

# 多次元多標本ベルヌーイモデルにおける ダネット型の手法に基づくゲートキーピング法

M2020SS002 松下舞

指導教員: 白石高章

## 1 はじめに

([1] 松下 (2019)) では, 多標本モデルにおける比率の比, オッズ比による推定法を考察してきたがその際に用いたボンフェローニの不等式において検出力が低く, 標本数が多いと厳しくなりすぎてしまうという問題点があったため, これを解決するためにダネットの方法 ([2]Dunnett (1955)) を用いた検定法を提案する.

観測値が  $q$  次元で与えられる  $k$  標本モデルを考える. 各成分はベルヌーイ分布に従うものとする. 第  $k$  標本目を対照群とし, 第 1 から  $k-1$  標本を処理群とする. このとき平均ベクトルの第  $a$  成分の対照群と処理群の相違を多重比較するための帰無仮説の族を  $\mathcal{H}^{(a)} (a = 1, \dots, q)$  とする. 帰無仮説の族  $\mathcal{H}^{(1)}, \dots, \mathcal{H}^{(q)}$  に優先順位をつけているときに直列型ゲートキーピング法を使って水準  $\alpha$  の多重比較検定を行う手順を論述する. ([3]Maurer et al. (1995)), ([4]Dmitrienko et al. (2003)) 等によって直列型ゲートキーピング法が提案されている. 本研究では, 彼らが提案したボンフェローニの不等式を使った方法よりも検出力の高いダネット型の手法に基づく直列型ゲートキーピング法を提案し, 理論を構築する.

## 2 モデルの設定

ある要因  $A$  があり,  $k$  個の水準  $A_1, \dots, A_k$  を考える. 水準  $A_i$  における標本の観測値  $(\mathbf{X}_{i1}, \mathbf{X}_{i2}, \dots, \mathbf{X}_{in_i})$  は第  $i$  標本または第  $i$  群と呼ばれる. 各  $\mathbf{X}_{ij} \equiv (X_{ij}^{(1)}, \dots, X_{ij}^{(q)})^T$  は平均が  $\mathbf{p}_i \equiv (p_i^{(1)}, \dots, p_i^{(q)})^T$  であるとし,  $X_{ij}^{(a)} \sim B(1, p_i^{(a)})$  とする.

$$E(\mathbf{X}_{ij}) = \mathbf{p}_i \quad (2.1)$$

である. さらにすべての  $\mathbf{X}_{ij}$  は互いに独立であると仮定する. 総標本サイズを  $n \equiv n_1 + \dots + n_k$  とおく.  $X_{ij}^{(1)}, \dots, X_{ij}^{(q)}$  は互いに独立である必要はない.

表 1: 分散共分散行列が同一の  $k$  群モデル

水準	群	データ	平均
処理 1	第 1 標本	$\mathbf{X}_{11}, \dots, \mathbf{X}_{1n_1}$	$\mathbf{p}_1$
処理 2	第 2 標本	$\mathbf{X}_{21}, \dots, \mathbf{X}_{2n_2}$	$\mathbf{p}_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
処理 $k-1$	第 $k-1$ 標本	$\mathbf{X}_{k-1,1}, \dots, \mathbf{X}_{k-1,n_{k-1}}$	$\mathbf{p}_{k-1}$
対照	第 $k$ 標本	$\mathbf{X}_{k1}, \dots, \mathbf{X}_{kn_k}$	$\mathbf{p}_k$

平均が一律の帰無仮説は,

$$H_0 : \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \dots = \mathbf{p}_k \quad (2.2)$$

である. よく使用される分散解析法では,

帰無仮説  $H_0$  vs. 対立仮説  $H_0^A$ : ある  $i, i'$  が存在して  $\mathbf{p}_i \neq \mathbf{p}_{i'}$

の検定が考えられるが, 帰無仮説が棄却されてもどの平均母数に違いがあるか特定できない. 第  $k$  群を対照群, 第 1 群から第  $k-1$  群とするダネット型多重比較法を考える.  $\mathcal{I}_{k-1}$  を

$$\mathcal{I}_{k-1} \equiv \{i \mid 1 \leq i \leq k-1\} \quad (2.3)$$

とし, 1 つの帰無仮説

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{帰無仮説 } H_i^0 : \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_k \text{ vs. 対立仮説 } H_0^{0A} \\ : \mathbf{p}_i \neq \mathbf{p}_k \mid i \in \mathcal{I}_{k-1} \end{array} \right\}$$

に対する多重比較検定を行って, 特定の  $i \in \mathcal{I}_{k-1}$  に対して  $\mathbf{p}_i \neq \mathbf{p}_k$  が示せてもどの成分に違いがあるか特定できない. 本研究では, すべての成分についての対照と処理の平均相違の多重比較検定を考える. 平均ベクトルの第  $a$  成分の相違について, 1 つの帰無仮説

$$H_i^{(a)} : p_i^{(a)} = p_k^{(a)}$$

に対して,

- (i)  $H_i^{(a)A\pm} : p_i^{(a)} \neq p_k^{(a)}$
- (ii)  $H_i^{(a)A+} : p_i^{(a)} > p_k^{(a)}$
- (iii)  $H_i^{(a)A-} : p_i^{(a)} < p_k^{(a)}$

の 3 つの対立仮説を考えることができる. 対照群との相違として,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{帰無仮説 } H_i^{(a)} \text{ vs. 対立仮説 } H_i^{(a)A\pm} \\ \mid i \in \mathcal{I}_{k-1}, 1 \leq a \leq q \end{array} \right\} \quad (2.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{帰無仮説 } H_i^{(a)} \text{ vs. 対立仮説 } H_i^{(a)A+} \\ \mid i \in \mathcal{I}_{k-1}, 1 \leq a \leq q \end{array} \right\} \quad (2.5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{帰無仮説 } H_i^{(a)} \text{ vs. 対立仮説 } H_i^{(a)A-} \\ \mid i \in \mathcal{I}_{k-1}, 1 \leq a \leq q \end{array} \right\} \quad (2.6)$$

に対する多重比較検定を考える. 帰無仮説のファミリーを,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^{(a)} &\equiv \{H_1^{(a)}, H_2^{(a)}, \dots, H_{k-1}^{(a)}\} \\ &= \{H_i^{(a)} \mid i \in \mathcal{I}_{k-1}\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

とおく. さらに, 帰無仮説のファミリーに優先順位

$$\mathcal{H}^{(1)} \succ \mathcal{H}^{(2)} \succ \dots \succ \mathcal{H}^{(q)} \quad (2.8)$$

がつけられているものとする.

### 3 第 $a$ 成分の観測値の対照群との平均相違に関する多重比較法

#### 3.1 シングルステップ法

表 2: 第  $a$  成分の  $k$  群比率モデル

水準	群	成功の回数	成功の回数の分布
処理 1	第 1 群	$X_{1.}^{(a)}$	$B(n_1, p_1^{(a)})$
処理 2	第 2 群	$X_{2.}^{(a)}$	$B(n_2, p_2^{(a)})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
処理 $k-1$	第 $k-1$ 群	$X_{k-1.}^{(a)}$	$B(n_{k-1}, p_{k-1}^{(a)})$
対照	第 $k$ 群	$X_{k.}^{(a)}$	$B(n_k, p_k^{(a)})$

(2.4)-(2.6) の多重比較検定を述べるのが目標であるが、その説明のために、 $a$  を 1 に固定し、第  $a$  成分の間の

$$\left\{ \text{帰無仮説 } H_i^{(a)} \text{ vs. 対立仮説 } H_i^{(a)A\pm} \mid i \in \mathcal{I}_{k-1} \right\}$$

$$\left\{ \text{帰無仮説 } H_i^{(a)} \text{ vs. 対立仮説 } H_i^{(a)A+} \mid i \in \mathcal{I}_{k-1} \right\}$$

$$\left\{ \text{帰無仮説 } H_i^{(a)} \text{ vs. 対立仮説 } H_i^{(a)A-} \mid i \in \mathcal{I}_{k-1} \right\}$$

に対する多重比較検定法について紹介する。  $k$  個の群があって、独立な  $n_i$  回のベルヌーイ試行  $X_{i1}^{(a)}, \dots, X_{in_i}^{(a)}$  を第  $i$  群の標本とおく。このベルヌーイ試行において、成功の確率は  $p_i^{(a)}$ 、失敗の確率は  $1 - p_i^{(a)}$  である。すなわち

$$P(X_{ij}^{(a)} = 1) = p_i^{(a)}, \quad P(X_{ij}^{(a)} = 0) = 1 - p_i^{(a)}$$

となる。このとき、第  $i$  群の成功の回数は確率変数

$$X_{i.}^{(a)} \equiv X_{i1}^{(a)} + \dots + X_{in_i}^{(a)}$$

で与えられ、失敗の回数は  $n_i - X_{i.}^{(a)}$  である。この  $X_{i.}^{(a)}$  は独立な 2 項分布  $B(n_i, p_i^{(a)})$  に従う。  $n \equiv n_1 + \dots + n_k$  とおく。  $p_1^{(a)}, \dots, p_k^{(a)}$  が 0 または 1 の自明な場合を除き、以降、

$$0 < p_i^{(a)} < 1 \quad (i = 1, \dots, k)$$

を仮定する。このとき  $p_i^{(a)}$  の推定量は

$$\hat{p}_i^{(a)} \equiv \frac{X_{i.}^{(a)}}{n_i} \text{ or } \frac{X_{i.}^{(a)} + 0.5}{n_i + 1} \quad (3.1)$$

で与えられる。

$$T_i^{(a)} \equiv \frac{2 \left\{ \arcsin \left( \sqrt{\hat{p}_i^{(a)}} \right) - \arcsin \left( \sqrt{\hat{p}_k^{(a)}} \right) \right\}}{\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_k}}} \quad (i \in \mathcal{I}_{k-1})$$

とする。ここで

$$\text{(条件 1)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_i}{n} = \lambda_i \quad (0 < \lambda_i < 1) \\ (i = 1, \dots, k)$$

を仮定する。このとき、

$$\sqrt{n}(\hat{p}_i^{(a)} - p_i^{(a)}) \xrightarrow{L} \sqrt{\frac{p_i^{(a)}(1 - p_i^{(a)})}{\lambda_i}} \tilde{Z}_i$$

$$\sim N \left( 0, \frac{p_i^{(a)}(1 - p_i^{(a)})}{\lambda_i} \right)$$

が成り立つ。ただし  $\tilde{Z}_i$  は標準正規分布  $N(0, 1)$  に従う。また、(3.1) とスラツキーの定理、デルタ法 ([5] 白石 (2011)) を使うことにより、

$$2\sqrt{n} \left\{ \arcsin \left( \sqrt{\hat{p}_i^{(a)}} \right) - \arcsin \left( \sqrt{\hat{p}_k^{(a)}} \right) \right\} \xrightarrow{L} Z_i \sim N \left( 0, \frac{1}{\lambda_i} \right) \quad (3.2)$$

を得る。

**定理 1** (条件 1) の下で、 $t > 0$  に対して次が成り立つ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_0 \left( \max_{1 \leq i \leq k-1} |T_i^{(a)}| \leq t \right) = B_1(t|k) \quad (3.3)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_0 \left( \max_{1 \leq i \leq k-1} T_i^{(a)} \leq t \right) = B_2(t|k) \quad (3.4)$$

ただし、 $P_0(\cdot)$  は (2.2) の  $H_0$  の下での確率測度であるとし、

$$B_1(t|k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{k-1} \left\{ \Phi \left( \sqrt{\frac{\lambda_i}{\lambda_k}} x + \sqrt{\frac{\lambda_i + \lambda_k}{\lambda_k}} t \right) - \Phi \left( \sqrt{\frac{\lambda_i}{\lambda_k}} x - \sqrt{\frac{\lambda_i + \lambda_k}{\lambda_k}} t \right) \right\} d\Phi(x),$$

$$B_2(t|k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{k-1} \Phi \left( \sqrt{\frac{\lambda_i}{\lambda_k}} x + \sqrt{\frac{\lambda_i + \lambda_k}{\lambda_k}} t \right) d\Phi(x)$$

である。  $\square$

$B_1(t|k) = 1 - \alpha$  を満たす  $t$  を  $b_1(k, \lambda_1, \dots, \lambda_k; \alpha)$ 、 $B_2(t|k) = 1 - \alpha$  を満たす  $t$  を  $b_2(k, \lambda_1, \dots, \lambda_k; \alpha)$  とおく。定理 1 より、平均母数に応じて水準  $\alpha$  の漸近的な多重比較検定は次の (1)-(3) で与えられる。

(1) 両側検定:

帰無仮説  $H_i^{(a)}$  vs. 対立仮説  $H_i^{(a)A\pm}$  ( $i \in \mathcal{I}_{k-1}$ ) のとき、 $|T_i^{(a)}| > b_1(k, \lambda_1, \dots, \lambda_k; \alpha)$  となる  $i$  に対して  $H_i^{(a)}$  を棄却し、対立仮説  $H_i^{(a)A\pm}$  を受け入れ  $p_i^{(a)} \neq p_k^{(a)}$  と判定する。

(2) 片側検定:

帰無仮説  $H_i^{(a)}$  vs. 対立仮説  $H_i^{(a)A+}$  ( $i \in \mathcal{I}_{k-1}$ ) (制約  $p_1^{(a)}, \dots, p_{k-1}^{(a)} \geq p_k^{(a)}$  がつけられるとき)、 $T_i^{(a)} > b_1(k, \lambda_1, \dots, \lambda_k; \alpha)$  となる  $i$  に対して  $H_i^{(a)}$  を棄却し、対立仮説  $H_i^{(a)A+}$  を受け入れ  $p_i^{(a)} > p_k^{(a)}$  と判定する。

(3) 片側検定:

帰無仮説  $H_i^{(a)}$  vs. 対立仮説  $H_i^{(a)A-}$  ( $i \in \mathcal{I}_{k-1}$ ) (制約  $p_1^{(a)}, \dots, p_{k-1}^{(a)} \leq p_k^{(a)}$  がつけられるとき)、 $-T_i^{(a)} > b_1(k, \lambda_1, \dots, \lambda_k; \alpha)$  となる  $i$  に対して  $H_i^{(a)}$  を棄却し、対立仮説  $H_i^{(a)A-}$  を受け入れて、 $p_i^{(a)} < p_k^{(a)}$  と判定する。

### 3.2 マルチステップ法

3.1 節で考察してすべての対象群との母比率の相違を多重比較検定するときの帰無仮説のファミリーは, (2.7) の  $\mathcal{H}^{(a)}$  で表される. (2.3) の  $\mathcal{I}_{k-1}$  に対して,  $\mathcal{H}^{(a)}$  の要素の仮説  $H_i^{(a)}$  の論理積からなるすべての集合は

$$\overline{\mathcal{H}^{(a)}} \equiv \left\{ \bigwedge_{i \in E^{(a)}} H_i^{(a)} \mid \emptyset \subsetneq E^{(a)} \subset \mathcal{I}_{k-1} \right\}$$

$E^{(a)} \subset \mathcal{I}_{k-1}$  に対して,  $\bigwedge_{i \in E^{(a)}} H_i^{(a)}$  は母比率  $p_1^{(a)}, \dots, p_{k-1}^{(a)}$  のうち  $\#(E^{(a)})$  個が  $p_k^{(a)}$  に等しい仮説となる.  $E^{(a)}$  に含まれる添え字を持つ母比率は  $p_k^{(a)}$  に等しいという帰無仮説を  $H^{(a)}(E^{(a)})$  で表すと,

$$\bigwedge_{i \in E^{(a)}} H_i^{(a)} = H^{(a)}(E^{(a)})$$

が成り立つ. 統計量  $T_i^{*(a)}$  を次で定義する.

$$T_i^{*(a)} \equiv \begin{cases} |T_i^{(a)}| & ((1) \text{ 対立仮説が } H^{(a)A\pm} \text{ のとき}) \\ T_i^{(a)} & ((2) \text{ 対立仮説が } H^{(a)A+} \text{ のとき}) \\ -T_i^{(a)} & ((3) \text{ 対立仮説が } H^{(a)A-} \text{ のとき}) \end{cases}$$

$T_i^{*(a)}$  を小さいほうから並べたものを

$$T_{(1)}^{*(a)} \leq T_{(2)}^{*(a)} \leq \dots \leq T_{(k-1)}^{*(a)}$$

とする. さらに,  $T_{(i)}^{*(a)}$  に対応する帰無仮説を  $H_{(i)}^{(a)}$  で表す.

$k-1$  個のサイズが等しい

$$n_1 = \dots = n_{k-1} \quad (3.10)$$

のときの水準  $\alpha$  の逐次棄却型検定法を考える.

$\lambda_1 = \dots = \lambda_{k-1} = \frac{n_1}{n}$  である.  $0 < \alpha < 1$  を与えたとき,  $\ell = 1, \dots, k-1$  に対して,

$b_1(\ell+1, \lambda_1, \dots, \lambda_1, \lambda_k; \alpha)$  は

$$\begin{aligned} B_1(t|\ell+1) &\equiv \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \Phi \left( \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_k}} x + \sqrt{\frac{\lambda_1 + \lambda_k}{\lambda_k}} t \right) \right. \\ &\quad \left. - \Phi \left( \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_k}} x - \sqrt{\frac{\lambda_1 + \lambda_k}{\lambda_k}} t \right) \right\}^{\ell} d\Phi(x) \\ &= 1 - \alpha \end{aligned}$$

を満たす  $t$  の解となる.

また  $b_2(\ell+1, \lambda_1, \dots, \lambda_1, \lambda_k; \alpha)$  は

$$\begin{aligned} B_2(t|\ell+1) &\equiv \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \Phi \left( \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_k}} x + \sqrt{\frac{\lambda_1 + \lambda_k}{\lambda_k}} t \right) \right\}^{\ell} d\Phi(x) \\ &= 1 - \alpha \end{aligned}$$

を満たす  $t$  の解となる.  $b_1(\ell+1, \lambda_1, \dots, \lambda_1, \lambda_k; \alpha)$  と  $b_2(\ell+1, \lambda_1, \dots, \lambda_1, \lambda_k; \alpha)$  は  $\ell, \lambda_1, \lambda_k, \alpha$  の関数であるので,

$$c^*(\ell+1, \lambda_1, \lambda_k; \alpha)$$

$$\equiv \begin{cases} b_1(\ell+1, \lambda_1, \dots, \lambda_1, \lambda_k; \alpha) & (\text{両側のとき}) \\ b_2(\ell+1, \lambda_1, \dots, \lambda_1, \lambda_k; \alpha) & (\text{片側のとき}) \end{cases}$$

とおく.

手順1:  $\ell = k-1$  とする.

手順2: (i)  $T_{(\ell)}^{*(a)} < c^*(\ell+1, \lambda_1, \lambda_k; \alpha)$  ならば,  $H_{(1)}^{(a)}, \dots, H_{(\ell)}^{(a)}$  すべてを保留して検定作業を終了する.

(ii)  $T_{(\ell)}^{*(a)} > c^*(\ell+1, \lambda_1, \lambda_k; \alpha)$  ならば,  $H_{(\ell)}^{(a)}$  を棄却し手順3へ進む.

手順3: (i)  $\ell \geq 2$  であるならば  $\ell-1$  を新たに  $\ell$  として手順2に戻る.

(ii)  $\ell = 1$  であるならば検定作業を終了する.

### 4 ゲートキーピング法

帰無仮説のファミリーに (2.8) の優先順位がつけられているものとする. このとき, 3.2 節の検定手法を用いて (2.4)-(2.6) に対する対照群との平均相違の多重比較検定について考察する. 3.1 節では第  $a$  成分の観測値に対するマルチステップ法とシングルステップの多重比較検定を論じたが, この節ではすべての要素の観測値の対する対照群とのすべての平均相違に関する多重比較検定であり, ゲートキーピング法は閉検定手順である. 対照群との平均相違に関する閉検定手順を紹介する.  $\bigcup_{a=1}^q \mathcal{H}^{(a)}$  の要素の仮説  $H_i^{(a)}$  の論理積からなるすべての集合は

$$\begin{aligned} \overline{\bigcup_{a=1}^q \mathcal{H}^{(a)}} &\equiv \left\{ \bigwedge_{s=1}^t \left( \bigwedge_{i \in E^{(a_s)}} H_i^{(a_s)} \right) \mid 1 \leq t \leq q \text{ となる} \right. \\ &\quad \left. \begin{array}{l} \text{整数 } t \text{ と } 1 \leq a_1 < \dots < a_t \leq q \text{ となる整数} \\ a_1, \dots, a_t \text{ が存在して } 1 \leq s \leq t \text{ となる } s \text{ に} \\ \text{対して } \emptyset \subsetneq E^{(a_s)} \subset \mathcal{I}_{k-1} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

で表され,  $\overline{\bigcup_{a=1}^q \mathcal{H}^{(a)}}$  は  $\bigcup_{a=1}^q \mathcal{H}^{(a)}$  の閉包である.  $s = 1, \dots, t$  に対して  $\emptyset \subsetneq E^{(a_s)} \subset \mathcal{I}_{k-1}$  を満たす  $E^{(a_s)}$  ( $1 \leq s \leq t$ ) に対して,

$$\begin{aligned} \bigwedge_{s=1}^t \left( \bigwedge_{i \in E^{(a_s)}} H_i^{(a_s)} \right) : 1 \leq s \leq t \text{ となる } s \text{ と } i \in E^{(a_s)} \\ \text{に対して } p_i^{(a_s)} = p_k^{(a_s)} \end{aligned}$$

となる.  $E^{(a_s)}(E^{(a_s)} \neq \emptyset)$  に含まれる添え字を持つ母平均は  $p_k^{(a_s)}$  に等しいという帰無仮説を  $H^{(a_s)}(E^{(a_s)})$  で表す. このとき,  $\emptyset \subsetneq E^{(a_s)} \subset \mathcal{I}_{k-1}$  を満たす任意の  $E^{(a_s)}$  に対して,

$$\bigwedge_{i \in E^{(a_s)}} H_i^{(a_s)} = H^{(a_s)}(E^{(a_s)})$$

が成り立つ. ここで,

$$\bigwedge_{s=1}^t \left( \bigwedge_{i \in E^{(a_s)}} H_i^{(a_s)} \right) = \bigwedge_{s=1}^t H^{(a_s)}(E^{(a_s)}) \quad (3.11)$$

を得る. ただし,  $1 \leq a_1 < \dots < a_t \leq q$  とする. 直列型ゲートキーピング法について述べる. 任意の  $a$  ( $1 \leq a \leq q$ ) について, マルチステップ法によって  $\mathcal{H}^{(a)}$  に対する水準  $\alpha$  の多重比較検定を行う. このとき, 次の (1)-(3) によって帰無仮説を棄却する.

- (1)  $\mathcal{H}^{(1)}$  の中に棄却されない帰無仮説があるとき  $\mathcal{H}^{(1)}$  のうち棄却されたものだけを棄却する.
- (2)  $q_0 < q$  を満たすある自然数  $q_0$  が存在して,  $1 \leq a \leq q_0$  となる任意の  $a$  について  $\mathcal{H}^{(a)}$  の中のすべての帰無仮説が棄却され,  $a$  を  $q_0 + 1$  に替えた閉検定手順によって  $\mathcal{H}^{(q_0+1)}$  の中に棄却されない帰無仮説があるとき  $\left\{ \text{帰無仮説 } H_i^{(a)} \mid i \in \mathcal{I}_{k-1}, 1 \leq a \leq q_0 \right\}$  をすべて棄却し,  $\mathcal{H}^{(q_0+1)}$  のうち棄却された帰無仮説だけを棄却する.
- (3)  $1 \leq a \leq q$  となる任意の  $a$  について  $\mathcal{H}^{(a)}$  の中のすべての帰無仮説が棄却される時  $\left\{ \text{帰無仮説 } H_i^{(a)} \mid i \in \mathcal{I}_{k-1}, 1 \leq a \leq q \right\}$  をすべて棄却する.

**定理 2** ([6] 白石 (2011)) の証明によ, 提案した直列型ゲートキーピング法は対照群との平均相違 (2.4)-(2.6) に対する水準  $\alpha$  の漸近的な多重比較検定である. □

## 5 C 言語プログラムの解説とデータ解析

### 5.1 プログラムの解説とデータ解析

これまでに述べたシングルステップ法, 及びマルチステップ法を用いた閉検定手順による手法のプログラムを C 言語にて作成し, 水準  $\alpha = 0.05$  として検定を行った. スペースの都合上, 要旨にはマルチステップ法のデータ解析を載せず, シングルステップ法の解析のみを記載する.

### 5.2 使用する, 全国がん罹患数のデータ

シングルステップ法の解析においては, ([7] 厚生労働省 (2018)) より, がんの種類と年代別の罹患数に焦点を当て, 全国的に罹患数が多い胃がん, 肺がん, 肝臓がんにおける年代別の罹患率に差があるのかを考察した. なお, ([8] 総務省 (2018)) より対照群を 20 代の男女とし対照群を 30~80 代の男女と比較した. 下記にはデータの 1 つである「肺がんにおける罹患患者数データ」を用いたデータ解析の例を載せる.

### 5.3 実行結果と考察

すべての無仮説は棄却されたものの, どの部位のがんにおいても 30 代との差が一番少なく, 70 代の結果が最も差が大きかった. このことから, 20 代と各年代のがん罹患者の割合を比べた時 30 代は 20 代と大きな差はなく, 年代が上がるにしたがってがん罹患者の割合が増加する. また, 70 代の罹患者の割合をピークに 80 代は減少傾向がある.

表 3: 肺がんにおける罹患患者数データ

年代	男性人口	女性人口	男性罹患数	女性罹患数
30 代	7345000	7093000	209	214
40 代	9410000	9410000	1289	987
50 代	7832000	7770000	4729	2560
60 代	6703000	8861000	19251	8234
70 代	6703000	7909000	32416	14095
80 代	3371000	5399000	20530	11048
20 代	6096000	5812000	23	18

## 6 おわりに

本研究では, ([1] 松下 (2019)) での課題であった検出力が低い課題を解決するために, 多標本ベルヌーイ分布をダネット法を用いたシングルステップ法やマルチステップ法による閉検定手順を述べてきた. データ解析ではサイズが大きく成功の回数が小さいデータを用いたが, 検出力を下げることなく帰無仮説を棄却し, 解析することができた.

### 参考文献

- [1] 松下舞 (2019) : 『比率モデルにおける対照群との比の統計解析法』, 南山大学理工学部システム数理学科卒業論文.
- [2] Dunnett, C. W. (1955). A multiple comparison procedure for comparing several treatments with a control. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 50, 1096–1121.
- [3] Maurer, W., Hothorn, L. and Lehmacher, W. (1995). Multiple comparisons in drug clinical trials and preclinical assays: a priori ordered hypotheses. *In Biometrie in der ChemischPharmazeutischen Industrie*, 6, 3-18.
- [4] Dmitrienko, A., Offen, W. and Westfall, P.H. (2003) Gatekeeping strategies for clinical trials that do not require all primary effects to be significant. *Statistics in Medicine*, 22, 2387–2400.
- [5] 白石高章 (2011) 『多群連続モデルにおける多重比較法——パラメトリック, ノンパラメトリックの数理統計』 共立出版.
- [6] 白石高章 (2021) 『多次元多標本モデルにおける対照群との比較のための直列型ゲートキーピング法』 南山大学紀要『アカデミア』理工学編, 77-91.
- [7] 厚生労働省健康局がん・疾病対策課 : 「平成 28 年全国がん登録罹患数・罹患率」  
<https://www.mhlw.go.jp/content/10900000/000553552.pdf>
- [8] 総務省統計局統計調査部国勢統計課 『人口推計』  
<https://www.stat.go.jp/data/jinsui/pdf/201807.pdf>