シュタッケルベルグ型ハブ配置モデル†

佐々木 美裕
南山大学 数理情報学部
福島 雅夫
京都大学大学院 情報学研究科

概 要

この論文では，競合を考慮したハブ配置モデルとして，新しくシュタッケルベルグ型ハブ配置モデルを提案する．シュタッケルベルグ型ハブ配置問題とは，先手である１つの大規模な航空会社とそれに追随する複数の中小規模の航空会社が，互いに利益最大化を目的にハブを配置する問題である．後手である中小の会社は，大会社の配置を知った上でハブを配置し，大会社は，あとから配置する中小の会社の配置を予測して配置する．この問題を先手会社の二段階最適化問題として定式化し，逐次２次計画法を用いて最適配置を求める．

1　はじめに

ハブは，航空輸送やトラック輸送のネットワークをはじめ，さまざまなネットワークの設計において重要な役割を果たしている．そのため，この１０数年にわたり，多くの研究者がハブの配置問題に注目し，さまざまなモデルやその解法を提案してきた．ハブ配置モデルには主に３つの分類の方法がある．配置する空間による分類，ハブでないノードのハブへの割り当て規則による分類，経由するハブの数による分類である．配置する空間によって分類すれば，離散型モデルと連続型モデルに分類できる．前者は，あらかじめ与えられた有限個の候補点からハブを選択するモデルであり，今までに最も多く研究の対象とされてきた．一方後者は，平面上の任意の点に配置可能としたモデルである．割り当て規則によって分類すれば，Single Allocation モデルと Multiple Allocation モデルに分類できる．前者は，ハブでない各ノードは唯一のハブに接続することを仮定としたもので，後者は，複数のハブに接続することを許したモデルである．また，経由するハブの数によって分類すれば，経由するハブを最大 2 とした 2-stop モデルと最大 1 とした 1-stop モデルに分類できる．

ハブ配置モデルの研究は，O’Kelly [15] が，離散型 2-stop Single Allocation モデルを提案し，２次整数計画法として定式化したことにはじまる．O’Kelly のモデルは，1980 年代

†本研究は，南山大学パッヘ I-A の助成を受けた．

に主に研究の対象となったモデルである．90 年代以降は，同じく離散型 2-stop の Multiple Allocation モデルが研究の対象へと移っていった [2, 3, 9, 10, 22].

一般に, 2-stop モデルでは変数と制約条件の数が非常に多くなるため，比較的規模の小さい問題でも厳密解を求めるのは困難になることが多い．佐々木ら [18, 19] は，離散型 1-stop Multiple allocation モデルを考えた．1-stop モデルは，2-stop モデルに比べると変数の数が減るので，厳密解を求めることが可能となる．最近では，離散型 2-stop モデルに対する新しい定式化の研究が注目を浴びている．特に，Skorin-Kapov ら [23] は，新しく定式化した問題の線形緩和問題を解くことにより，しばしば整数解が得られることを示した．それまでの定式化では，線形緩和問題を解いてもほとんど整数解を得られることはなく，この研究は注目を浴びた．O'Kelly ら [17] は，さらに問題のサイズを縮小し，ほとんどのテスト問題において，線形緩和問題を問いた結果，整数解が得られたと報告している．また，Ernst ら [5, 6, 7] は，離散型 2-stop モデルを多品種流問題として定式化することにより，変数と制約条件の数を減らし，最短路問題を解いて得られる下界値を元に，近似解法だけでなく，実用的な厳密解法も提案している．

連続型モデルに関する研究の歴史は離散型モデルよりも古く，O'Kelly [14] が定式化を与えたのがはじまりである．このモデルでは，需要は離散的に分布し，ハブは平面上の任意の場所に配置できるとしている．O'Kelly [16] は，平面上のハブ配置モデルに対するクラスタ法を用いた解法を提案した．一方，Aykin [1] は，平面上だけでなく球面上のハブ配置モデルを提案した．これらの連続型モデルは，すべて需要は離散的に分布していることを仮定しているが，Suzuki ら [24] は，需要も連続的に分布している場合のモデルとボロノイ図を用いた解法を提案した．連続モデルを扱うことの大きなメリットは，問題のサイズが大きくなっても一般に計算時間はそれほど大きな影響を受けないことにある．

これまで述べたように，さまざまなタイプのモデルとその解法がが提案されてきた．しかしながら，競合を考慮したハブ配置モデルはまだあまり研究されていない．実際には，他社との競合が生じるのは必然であり，また，競合があるために自社のハブの配置が変化することも容易に想像できる．佐々木ら [20] は，同じ規模の競合する 2 社が順にハブを配置する場合の連続型モデルを考え，先手の問題を 2 段階の最適化問題として定式化した．また，計算機実験の結果，競合会社の存在を無視して配置した場合に被る利益損失が大きいことを示した．Marianov ら [11] は，離散型の競合ハブ配置モデルを提案した．このモデルは，すでに参入した会社がいるマーケットに新たに参入するときに，競合相手から奪う乗客数を最大にすることを目的としたいわゆる maximum capture problem タイプのモデルである．

本論文では，[20] の自然な一般化として，規模の異なる複数の航空会社が競合する場合の連続型 1-stop ハブ配置モデルについて考える．マーケット全体にサービスを提供しようとする大手の航空会社 1 社とマーケットの一部にサービスを提供しようとする m 社

が存在し，現状では，ハブは1つも配置されていないものとする．大手の会社が1つのハブを配置した後で，他の中小の会社がそれぞれ1つずつ同時にハブを配置するものとする．このモデルを，2段階最適化問題として定式化し，逐次2次計画法を用いて解を求める．このモデルは，いわゆる競合する複数の会社によるシュタッケルベルグ・ゲーム [13] であるので，このモデルをシュタッケルベルグ型ハブ配置モデルと呼ぶ．次節以降の構成は以下のとおりである．第2節では，シュタッケルベルグ型配置モデルの詳細を説明する．第3節では，このモデルを定式化する．第4節では，計算機実験の結果を報告し，第5節で今後の課題を含め，結論について述べる．

2　シュタッケルベルグ型ハブ配置モデル

前節で述べたように，近年，ハブ配置モデルに対するさまざまな拡張がなされている [21]．これらのモデルに共通して言えることは，常に意思決定者 (会社) がマーケット全体を独占できると暗に仮定していることである．言い換えると，ハブの配置にかかわらず，必ず1つの会社がすべての利用者を獲得できるということである．この仮定のもとでは，利用者には他の選択肢がないので，どんな不都合なサービスでも必要であれば利用せざるを得ない．結果として，利用者の好みやサービスの利便性を考慮せず会社の都合によってハブが配置されることになる．実際には，複数のサービスが複数の会社から提供され，利用者が自分にとって都合のよいサービスを選ぶのが自然である．このような状況を反映するためにも，競合ハブ配置モデルを考えることが重要となる．

競合の要素をモデルに採り入れることにより，新たに，利用者の好みをどのように反映するかという問題が浮上する．一般的には，利用者の配分は，サービスの便利度や不便度に関する適当な割り当て規則によって配分されると仮定することが多い．配分規則の一例として，all-or-nothing 割り当て規則が挙げられる．これは，複数のサービスが存在するときに，唯一のサービスを全員が利用し，他のサービスは誰も利用しないというタイプの配分規則であり，Marianov ら [11] は，この規則を用いている．競合を考慮しないモデルでも Multiple Allocation モデルでハブが複数ある場合には1つの OD ペアに対して複数のサービスが存在することになるが，多くの論文では，all-or-nothing 割り当て規則が用いられている．一般的に，ある基準でサービスの不便度を計ったときに，不便度が同じであるサービスであっても，利用者によって不便と思うかどうかはまちまちであり，すべての人が同じサービスを選択するとは限らない．本論文では，[20] と同様に，サービスの不便度に関するロジット関数 [12] に従って利用者が配分されるものとする．ロジット関数は，このような状況における利用者のの配分を表す関数としてしばしば用いられている．ここで，サービスの不便度とは，直行便で目的地まで行く際の距離に対するハブ経由の移動距離で計算するものとする．すなわち，遠回りのサービスは不便度が高く，

そうでない場合は不便度が低くなる．サービスの価格 (運賃) に関しては，OD ペアが同じであればすべて同じであると仮定し，価格競争はないものとする．例えば，k 種類のサービスが利用可能である OD ペアにおいて，それぞれのサービスの不便度を $u_i, i = 1, \cdots, k$ で表すとき，サービス i が獲得する利用者の割合は

$$L_i(u) = \frac{\exp[-\alpha u_i]}{\sum_{j=1}^{k} \exp[-\alpha u_j]}, \quad i = 1, \cdots, k, \tag{1}$$

で与えられるものとする．ただし，$\alpha > 0$ は適当なパラメータであり，α が大きくなるにつれて all-or-nothing の配分に近付く．

競合する会社の中にも，マーケット全体にサービスを提供する大規模な会社から一部地域のみにサービスを提供する小規模な会社までさまざまな規模のものが存在するのが一般的である．本論文では，利益最大化を目的とする 1 つの大規模な会社と，同じく利益最大化を目的とするその他複数の中小規模の会社がそれぞれ 1 つずつハブを平面上に配置する問題をモデル化する．一般に，大規模な会社はマーケットに与える影響力も大きく，中小規模の会社は大規模な会社に追随することが多い．そこで，大規模な会社を先手とし，中小規模の会社を後手として考える．後手が提供するサービスは先手が提供するサービスの部分集合とし，後手同士のサービスの集合は互いに素であり，後手同士には競合はないものとする．また，先手がハブを配置したあと，後手の会社は同時にハブを配置するものとする．後手は，先手の配置を知った上で自社のハブの配置を決定し，先手は，各後手が最適配置をすると予測して自社のハブの配置を決定する．ハブは経由するだけの施設とし，ハブ自身には需要はないものと仮定する．また，容量制約もないものとする．サービスはすべて 1-stop サービスとし，2 つ以上のハブを経由したり，直行便で目的地に到達することはないとする．

このような先手と後手に分かれる競合配置モデルの例として，Hakimi[8] のモデルが挙げられる．Hakimi は，重みつきネットワーク上で先手が p 個の施設を配置したあと後手が r 個の施設を配置する競合配置問題を考えた．利用者は施設までの距離が最も近い施設のみを利用すると仮定した all-or-nothing 割り当て規則を用いた．ただし，利用者から見て，先手の施設と後手の施設までの距離が同じ場合は，先手の施設を利用するとしている．先手の問題をセントロイド問題，後手の問題をメジアノイド問題と呼ぶ．シュタッケルベルグ型ハブ配置モデルは，後手の数を m に一般化した競合配置問題の平面上のハブ配置モデルへの拡張と考えることができる．次の節では，シュタッケルベルグ型ハブ配置モデルを 2 段階最適化問題として定式化する．

3 定式化

先手である大規模会社を A 社とし，後手となる m 個の中小の会社を $\mathrm{B}_1, \cdots, \mathrm{B}_m$ 社とする．それぞれの会社の決定変数を以下のように表す．

x: A 社のハブの配置, $x \in \Re^2$,
y_l: B_l 社のハブの配置, $y_l \in \Re^2, l = 1, \cdots, m$.

また，次の記号を定義する．

N: 需要点 (ノード) の集合, $|N| = n$,
d_i: 需要点 $i \in N$ の座標, $d_i \in \Re^2$,
M: 後手となる会社を表す添字集合, $M = \{1, \cdots, m\}$,
Π: OD ペアの集合, $\Pi \subseteq N \times N$,
Π_A: A 社がサービスを提供する OD ペアの集合, $\Pi_A \subseteq \Pi$,
Π_{B_l}: B_l 社がサービスを提供する OD ペアの集合, $\Pi_{B_l} \subseteq \Pi_A,\ l = 1, \cdots, m$, $(\Pi_{B_l} \cap \Pi_{B_{l'}} = \emptyset, l \neq l')$,
W_π: OD ペア $\pi \in \Pi$ の需要,
F_π: OD ペア $\pi \in \Pi$ に対する価格 (運賃),
$D_\pi(w)$: 座標が $w \in \Re^2$ であるハブを経由したときの OD ペア $\pi = (i, j)$ 間の移動距離.

ノード 間の距離は，ユークリッド 距離で計るものとする．従って，各 OD ペア $\pi = (i, j)$ の移動距離 $D_\pi(w)$ は次のように与えられる．

$$\| w - d_i \| + \| w - d_j \|, \quad w \in \Re^2$$

ここで，$\| \cdot \|$ はユークリッド 距離を表すものとする．各社は，自社が配置したハブを利用したサービスを提供する．同じ OD ペアにおいて利用可能なサービスが複数あるので，乗客は都合のよいサービスを選択して利用することになる．本論文では，前述したとおり，乗客の各サービスへの配分は各サービスの不便度に関するロジット関数 (1) に従うものとする．ここで，OD ペア $\pi = (i, j)$ に対して $w \in \Re^2$ に配置されたハブを経由したサービスを提供した場合，このサービスの不便度は，OD ペア $\pi = (i, j)$ 間の直線距離に対する実際の移動距離の比 $D_\pi(w)/ \| d_i - d_j \|$ で表すことにする．ただし，サービスを提供していない OD ペアに関する不便度は ∞ とする．従って，A 社，B_l 社が提供するサービスの不便度は次のように表される．

$$\eta_\pi^A(w) = \begin{cases} D_\pi(w)/ \| d_i - d_j \| & \pi \in \Pi_A \text{ のとき} \\ \infty & \pi \notin \Pi_A \text{ のとき} \end{cases}$$

$$\eta_\pi^{B_l}(w) = \begin{cases} D_\pi(w)/ \| d_i - d_j \| & \pi \in \Pi_{B_l} \text{ のとき} \\ \infty & \pi \notin \Pi_{B_l} \text{ のとき} \end{cases}, \qquad \forall l \in M.$$

今，A 社，B_l 社 $(l=1,\cdots,m)$ がそれぞれ $x\in\Re^2$，$y_l\in\Re^2(l=1,\cdots,m)$ にハブを配置したと仮定しよう．そのとき，OD ペア π において A 社のサービスを利用する乗客数は

$$\Phi_\pi(x,y_1,\cdots,y_m)=\frac{W_\pi\exp[-\kappa\eta_\pi^A(x)]}{\exp[-\kappa\eta_\pi^A(x)]+\sum_{l\in M}\exp[-\kappa\eta_\pi^{B_l}(y_l)]}$$

となる．ただし，$\kappa>0$ は適当なパラメータである．仮定より，$\Pi_{B_l}\cap\Pi_{B_{l'}}=\emptyset(l\neq l')$ であるから，各 $\pi\in\Pi$ に対して，$\pi\in\Pi_{B_l}$ であるような l は高々1つである．したがって，そのような l のみを用いて $\Phi(x,y_1,\cdots,y_m)$ の表現は，

$$\Phi_\pi(x,y_1,\cdots,y_m)=\frac{W_\pi\exp[-\kappa\eta_\pi^A(x)]}{\exp[-\kappa\eta_\pi^A(x)]+\exp[-\kappa\eta_\pi^{B_l}(y_l)]}$$

と簡略化できる．同様に，OD ペア $\pi\in\Pi_{B_l}$ において B_l 社のサービスを利用する乗客数は，

$$\Psi_\pi^l(x,y_l)=\frac{W_\pi\exp[-\kappa\eta_\pi^{B_l}(y_l)]}{\exp[-\kappa\eta_\pi^A(x)]+\exp[-\kappa\eta_\pi^{B_l}(y_l)]}$$

と表すことができる．以上により，A 社の総収入 $f(x,y_1,\cdots,y_m)$ と B_l 社の総収入 $g_l(x,y_l)$ は，それぞれ以下のように表すことができる．

$$f(x,y_1,\cdots,y_m)=\sum_{\pi\in\Pi_A}F_\pi\Phi_\pi(x,y_1,\cdots,y_m),$$

$$g_l(x,y_l)=\sum_{\pi\in\Pi_{B_l}}F_\pi\Psi_\pi^l(x,y_l),\qquad\forall l\in M.$$

B_l 社は A 社のハブの配置を知った上で自社のハブを配置することになるので，B_l 社の問題は次のように表すことができる．

[SHLP-B_l]

$$\begin{array}{ll}\text{maximize}_{y_l} & g_l(x,y_l)\\ \text{subject to} & y_l\in Y_l\subseteq\Re^2\ ,\end{array}$$

ただし，Y_l はそれぞれ B_l 社のハブの配置に関する実行可能領域である．

A 社の配置 x が与えられたとき，後手である B_l 社は，それぞれ SHLP-B_l を解くことによって，常に最適配置を求めることができる．従って，先手である A 社からみると各 B_l 社のハブの配置が最適配置であることが制約条件となる．すなわち，$y_l\in\arg\max\{g_l(x,y_l)|y_l\in Y_l\subseteq\Re^2\}$ が A 社の問題の制約条件となる．以上により，A 社の問題は次のような 2 段階の最適化問題となる．

$$\begin{array}{ll}\text{maximize} & f(x,y_1,\cdots,y_m)\\ \text{subject to} & x\in X\subseteq\Re^2\\ & y_l\in\arg\max\{g_l(x,y_l)|y_l\in Y_l\subseteq\Re^2\},\quad\forall l\in M.\end{array}$$

ここで， X は A 社のハブの配置に関する実行可能領域である．次に，問題 SHLP-B$_l$ が任意の x に対して唯一の最適解を持つと仮定し，

$$\xi_l(x) = \mathrm{argmax}_{y_l \in Y_l} g_l(x, y_l), \quad \forall l \in M,$$

とおくと，$f(x, y_1, \cdots, y_m)$ は，x のみの関数 $f(x, \xi_1(x), \cdots, \xi_m(x))$ と表すことができる．そこで，$\Theta(x) = f(x, \xi_1(x), \cdots, \xi_m(x))$ と定義すると，A 社の問題は次のように書き直すことができる．

シュタッケルベルグ型ハブ配置モデル：SHLP

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & \Theta(x) \\ \text{subject to} & x \in X \subseteq \Re^2. \end{array}$$

特に，$X = \Re^2$ のとき，この問題は制約なし最適化問題となる．制約条件 $y_l \in Y_l$ があるとき，SHLP-B$_l$ の最適解 $\xi_l(x)$ は一般に x に関して滑らかではないので，SHLP の目的関数 $\Theta(x)$ も滑らかではない．しかし，SHLP-B$_l$ の最適解 $\xi_l(x)$ が Y_l の内部にあれば, 実質的に SHLP-B$_l$ は制約なし問題となり，後手の問題が常に唯一の解をもつときには，$\xi_l(x)$ は滑らかになる．このとき，$\Theta(x)$ は x に関して滑らかとなり，勾配法等のアルゴリズムの適用が可能となる．通常，先手がどんな配置をしようと後手の最適配置はノード集合の凸包の内側に存在すると考えられるので，Y_l をノード集合の凸包を包含する領域とすれば，最適解 $\xi_l(x)$ は Y_l の内部にあると仮定できる．

4　数値実験

本節では，前節で提案したシュタッケルベルグ型ハブ配置モデル SHLP に対する計算機実験の結果について報告する．シュタッケルベルグ型ハブ配置モデルの解を求めるプログラムを Matlab 5 の最適化ツールボックス [4] に組み込まれている制約付非線形計画問題用の関数 fmincon を用いて作成した．fmincon は，BFGS 公式に基づく逐次 2 次計画法のプログラムである．需要データは，1975 年に CAB(Civil Aeronautics Board) が報告したアメリカ合衆国 25 都市の需要データを元に作成し，運賃データは，www.airfare.com で公開されている実運賃データを用いた．先手である A 社は，25 都市間すべて合計 300 個の OD ペアにサービスを提供しているものとし，後手会社の数は 2 とした．制約領域は，北緯 20 °から 50 °まで，西経 70 °から 130 °までとした．

競合する会社が存在しない場合，前述したとおり，会社はどんな不便なサービスを提供しても乗客を 100%獲得できる．この場合，会社は乗客の便利性を考えずに自社の設置費用を最小にするために重みなしメディアンに配置することが予想される．そこで、A 社が競合を考慮せずに重みなしメディアンにハブを配置した場合の結果と，競合を考慮して配置した場合の結果を比較する．

表 1: テストデータ No.1 〜 No.7

No.	B_1 社のサービス集合	市場規模
1	需要の多い OD ペア 1 位〜 150 位	82.06%
2	収入の多い OD ペア 1 位〜 150 位	85.00%
3	ランダムに選んだ 150OD ペア	48.87%
4	需要の多い 6 都市に接続するすべての OD ペア (129 ペア)	73.67%
5	需要の多い 2 都市に接続するすべての OD ペア (47 ペア)	45.84%
6	最も需要の多い都市に接続するすべての OD ペア (24 ペア)	33.77%
7	中西部に位置する 8 都市に接続するすべての OD ペア (164 ペア)	47.57%

後手会社がサービスを提供する OD ペアのデータに関しては，OD ペアごとに特定の都市を中心にサービスを展開している状況や，地域を限定せずにいくつかの OD ペアにサービスを提供する状況を想定して 7 つのテストデータ (No.1 〜 No.7) を作成した．表 1 に各データの説明を記した．ここで，需要の多い 6 都市とは 1 位から順に，ニューヨーク，シカゴ，ロサンゼルス，ボストン，ワシントン D.C.，マイアミである．また，No.7 の中西部の 8 都市とは，シアトル，サンフランシスコ，ロサンゼルス，フェニックス，デンバー，ダラス，カンザスシティ，ミネアポリスである．市場規模とは，そのサービス集合から得られる運賃収入の 25 都市の収入全体に対する割合である．表中では，B_1 社のサービスについてのみ記したが，B_2 社のサービス集合は全体の OD ペア集合から B_1 社のサービス集合を除いたものとした．すなわち，すべての OD ペアにおいて，A 社にとって必ず B_1 社か B_2 社のどちらかが競合する状況となっている．

これらのデータを用いて行った実験の結果を表 2 に示す．各テストごとに，上段は A 社が SHLP の最適配置にハブを配置した場合，下段は A 社が重みなしメディアンにハブを配置した場合の結果を表している．シェアは，(各社が得る収益/3 社の収益合計) で表す．( ) 内に▲で示した数値は，シェアの減少率を表している．「B_1 エリア」と「B_2 エリア」の列は，それぞれ，B_1 社と B_2 社のサービス集合内における自社のシェア，すなわち，(B_1 社が得る収益/B_1 エリアにおける A 社と B_1 社の収益の合計) と (B_2 社が得る収益/B_2 エリアにおける A 社と B_2 社の収益の合計) を表している．図 1, 図 2, 図 3 は，それぞれ No.5，No.6，No.7 の結果を図示したものである．図中の○は，需要点である２５都市を表している．白抜きの記号が SHLP の最適配置であり，それぞれ□が A 社の配置，△が B_1 社の配置，◇が B_2 社の配置を表している．一方，黒塗りの記号が A 社が重みなしメディアンに配置した場合の配置であり，それぞれ，■が A 社の配置，▲が B_1 社の配置，◆が B_2 社の配置である．

これらの結果から，すべてのテストにおいて，A 社が B_1 社，B_2 社との競合を考慮して配置した場合，重みなしメディアンに配置した場合に比べてシェアが増加しているこ

表 2: SHLP:各社のシェアの変化：単位 %

No.	A 社のシェア	B_1 社のシェア		B_2 社のシェア	
		全体	B_1 エリア	全体	B_2 エリア
1	48.25	41.36	50.41	10.38	57.87
	42.76 (▲ 11.39%)	48.13	58.65	9.11	50.77
2	48.35	42.77	50.32	8.88	59.20
	42.61 (▲ 11.87%)	49.61	58.36	7.78	51.89
3	49.75	24.39	49.92	25.86	50.57
	42.95 (▲ 13.66%)	29.83	61.06	27.21	53.22
4	45.83	38.24	51.91	15.93	60.51
	41.94 (▲ 8.48%)	44.86	60.89	13.20	50.12
5	46.62	25.78	56.23	27.60	50.97
	42.11 (▲ 9.68%)	30.12	65.70	27.77	51.28
6	41.21	21.74	64.38	37.05	55.93
	39.78 (▲ 3.48%)	25.56	75.70	34.65	52.32
7	39.92	33.18	69.75	26.90	51.30
	33.77 (▲ 15.40%)	28.14	59.15	38.09	72.65

とがわかる．また，ハブの配置も大きく変わっていることが図から確認できる．B_1 社と B_2 社の市場規模の差が A 社のシェアに与える影響については明らかではない．たとえば，後手 2 社の市場規模がほぼ同じである No.3, No.5, No.7 を見比べても A 社のシェアの落ち込みは，10%未満から 15%超までにわたっている．No.7 は，B_1 社が中西部を拠点としてサービスを提供している場合の結果である．この場合，A 社が SHLP による最適配置を行ったとしても，B_1 社は 70%近いシェアを確保している．このように，後手会社がある地域に限定してサービスを提供することにより，大きなシェアを確保できる場合があるという結果は興味深い．No.6 では，B_1 社が最も需要の多いニューヨークを拠点にサービスを展開しているため，B_1 社の最適配置は A 社の配置に関わりなくニューヨーク付近となり，実質的にはすべてのサービスを直行便で提供することになる．一方で，A 社は B_1 社がサービスを提供している OD ペアに対して乗り換えを要するサービスを提供しているが，図 2 からもわかるように，ニューヨークを出発地とする便に関しては，南部やニューヨーク近辺の都市を目的地とする便を除いて比較的移動距離が短いサービスとなっている．そのため，A 社は 35%近いシェアを確保していると考えられる．サービスの不便度を移動距離だけで決めるのではなく，直行便も考慮に入れて決定すれば，B_1 社のシェアがもっと大きくなることが予想される．実際に，中小の航空会社では，一部地域において格安の直行便サービスを提供することが多いので，直行便を考慮して SHLP を一般化することも今後の課題として挙げられる．

図 1: テスト No.5 の結果

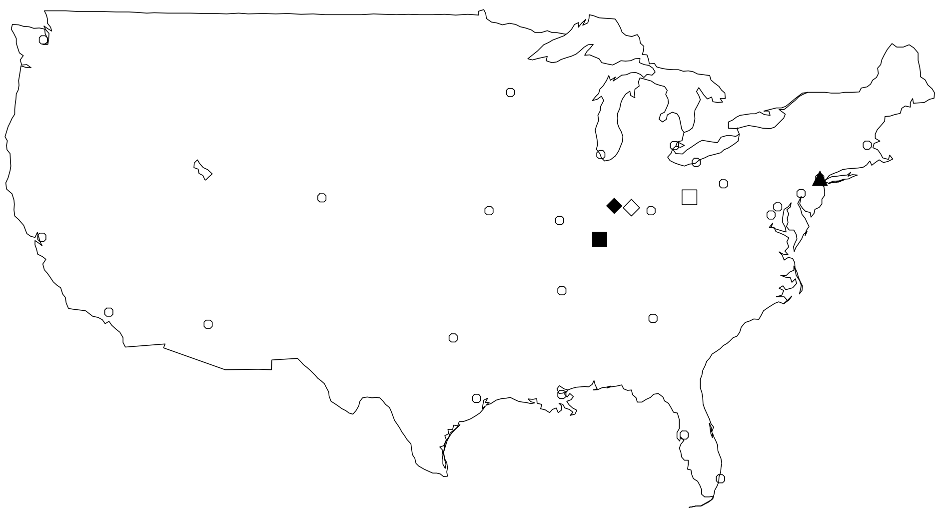

図 2: テスト No.6 の結果

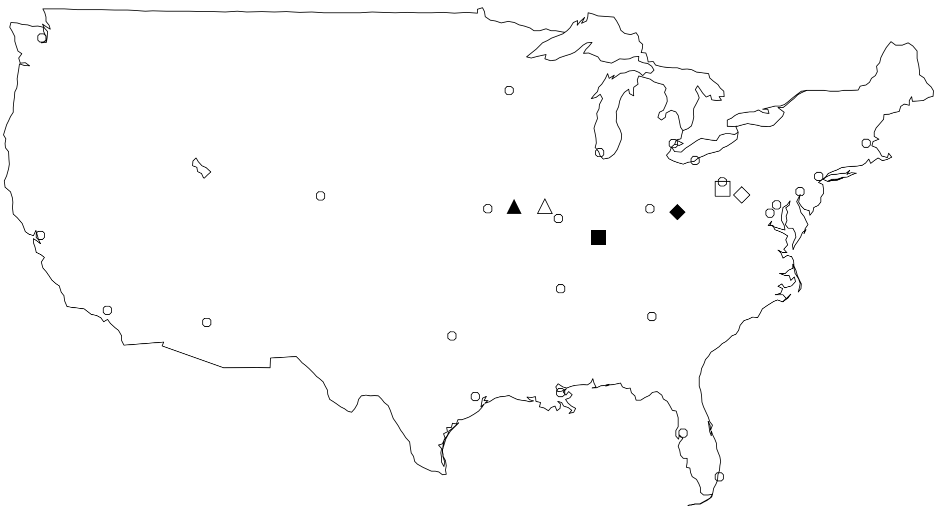

図 3: テスト No.7 の結果

5 おわりに

本論文では，競合のあるハブ配置問題として，シュタッケルベルグ型ハブ配置問題を提案し，モデル化した．また，具体的なデータを用い，後手会社を 2 社に絞って，計算機実験を行い，競争を考慮して配置した場合と競争を無視して配置した場合のハブの配置とシェアを比較した．その結果，両者の結果には大きな差があることが確認できた．今回のモデルでは，後手同士の競争はないものと仮定し，競争を考えたモデルとしてはシンプルなものではあったが，規模の違う複数の会社が競合してハブを配置する場合を考慮したモデルとしては最初のモデルである．今後，後手同士にも競合が存在する場合や，直行便サービスも含めて競合する場合など，さらに一般的な競争を考えれば，結果も変わってくるだろう．この点については，今後の課題としたい．また，逆に後手同士には競争がないことを利用し，複数の後手が競争ではなく協力して先手と競争するモデルも考えられる．本論文での数値実験の結果より，どの OD ペアにおいても A 社にとっては競合相手がいるという状況は同じでも，各後手がサービスを提供する地域や規模の違いによって，各社のシェアが大きく変化することが確認できた．この結果をふまえ，中小の会社が大手会社に対抗するためには後手同士がどのような協力体制をとるべきかを探るモデルを構築することも今後の興味深い課題である．

参考文献

[1] T. Aykin and G. F. Brown: "Interacting new facilities and location-allocation problems", *Transportation Science*, 26, 1992, pp. 212–222.

[2] J. F. Campbell: "Integer programming formulations of discrete hub location problems", *European Journal of Operational Research*, 72, 1994, pp. 387–405.

[3] J. F. Campbell: "Hub location and the p-hub median problem", *Operations Research*, 44, 1996, pp. 923–935.

[4] T. F. Coleman, M. A. Branch and A. Grace: "Optimization Toolbox User's Guide", *The Math Works, Inc.*, U.S.A., 1999.

[5] A. T. Ernst, M. Krishnamoorthy: "Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem", *Location Science*, 4, 1996, pp. 139–154.

[6] A. T. Ernst and M. Krishnamoorthy: "Exact and heuristic algorithms for the uncapacitated multiple allocation p-hub median problem", *European Journal of Operational Research*, 104, 1998, pp. 100–112.

[7] A. T. Ernst and M. Krishnamoorthy: "An exact solution approach based on shortest-paths for p-hub median problems", *INFORMS Journal on Computing*, 10, 1998,pp. 149–162.

[8] S. L. Hakimi: "On locating new facilities in a competitive environment", *European Journal of Operational Research*, 12, 1983, pp. 29–35.

[9] J. G. Klincewicz: "Heuristics for the p-hub location problem", *European Journal of Operational Research*, 53, 1991, pp. 25–37.

[10] J. G. Klincewicz: "Avoiding local optima in the p-hub location problem using tabu search and GRASP", *Annals of Operations Research*, 40, 1992, pp. 283–302.

[11] V. Marianov, D. Serra and C. Revelle: "Location of hubs in a competitive environment", *European Journal of Operational Research* 114, 1999, pp. 363–371.

[12] D. McFadden: "Conditional logit analysis of qualitative choice behavior", P. Zarembka (ed.) in *Frontiers in Econometrics*, Academic Press, NY, pp. 105–142, 1974.

[13] 岡田 章:「ゲーム理論」, 有斐閣, 1996.

[14] M. E. O'Kelly: "The location of interacting hub facilities", *Transportation Science*, 20, 1986, pp. 92–106.

[15] M. E. O'Kelly: "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities", *European Journal of Operational Research*, 32, 1987, pp. 393–404.

[16] M. E. O'Kelly: "A clustering approach to the planar hub location problem", *Annals of Operations Research*, 40, 1992, pp. 339–353.

[17] M. E. O'Kelly, D. Bryan, D. Skorin-Kapov and J. Skorin-Kapov: "Hub network design with single and multiple allocation: a computational study", *Location Science*, 4, 1996, pp. 125–138.

[18] M. Sasaki, A. Suzuki and Z. Drezner: "On the selection of relay points in a logistics system." *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 14, 1997, pp. 39–54.

[19] M. Sasaki, A. Suzuki and Z. Drezner: "On the selection of hub airports for an airline hub-and-spoke system", *Computers & Operations Research*, 26, pp.1411–1422, 1999.

[20] 佐々木 美裕, 福島雅夫: "連続型競合ハブ配置問題 ", 南山経営研究, 14, 1999, pp. 249–258.

[21] 佐々木 美裕: "ハブ空港の配置モデル ", オペレーションズリサーチ学会誌, 45, 2000, pp. 437–443.

[22] D. Skorin-Kapov and J. Skorin-Kapov: "On tabu search for the location of interacting hub facilities", *European Journal of Operational Research*, 73, 1994, pp. 502–509.

[23] D. Skorin-Kapov, J. Skorin-Kapov and M. O'Kelly: "Tight linear programming relaxations of uncapacitated p-hub median problems", *European Journal of Operational Research*, 94, 1996, pp. 582–593.

[24] A. Suzuki and Z. Drezner: "On the airline hub problem: The continuous model", *journal of the Operations Research Society of Japan*, 40, 1997, pp.62–74.