 2.0 | 4.51 | 13.10 | 82.08 | 0.31 |
| 2.1 | 4.74 | 12.62 | 82.29 | 0.35 |
| 2.2 | 5.02 | 12.28 | 82.40 | 0.30 |
| 2.3 | 5.34 | 11.79 | 82.59 | 0.28 |
| 2.4 | 5.65 | 11.28 | 82.77 | 0.30 |
| 2.5 | 6.01 | 10.91 | 82.80 | 0.28 |
| 2.6 | 6.30 | 10.58 | 82.87 | 0.25 |
| 2.7 | 6.69 | 10.16 | 82.90 | 0.25 |
| 2.8 | 6.99 | 9.76  | 83.01 | 0.24 |
| 2.9 | 7.32 | 9.39  | 83.05 | 0.24 |
| 3.0 | 7.75 | 9.03  | 82.97 | 0.25 |
| 3.1 | 8.08 | 8.75  | 82.94 | 0.23 |
| 3.2 | 8.43 | 8.40  | 82.93 | 0.24 |
| 3.3 | 8.70 | 8.06  | 83.01 | 0.23 |
| 3.4 | 9.09 | 7.85  | 82.83 | 0.23 |
| 3.5 | 9.43 | 7.61  | 82.73 | 0.23 |

表 15: パターン (1),(e): [F 値探索]1

| 一括  | 消えた  | 残った  | 当たった | 両方  |
|-----|------|------|------|-----|
| 2.0 | 1.4  | 22.5 | 75.8 | 0.3 |
| 2.5 | 2.7  | 18.0 | 79.1 | 0.2 |
| 3.0 | 4.2  | 14.7 | 80.8 | 0.3 |
| 3.5 | 6.4  | 10.8 | 82.4 | 0.4 |
| 4.0 | 8.3  | 8.7  | 82.7 | 0.3 |
| 4.5 | 9.9  | 7.2  | 82.6 | 0.3 |
| 5.0 | 11.5 | 5.3  | 82.9 | 0.3 |
| 5.5 | 12.7 | 4.0  | 83.1 | 0.2 |
| 6.0 | 14.8 | 2.9  | 82.0 | 0.3 |

表 16: パターン (1),(e): [F 値探索]2

| 個別  | 消えた  | 残った  | 当たった | 両方  |
|-----|------|------|------|-----|
| 2.0 | 0.9  | 23.9 | 74.8 | 0.4 |
| 2.5 | 2.5  | 19.1 | 78.2 | 0.2 |
| 3.0 | 3.6  | 15.1 | 81.0 | 0.3 |
| 3.5 | 6.0  | 11.4 | 82.3 | 0.3 |
| 4.0 | 7.2  | 9.7  | 82.8 | 0.3 |
| 4.5 | 9.0  | 8.1  | 82.6 | 0.3 |
| 5.0 | 10.7 | 5.9  | 83.1 | 0.3 |
| 5.5 | 12.2 | 4.4  | 83.2 | 0.2 |
| 6.0 | 14.0 | 2.9  | 82.8 | 0.3 |

表 17: パターン (1),(f): [F 値探索]1

| 一括  | 消えた | 残った  | 当たった | 両方  |
|-----|-----|------|------|-----|
| 2.0 | 0.7 | 17.0 | 82.1 | 0.2 |
| 2.5 | 1.8 | 12.5 | 85.4 | 0.3 |
| 3.0 | 2.9 | 9.3  | 87.6 | 0.2 |
| 3.5 | 3.4 | 7.4  | 89.0 | 0.2 |
| 4.0 | 5.1 | 5.9  | 88.9 | 0.1 |
| 4.5 | 6.4 | 5.1  | 88.4 | 0.1 |
| 5.0 | 7.5 | 3.5  | 88.9 | 0.1 |
| 5.5 | 8.4 | 2.8  | 88.7 | 0.1 |
| 6.0 | 9.2 | 2.4  | 88.3 | 0.1 |

表 18: パターン (1),(f): [F 値探索]2

| 個別  | 消えた | 残った  | 当たった | 両方  |
|-----|-----|------|------|-----|
| 2.0 | 0.6 | 17.1 | 82.1 | 0.2 |
| 2.5 | 1.7 | 12.7 | 85.3 | 0.3 |
| 3.0 | 2.8 | 9.7  | 87.3 | 0.2 |
| 3.5 | 3.3 | 7.7  | 88.8 | 0.2 |
| 4.0 | 5.0 | 6.2  | 88.7 | 0.1 |
| 4.5 | 6.0 | 5.4  | 88.5 | 0.1 |
| 5.0 | 7.3 | 4.0  | 88.6 | 0.1 |
| 5.5 | 7.9 | 2.9  | 89.1 | 0.1 |
| 6.0 | 8.9 | 2.5  | 88.5 | 0.1 |

を行っているといえる。AIC は漸近的には  $F = 2$  に対応するといわれているが、直交配列表実験のようにデータ数が少ない場合、その乖離は大きいことが分かった。消えたという誤りを抑えたいという考えでプーリングを行う場合、情報量基準を用いたプーリングは大変有効的である。

表 19: パターン (1),(a): [IC]

|      | AIC   | CAIC  | BIC   |
|------|-------|-------|-------|
| 消えた  | 2.90  | 2.30  | 3.00  |
| 残った  | 14.84 | 16.58 | 14.54 |
| 当たった | 82.00 | 80.81 | 82.19 |
| 両方   | 0.26  | 0.31  | 0.27  |

表 20: パターン (1),(b): [IC]

|      | AIC   | CAIC  | BIC   |
|------|-------|-------|-------|
| 消えた  | 2.14  | 1.54  | 2.22  |
| 残った  | 10.40 | 11.49 | 10.25 |
| 当たった | 87.37 | 86.87 | 87.44 |
| 両方   | 0.09  | 0.10  | 0.09  |

表 21: パターン (1),(c): [IC]

|      | AIC   | CAIC  | BIC   |
|------|-------|-------|-------|
| 消えた  | 1.30  | 0.98  | 1.95  |
| 残った  | 30.59 | 33.75 | 26.26 |
| 当たった | 67.74 | 64.93 | 71.41 |
| 両方   | 0.37  | 0.34  | 0.38  |

表 22: パターン (1),(d): [IC]

|      | AIC   | CAIC  | BIC   |
|------|-------|-------|-------|
| 消えた  | 1.16  | 0.86  | 1.62  |
| 残った  | 26.93 | 30.17 | 23.07 |
| 当たった | 71.59 | 68.68 | 75.03 |
| 両方   | 0.32  | 0.29  | 0.28  |

表 23: パターン (1),(e): [IC]

|      | AIC  | CAIC | BIC  |
|------|------|------|------|
| 消えた  | 0.1  | 0.1  | 0.5  |
| 残った  | 49.1 | 53.5 | 35.9 |
| 当たった | 50.7 | 46.3 | 63.4 |
| 両方   | 0.1  | 0.1  | 0.2  |

表 24: パターン (1),(f): [IC]

|      | AIC  | CAIC | BIC  |
|------|------|------|------|
| 消えた  | 0.1  | 0.1  | 0.4  |
| 残った  | 30.9 | 35.4 | 19.5 |
| 当たった | 68.9 | 64.5 | 79.9 |
| 両方   | 0.1  | 0.0  | 0.2  |

### 3.2.5 主効果と交互作用に差をつけたプーリング

プーリングの際の  $F$  値を 2 重にして一括プーリングを行う。主効果の  $F$  値を  $F_0 = 2$  に固定し、交互作用の  $F$  値( $F_1$ ) のみの変更を検討する。 $F_1$  の候補は、 $F$  値探索の結果を参考にした。交互作用の消えたと残ったを確認するために、今までの消えたと残ったをそれぞれ“全消えた”と“全残った”とし、交互作用の消えたと残ったをそれぞれ“交消えた”と“交残った”とする。

得られた結果の表 25 ~ 30 から、 $L_8$  直交配列表では (2, 1.5)、 $L_{16}$  直交配列表では (2, 2.6)、 $L_{32}$  直交配列表では (2, 3.5) に設定するのが良いと考える。これは  $F$  値探索で最良とした値



と同じである。ただし、 $L_8$ のみ  $F_0 > F_1$  となったので実用上は違和感があるかもしれない。

表 25: パターン (1),(a): [F 値 2 重]

| $(F_0, F_1)$ | 全消えた | 交消えた | 全残った | 交残った | 当たった  | 両方   |
|--------------|------|------|------|------|-------|------|
| (2, 1)       | 7.18 | 0.0  | 9.20 | 3.89 | 83.31 | 0.31 |
| (2, 1.5)     | 7.78 | 0.0  | 8.53 | 3.16 | 83.36 | 0.33 |

表 26: パターン (1),(b): [F 値 2 重]

| $(F_0, F_1)$ | 全消えた | 交消えた | 全残った | 交残った | 当たった  | 両方   |
|--------------|------|------|------|------|-------|------|
| (2, 1)       | 3.55 | 0.24 | 8.13 | 7.67 | 88.20 | 0.12 |
| (2, 1.5)     | 4.75 | 0.31 | 6.66 | 6.24 | 88.47 | 0.12 |

表 27: パターン (1),(c): [F 値 2 重]

| $(F_0, F_1)$ | 全消えた | 交消えた | 全残った  | 交残った | 当たった  | 両方   |
|--------------|------|------|-------|------|-------|------|
| (2, 2.6)     | 7.38 | 2.83 | 11.99 | 9.39 | 80.26 | 0.37 |
| (2, 3)       | 8.74 | 3.45 | 10.68 | 8.08 | 80.22 | 0.36 |

表 28: パターン (1),(d): [F 値 2 重]

| $(F_0, F_1)$ | 全消えた | 交消えた | 全残った  | 交残った | 当たった  | 両方   |
|--------------|------|------|-------|------|-------|------|
| (2, 2.6)     | 6.74 | 2.82 | 10.18 | 9.24 | 82.82 | 0.26 |
| (2, 3)       | 8.22 | 3.48 | 8.64  | 7.85 | 82.86 | 0.28 |

表 29: パターン (1),(e): [F 値 2 重]

| $(F_0, F_1)$ | 全消えた | 交消えた | 全残った | 交残った | 当たった | 両方  |
|--------------|------|------|------|------|------|-----|
| (2, 3)       | 4.2  | 2.4  | 14.7 | 12.8 | 80.8 | 0.3 |
| (2, 3.5)     | 6.4  | 3.5  | 10.8 | 9.0  | 82.4 | 0.4 |
| (2, 4)       | 8.3  | 4.2  | 8.7  | 7.2  | 82.7 | 0.3 |
| (2, 5)       | 11.5 | 6.4  | 5.3  | 4.5  | 82.9 | 0.3 |

表 30: パターン (1),(f): [F 値 2 重]

| $(F_0, F_1)$ | 全消えた | 交消えた | 全残った | 交残った | 当たった | 両方  |
|--------------|------|------|------|------|------|-----|
| (2, 3)       | 2.9  | 1.6  | 9.3  | 7.9  | 87.6 | 0.2 |
| (2, 3.5)     | 3.4  | 1.9  | 7.5  | 6.2  | 88.9 | 0.2 |
| (2, 4)       | 5.1  | 2.4  | 6.0  | 5.0  | 88.8 | 0.1 |
| (2, 5)       | 7.5  | 3.3  | 3.6  | 2.8  | 88.8 | 0.1 |

### 3.3 手順 (2) のシミュレーション結果

直交配列表に割り付ける際、主効果を大きい順に並べ替え割り付ける方が良いのかどうかということを確認するためにデータ生成手順 (2) の実験データを用いてシミュレーションを行った。

得られた結果から、主効果を降順にした場合とそうでない場合とでは大きな差はなく、主効果を降順にした場合の方が真のモデルに対して当てはまりが悪かった。

### 3.4 手順 (3) のシミュレーション結果

実験データの条件を厳しくすることでどのような挙動を示すかを確認するためにデータ生成手順 (3) の実験データを用いてシミュレーションを行った。シミュレーションには一括プーリングと情報量基準を用いたプーリングの2つの方法を取り上げる。シミュレーション結果には、消えたものの最大値を加える。今回のシミュレーションで消えたものの最大値を“消えたの最大値”とし、3.2節で得られた消えたものの最大値を“以前の最大値”とする。

#### 3.4.1 一括プーリング

$F$  値を  $L_8$  直交配列表では  $F = 1.0, 1.5, 2.0$ 、 $L_{16}$  直交配列表では  $F = 2.0, 2.6$ 、 $L_{32}$  直交配列表では  $F = 2.0, 3.0, 3.5$  に設定してシミュレーションを行った。

表 31: パターン (3),(a): [一括]

| $F$ 値   | 1.0   | 1.5   | 2.0   |
|---------|-------|-------|-------|
| 消えた     | 15.24 | 18.81 | 21.90 |
| 残った     | 11.09 | 8.98  | 7.62  |
| 当たった    | 72.51 | 71.20 | 69.65 |
| 両方      | 1.16  | 1.01  | 8.30  |
| 消えたの最大値 | 0.35  | 0.40  | 0.40  |
| 以前の最大値  | 0.33  | 0.34  | 0.42  |

表 32: パターン (3),(b): [一括]

| $F$ 値   | 1.0   | 1.5   | 2.0   |
|---------|-------|-------|-------|
| 消えた     | 11.31 | 14.03 | 16.30 |
| 残った     | 8.04  | 6.46  | 5.43  |
| 当たった    | 80.28 | 79.15 | 77.95 |
| 両方      | 0.37  | 0.36  | 0.32  |
| 消えたの最大値 | 0.30  | 0.32  | 0.36  |
| 以前の最大値  | 0.33  | 0.33  | 0.35  |

表 33: パターン (3),(c): [一括]

| $F$ 値   | 2.0   | 2.6   |
|---------|-------|-------|
| 消えた     | 30.08 | 34.72 |
| 残った     | 11.09 | 8.72  |
| 当たった    | 54.96 | 53.48 |
| 両方      | 3.87  | 3.08  |
| 消えたの最大値 | 0.24  | 0.26  |
| 以前の最大値  | 0.23  | 0.30  |

表 34: パターン (3),(d): [一括]

| $F$ 値   | 2.0   | 2.6   |
|---------|-------|-------|
| 消えた     | 27.93 | 31.97 |
| 残った     | 10.21 | 7.90  |
| 当たった    | 59.06 | 57.75 |
| 両方      | 2.80  | 2.38  |
| 消えたの最大値 | 0.24  | 0.26  |
| 以前の最大値  | 0.23  | 0.26  |

表 35: パターン (3),(e): [一括]

| $F$ 値   | 2.0  | 3.0  | 3.5  |
|---------|------|------|------|
| 消えた     | 40.1 | 48.8 | 53.6 |
| 残った     | 11.9 | 7.3  | 5.1  |
| 当たった    | 37.1 | 36.2 | 35.3 |
| 両方      | 10.9 | 7.7  | 6.0  |
| 消えたの最大値 | 0.13 | 0.14 | 0.14 |
| 以前の最大値  | 0.14 | 0.15 | 0.19 |

表 36: パターン (3),(f): [一括]

| $F$ 値   | 2.0  | 3.0  | 3.5  |
|---------|------|------|------|
| 消えた     | 31.0 | 39.5 | 42.4 |
| 残った     | 11.6 | 6.2  | 4.8  |
| 当たった    | 51.8 | 51.0 | 50.3 |
| 両方      | 5.6  | 3.3  | 2.5  |
| 消えたの最大値 | 0.13 | 0.13 | 0.14 |
| 以前の最大値  | 0.14 | 0.14 | 0.14 |

得られた結果の表 31 ~ 36 から、すべての直交配列表で消えたの割合が高く、プーリングとしては問題であるが、消えたの最大値と以前の最大値を比べると差はないことから、大きくない効果を誤差にプールしているために消えたの割合が高くなっていることがわかる。

### 3.4.2 情報量基準を用いたプーリング

得られた結果の表 37~42 から、3.2.4 節で得られた結果よりも消えたの割合が高くなっているが、AIC を例にとると、消えたの最大値と以前の最大値を比べると差はなく、効果のない要因を誤差にプールしていることがわかる。今回の結果からも消えたという誤りを抑えたいという考えでプーリングを行う場合、情報量基準を用いたプーリングは大変有効的である。

表 37: パターン (3),(a): [IC]

|         | AIC   | CAIC  | BIC   |
|---------|-------|-------|-------|
| 消えた     | 11.95 | 10.12 | 12.15 |
| 残った     | 13.99 | 15.68 | 13.67 |
| 当たった    | 72.96 | 73.03 | 73.06 |
| 両方      | 1.10  | 1.17  | 1.12  |
| 消えたの最大値 | 0.30  |       |       |
| 以前の最大値  | 0.33  |       |       |

表 38: パターン (3),(b): [IC]

|         | AIC   | CAIC  | BIC   |
|---------|-------|-------|-------|
| 消えた     | 8.80  | 7.56  | 8.93  |
| 残った     | 10.05 | 11.16 | 9.90  |
| 当たった    | 80.71 | 80.85 | 80.73 |
| 両方      | 0.44  | 0.43  | 0.44  |
| 消えたの最大値 | 0.26  |       |       |
| 以前の最大値  | 0.33  |       |       |

表 39: パターン (3),(c): [IC]

|         | AIC   | CAIC  | BIC   |
|---------|-------|-------|-------|
| 消えた     | 14.77 | 12.24 | 18.17 |
| 残った     | 25.73 | 28.87 | 21.71 |
| 当たった    | 54.45 | 53.75 | 55.39 |
| 両方      | 5.05  | 5.14  | 4.73  |
| 消えたの最大値 | 0.18  |       |       |
| 以前の最大値  | 0.20  |       |       |

表 40: パターン (3),(d): [IC]

|         | AIC   | CAIC  | BIC   |
|---------|-------|-------|-------|
| 消えた     | 14.07 | 11.78 | 17.11 |
| 残った     | 23.60 | 26.80 | 19.88 |
| 当たった    | 58.74 | 57.79 | 59.65 |
| 両方      | 3.59  | 3.63  | 3.36  |
| 消えたの最大値 | 0.20  |       |       |
| 以前の最大値  | 0.20  |       |       |

表 41: パターン (3),(e): [IC]

|         | AIC  | CAIC | BIC  |
|---------|------|------|------|
| 消えた     | 17.3 | 13.1 | 27.1 |
| 残った     | 33.6 | 37.9 | 21.2 |
| 当たった    | 33.6 | 33.3 | 37.1 |
| 両方      | 15.5 | 15.7 | 14.6 |
| 消えたの最大値 | 0.12 |      |      |
| 以前の最大値  | 0.13 |      |      |

表 42: パターン (3),(f): [IC]

|         | AIC  | CAIC | BIC  |
|---------|------|------|------|
| 消えた     | 19.5 | 15.1 | 29.2 |
| 残った     | 23.4 | 27.5 | 13.4 |
| 当たった    | 49.6 | 49.6 | 51.6 |
| 両方      | 7.5  | 7.8  | 5.8  |
| 消えたの最大値 | 0.12 |      |      |
| 以前の最大値  | 0.12 |      |      |

## 4 基準に関する考察

一括プーリングと個別プーリングの両方ともプーリングの基準は  $F$  値のみで十分であると考えられる。同じ直交配列表を用いて、既知誤差の個数を同じにした場合でも選択した誤差項によってモデルの当てはまり具合が変わる。一括プーリングと個別プーリングを比較した場合に、大きな差があるとは言えず、分析効率を考えると一括プーリングした方が良いと考える。主効果を降順にした場合とそうでない場合では、大きな差はなく、プーリングに影響しない。

$F = 2$  は重回帰分析で変数選択の基準として用いられ大変良い基準であるが、 $L_8$  直交配列表は  $F = 2$  よりも小さな値 ( $F = 1.5$ )、 $L_{16}$  直交配列表は  $F = 2$  よりも大きな値 ( $F = 2.6$ )、 $L_{32}$  直交配列表は  $F = 2$  よりもさらに大きな値 ( $F = 3.5$ ) を基準値とすることを薦める。

$F = 2$  を採用するのであれば、主効果のみ  $F = 2$  とし、交互作用は  $L_8$  直交配列表では  $F = 1.5$ 、 $L_{16}$  直交配列表では  $F = 2.6$ 、 $L_{32}$  直交配列表では  $F = 3.5$  とし、交互作用の  $F$  値を変えて分析することを薦める。

“残るはずが消えた”という誤りを抑えたいという考えでプーリングを行う場合、 $F$  値を基準としてプーリングを行うよりも情報量基準を用いたプーリングを行うことを薦める。なお、どの情報量基準を用いるかには大きな差はない。

## 5 おわりに

本論文では、効果のない要因を誤差にプールするかどうかの基準は  $F$  値のみで十分であることがわかり、各直交配列表で用いる  $F$  値の基準を設定することができた。また、情報量基準をプーリングに導入することで、 $F$  値よりも厳しい条件の下でプーリングを行うことを可能にした。

## 参考文献

- [1] Sugiura, N : Further analysis of the data by Akaike's information criterion and the finite corrections, Communications in Statistics, Theory and Methods, Vol.7, pp.13-26(1978).
- [2] 永田 靖 : 直交表におけるプーリングを伴った誤差分散の推定, 品質, Vol.19, No.1, pp.12-19(1989).
- [3] 永田 靖 : 入門実験計画法, 日科技連 (2000).
- [4] 小西 貞則, 北川 源四郎 : 2 シリーズ予測と発見の科学情報量基準, 朝倉書店 (2004).