

MPC を用いたロボットアームの衝突回避

M2021SC014 渡邊隼也

指導教員：中島明

1 はじめに

現在ロボットアームは産業用ロボットなど、様々な場で活躍している。近年は、特に人間との共同作業を前提とした協働ロボットが注目されている。

協働ロボットは人間がいる環境で動作するため、安全性の確保が必要となる。そこで本研究では、ロボットアームが障害物との衝突を回避しながら動作することを目標とする。衝突回避の手法としては CHOMP[1] 等があるが、この手法は複雑で難解なため、本研究では広く利用されているモデル予測制御 (MPC) を適用する。

具体的には、ロボットアームに目標点が与えられた時のことを考える。図 1 のように障害物が存在する場合、MPC を用いて、障害物と衝突しない軌道でロボットアームを動作させる。

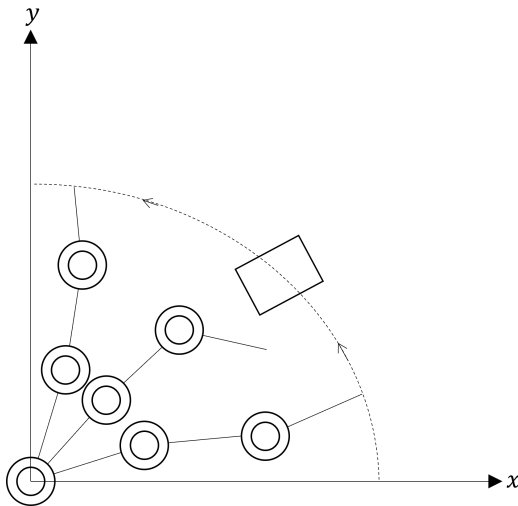


図 1 障害物回避のイメージ図

2 モデリング [1]

2.1 ロボットアームの座標系設定

3 自由度のロボットアームの座標系を図 2 の $\Sigma_0 \sim \Sigma_4$ のように定義する。図 2 のように、各リンクの長さを L_1, L_2, L_3 とする。また、各関節角度、関節トルク変数は以下とする。

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}$$

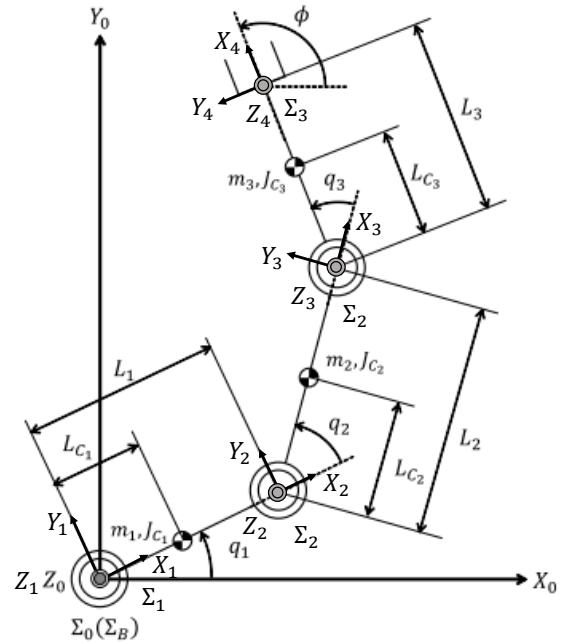


図 2 ロボットアームの座標系

2.2 順運動学

順運動学とは関節角度から手先位置座標、姿勢角を求める事である。図 2 の各座標系間の同時変換行列は式 (1) で表される。

$${}^0T_4 = \begin{bmatrix} {}^0R_4 & {}^0p_4 \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

また、手先位置 0T_4 は式 (2) で求めることができる。

$${}^0T_4 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 \quad (2)$$

ここで、各同次変換行列は式 (3) のように表される。

$${}^iT_{i+1} = \begin{bmatrix} {}^iR_{i+1} & {}^ip_{i+1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (i = 0, 1, 2, 3) \quad (3)$$

隣り合う座標系ごとの位置と姿勢の関係を以下に示す。ただし、ロボットアームの第 i 軸の関節角を q_i とし、 S_i, C_i はそれぞれ $\sin(q_i), \cos(q_i)$ を表す。

$${}^0R_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^0p_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$${}^1R_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^1p_2 = \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$${}^2R_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 \\ S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^2p_3 = \begin{bmatrix} L_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$${}^3R_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^3p_4 = \begin{bmatrix} L_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.3 運動方程式の導出

3自由度のロボットアームの運動方程式の導出を行う。各リンクに、リンク座標系と平行で重心を原点とするリンク重心座標系 $\Sigma_{c1} \sim \Sigma_{c3}$ を設置する。このリンク座標系の慣性テンソル I_{ci} の各成分は、次のように示される。

$$I_{ci} = \begin{bmatrix} I_{cxxi} & I_{cxyi} & I_{cxzi} \\ I_{cyxi} & I_{cyyi} & I_{cyzi} \\ I_{czxi} & I_{czyi} & I_{czzi} \end{bmatrix}$$

並進運動に関するヤコビ行列を $J_{cvi}(q)$ とおき、回転速度に関するヤコビ行列を $J_{cwi}(q)$ とおくと、並進と回転のヤコビアンは以下のようになる。

$$\begin{cases} {}^0v_{ci} = J_{cvi}(q)\dot{q} & (i = 1, 2, 3) \\ {}^0\omega_{ci} = J_{cwi}(q)\dot{q} & (i = 1, 2, 3) \end{cases}$$

Σ_0 から見た各リンクの重心の角速度ベクトル ${}^0\omega_{ci}$ を回転行列 0R_i を用いて各リンクから見た各リンクの重心の角速度ベクトル ${}^i\omega_{ci}$ に変換する。各リンクの慣性テンソルとヤコビアンより、運動エネルギーは次のようになる。ただし、 $(i = 1, 2, 3)$ とする。

$$T_i = \frac{1}{2}m_i {}^0v_{ci}^T {}^0v_{ci} + \frac{1}{2}{}^i\omega_{ci}^T I_{ci} {}^i\omega_{ci}$$

第 i リンクの重心位置の z 成分を p_{czi} とおくと、ポテンシャルエネルギーは以下のようになる。そのとき、 $(i = 1, 2, 3)$ とする。

$$U_i = m_i g^0 p_{czi}$$

運動エネルギー T とポテンシャルエネルギー U より、ラグランジアンは次のようになる。

$$L = T - U \quad (4)$$

この式 (4) をラグランジュの運動方程式 (式 (5))

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right)^T = \left(\frac{\partial L}{\partial q} \right)^T + F \quad (5)$$

に適用することで、マニピュレータの運動方程式

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + g(q) = \tau \quad (6)$$

が得られる。なお、式 (5) の F は非保存外力であり、この場合は関節トルク τ である。ここで、 $M(q)\ddot{q}$ は慣性力項、 $h(q, \dot{q})$ は遠心力コリオリ力項、 $g(q)$ はマニピュレータに加わる重力項である。

2.4 モデルの状態空間表現

まず、関節トルク τ を、式 (7) のように重力補償を行ったものとする。

$$\tau = u + g(q) \quad (7)$$

ここで、 u は新しい入力である。状態変数を

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6$$

とすると、状態方程式と出力方程式は以下のように書ける。

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (8)$$

$$y = f_r(q) \quad (9)$$

ここで、

$$f(x) = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ M^{-1}(q)h(q) \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(q) \end{bmatrix}$$

であり、出力方程式 $y = f_r(q)$ は順運動学により求められる式である。

3 MPC における予測モデルの導出

3.1 状態方程式、出力方程式の線形化

また、MPC に利用するために、式 (8)、式 (9) を線形化し、離散化する。

目標軌道 $q_d(t)$ が与えられているとする。 $t = t_c$ のとき、

$$x_c = \begin{bmatrix} q_d(t_c) \\ \dot{q}_d(t_c) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6$$

で線形化する。軌道との偏差を $\bar{x} = x - x_c$ とすると、

$$\dot{\bar{x}} = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=x_c} (\bar{x} + x_c) + g(x_c)u(t) \quad (10)$$

が得られる。ここで、

$$A = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=x_c}, \quad B = g(x_c)$$

と置くと、

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + Bu(t) \quad (11)$$

が得られる。

同様に、手先位置の軌道との偏差を $\bar{y} = y - y_c$ とすると、

$$\bar{y} = \frac{\partial f_r}{\partial x} \Big|_{x=x_c} (\bar{x} + x_c) \quad (12)$$

ここで、

$$C = \frac{\partial f_r}{\partial x} \Big|_{x=x_c}$$

と置くと、

$$\bar{y} = C\bar{x} \quad (13)$$

が得られる。

3.2 状態方程式, 出力方程式の離散化

次にサンプル時間を Δt , として, 離散化を行う. このとき, $u(t)$ は 0 次ホールドにより一定とする. 式 (14) の微分方程式を解くと,

$$\bar{x}(t_c + \Delta t) = e^{A\Delta t}\bar{x}(t_c) + \int_{t_c}^{t_c + \Delta t} e^{A(t_c + \Delta t - \tau)} B d\tau u(t_c) \quad (14)$$

が得られる. $\tilde{\tau} = t_c + \Delta t - \tau$ とすると, 式 (14) は以下のように書ける.

$$\bar{x}(t_c + \Delta t) = e^{A\Delta t}\bar{x}(t_c) + \int_0^{\Delta t} e^{A\tilde{\tau}} B d\tilde{\tau} u(t_c) \quad (15)$$

ここで,

$$\begin{cases} \bar{x}[k] = \bar{x}(t_c) \\ \bar{x}[k+1] = \bar{x}(t_c + \Delta t) \\ \bar{u}[k] = \bar{u}(t_c) \end{cases}$$

とすると, 式 (15) は,

$$\bar{x}[k+1] = e^{A\Delta t}\bar{x}[k] + \int_0^{\Delta t} e^{A\tilde{\tau}} B d\tilde{\tau} u[k] \quad (16)$$

と書ける. また,

$$A_d = e^{A\Delta t}, \quad B_d = \int_0^{\Delta t} e^{A\tilde{\tau}} B d\tilde{\tau}$$

と置くことで, 離散化された状態方程式 (17) が得られる.

$$\bar{x}[k+1] = A_d\bar{x}[k] + B_d u[k] \quad (17)$$

同様に, $\bar{y}[k] = \bar{y}(t_c)$ と置くと, 出力方程式は次のように書ける.

$$\bar{y}[k] = C_d\bar{x}[k] \quad (18)$$

ただし, $C_d = C$ である.

4 MPC による障害物回避

4.1 MPC の定式化

制御対象のシステムは式 (17), 式 (18) より,

$$\begin{cases} \bar{x}[k+1] = A_d\bar{x}[k] + B_d u[k] \\ \bar{y}[k] = C_d\bar{x}[k] \end{cases}$$

である. このとき, 評価関数

$$V(x, u) = \frac{1}{2}\bar{x}^T[N]Q_f\bar{x}[N] + \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1} (\bar{x}^T[k]Q\bar{x}[k] + u^T[k]Ru[k]) \quad (19)$$

を最小化する制御入力 $u[k]$ を求める. ここで, Q_f は時刻 $k = N$ の終端コストにかかわる状態変数ベクトルの重み, Q は時刻 $k = 0, \dots, N-1$ のステージコストにかかわる状態変数ベクトルの重み, R は入力ベクトルの重みである. ただし, 障害物回避のため, 以下の線形不等式で表現される制約条件を考えるものとする.

$$A_c y < b$$

4.2 障害物回避のための制約条件

障害物は図 3 のような円形の領域を考えるとする. ここで, r はロボットの手先位置であり, r_d は手先の目標点である.

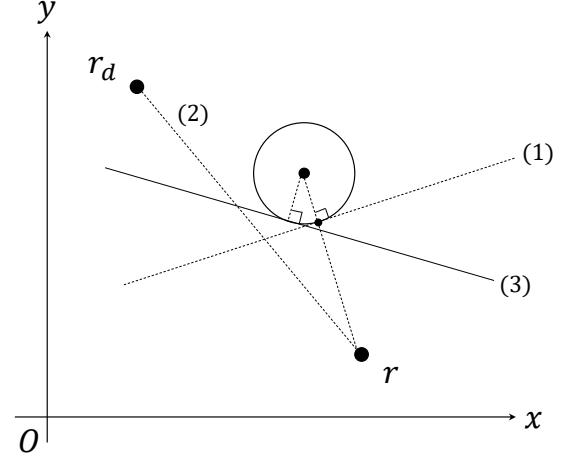


図 3 障害物回避の制約条件

まず, 図 3 の直線 (1) のような, 手先から円の最近傍点の接線を以下のように定義する.

$$y = a_1 x + b_1 \quad (20)$$

次に, 図 3 の直線 (2) のような, 手先と目標点を結ぶ直線を以下のように定義する.

$$y = a_2 x + b_2 \quad (21)$$

図 3 の直線 (3) のような, 式 (20) と式 (21) のなす角を 2 等分する傾きで円に接する直線のうち, ロボットの手先位置に近い方の直線は式 (22) のように表すことができ, この直線が制約条件となる.

$$y = a_3 x + b_3 \quad (22)$$

ここで, a_3 は以下の式で表せる.

$$a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2} \quad (23)$$

5 シミュレーション

5.1 シミュレーションにおけるパラメータ設定

MPC を用いてロボットアームの衝突回避シミュレーションを行った. MPC のソルバーには cvxgen を利用した.

シミュレーションにおけるロボットと障害物のパラメータを表 1 に示す。ロボットの手先初期値, 手先目標値は以

表 1 ロボットアームと障害物のパラメータ

| パラメータ | 値 [m] |
|-----------|------------|
| リンク 1 の長さ | 0.2 |
| リンク 2 の長さ | 0.2 |
| リンク 3 の長さ | 0.2 |
| 障害物の中心座標 | (0.4, 0.2) |
| 障害物の半径 | 0.05 |

下のように設定した。

$$r_{ini} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5939 \\ 0.0695 \\ 0.1745 \end{bmatrix}$$

$$r_d = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2732 \\ 0.4732 \\ 1.5708 \end{bmatrix}$$

また, MPC における重み行列は以下のように設定した。

$$Q = Q_f = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5.2 シミュレーション結果

シミュレーション結果のロボットアームの軌道と, 手先位置の推移を図 4, 図 5 に示す。

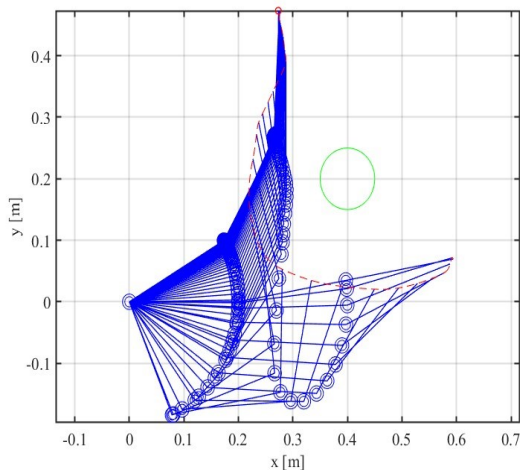


図 4 ロボットアームの軌道

図 4, 5 より, ロボットが障害物を回避しながら目標値に収束していることが分かる。

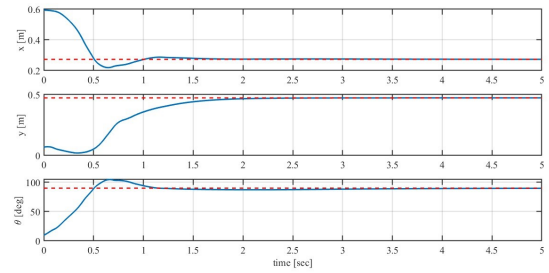


図 5 ロボットアームの手先位置

6 おわりに

本研究では平面内における 3 軸マニピュレータの軌道追従制御において, 軌道上に障害物がある場合に, モデル予測制御による障害物回避を考えた。本研究ではマニピュレータの定式化, 軌道の目標点における離散線形化モデルの導出, モデル予測制御の定式化, および障害物の制約条件としての定式化, 数値シミュレータによる定式化した手法の検証を行った。

今後の課題としては, 3 次元空間への拡張や移動する障害物回避への拡張が挙げられる。

参考文献

- [1] Matt Zucker¹, Nathan Ratliff², Anca D. Dragan³, Mihail Pivtoraiko⁴, Matthew Klingensmith³, Christopher M. Dellin³, J. Andrew Bagnell³ and Siddhartha S. Srinivasa³: "CHOMP: Covariant Hamiltonian optimization for motion planning", The International Journal of Robotics Research 32(9-10) 1164–1193, 2013
- [2] 神谷拓海・小川司・渡邊隼也: "手先空間におけるマスタスレーブ制御", 南山大学, 2021.