

# バックラッシュを含む駆動系における非整数階PID制御器のトルク制御系への適用と検証用の実験機開発

M2020SC006 椎野功大

指導教員：坂本登，中島明

## 1 はじめに

工業の分野における1つの課題として、機械システムが持つ非線形性が長年問題視されている。システムに多大な影響を与える非線形性だが、歯車を持つ駆動系におけるバックラッシュもその1つである。バックラッシュとは、歯と歯がかみ合って回転運動する際に、対の歯同士の間で設けられた隙間・遊びのことであり、歯車が適切に回転運動するのに必要不可欠な要素である。バックラッシュがなければ歯車は回転することができないため、機械的なカップリングを含むほぼすべての機械システムに関わる要素である。しかし、バックラッシュはシステムに対して振動や遅れを与えるため、性能の低下等の影響だけでなく、場合によっては構成部品の破損やシステム全体に関わる重大な故障につながる恐れがある。昨今ではバックラッシュの影響を限りなく小さくしたノンバックラッシュギアというものもあるが、歯車の径や歯数によっては機械設計の面では解決できない場合も存在する。

上記のようなバックラッシュによる悪影響を制御によって抑制することを目的とした研究が現在までに数多く行われている。その多くは、産業用機械における速度制御ないし位置制御におけるバックラッシュの悪影響が、性能を低下させる重大な非線形性であるとし、研究が進められてきた。しかしそのような機械の中には、一定水準内の決められたトルクを出し続けることが求められる機械も数多く存在し、そのような機械には電流を制御することによるトルク制御が適用される。例として印刷機の紙送り軸のようなものから、自動車や工作機械、重機のような規模の大きいまで幅広く使用されている。このようなシステムでもバックラッシュによる影響が発生し、例として、自動車では回生(減速)から加速へ移行する際に、伝達トルクの正負が切り替わるいわゆる「ゼロクロス」が発生するタイミングで、バックラッシュによって発生する振動等の悪影響が問題視されている。この現象は、自動車のドライブシャフトとつながるデファレンシャルギアにおいて発生する問題であり、ギアに負トルクがかかっている状態から正トルクに切り替わるタイミングでギアが空転する時間が発生する。空転状態からかみ合う際のギア同士の衝突により振動が発生、さらにこのときドライブシャフトにも大きいトルクがかかるためシャフトが捻じれるという現象も同時に発生する。このようなトルク制御系におけるバックラッシュの影響も決して無視できない問題である。

そのため、バックラッシュ部分の正確なモデリングが必要とされてきたが、多くはDead-zone model等の物理特性を正確に表現できていない単純化されたモデルに置き換えて扱ってきた。これらは長年大きな課題として扱

われてきたが、Nordinらによって新たにExact modelというモデルが提唱された。このモデルは上記の自動車の例のようなバックラッシュの物理特性をシャフトの捻じれまで厳密に考慮することにより、正確に表現できていることが明らかになっている[1, 2]。

そこで本研究ではトルク制御に焦点を当て、Exact modelを用いたバックラッシュを含む駆動系のモデリングを行い、制御系設計の信頼性を担保した上で非整数階PID制御系の有用性を検証する。まず、今回使用するバックラッシュを含む2慣性モデルを定義し、非整数階微積分について記述する。その後、トルク制御シミュレーションの状況設定、シミュレーション結果を示した後、周波数解析を含む考察を行う。

## 2 モデリング

### 2.1 バックラッシュモデル

今回モデルとして用いるようなバックラッシュを含む多慣性系において、バックラッシュ部分の非線形性は1つの大きな課題とされてきた。以下にバックラッシュ部のモデルを示す。

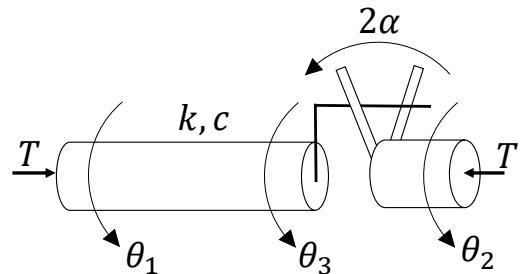


図1 バックラッシュモデル

図1は慣性を持たないシャフトにバックラッシュを接続している。 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ はそれぞれモータの角度、シャフトの角度、バックラッシュ部分のシャフトの角度である。角度バックラッシュの値を $2\alpha[\text{rad}]$ 、シャフトのばね定数を $k[\text{Nm}/\text{rad}]$ 、減衰定数を $c[\text{Nm}\cdot\text{s}/\text{rad}]$ としている。また、慣性がない機構のため、入出力トルク $T$ は一致する。

#### 2.1.1 Exact model

バックラッシュを含む駆動系において、バックラッシュ部分のモデルはDead-zone modelが一般的に使用されてきた。しかしこのモデルは不感帯を表したモデルであるため、単純且つ分かりやすい一方でバックラッシュに内在する物理特性を正確に表現できていないモデルであった[1]。Exact modelは、Nordinらによって新たに提唱さ

れたバックラッシュの物理特性を極めて正確に表現したモデルである [1, 2].

Exact model におけるシャフトにかかるトルクは以下のように表される.

$$T = k(\theta_d - \theta_b) + c(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}_b) \quad (1)$$

ここで,  $\theta_d = \theta_1 - \theta_2$ ,  $\theta_b = \theta_3 - \theta_2$  である.  $\theta_b$  は角度バックラッシュと呼ばれるものである. また,  $\dot{\theta}_b$  は以下で求められる.

$$\dot{\theta}_b = \begin{cases} \max(0, \dot{\theta}_d + \frac{k}{c}(\theta_d - \theta_b)) & \theta_b = -\alpha \\ \dot{\theta}_d + \frac{k}{c}(\theta_d - \theta_b) & |\theta_b| < \alpha \\ \min(0, \dot{\theta}_d + \frac{k}{c}(\theta_d - \theta_b)) & \theta_b = \alpha \end{cases} \quad (2)$$

上記より,  $\theta_b = \alpha$  且つ  $\dot{\theta}_b \geq 0$  でギアが右側接触,  $\theta_b = -\alpha$  且つ  $\dot{\theta}_b \leq 0$  で左側接触となる. 式 (6) において,  $\theta_d, \dot{\theta}_d, \theta_b$  に加えて, 式 (2) で得られた  $\dot{\theta}_b$  を用いることでトルクが算出できる. このモデルはシャフトのねじれとバックラッシュの角度の関係を正確にモデリングすることができているため, 本研究ではバックラッシュ部分のモデリングに Exact model を用いることとする.

## 2.2 バックラッシュを含む 2 慣性モデル

今回のシミュレーションで使用するバックラッシュを含む 2 慣性系のモデル図を以下の図 2 に示す [6]. また, 表 1 に各種パラメータの詳細を示す.

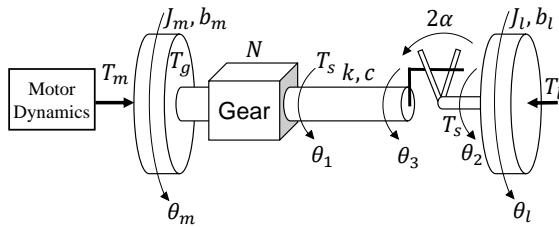


図 2 バックラッシュを含む 2 慣性モデル

ここで,  $T_m$  は駆動モータからの入力トルク,  $T_l$  は負荷トルク,  $T_g, T_s$  はギアに接続したシャフトの両端にかかるトルクである.  $N$  はギア比,  $\theta_m, \theta_l$  はそれぞれの慣性の回転角度である. また, ギアのかみ合わせ部分, ねじれを考慮したバネ定数, 減衰定数が与えられているシャフト部分は無慣性である. かみ合わせ部分で発生するギア同士の衝突は非完全弾性衝突であり, ギア同士が接触した瞬間に一体となって運動する.

## 2.3 運動方程式

図 2 で示したモデルの運動方程式を以下に示す.

$$J_m \ddot{\theta}_m + b_m \dot{\theta}_m = T_m - T_g \quad (3)$$

$$J_l \ddot{\theta}_l + b_l \dot{\theta}_l = T_s - T_l \quad (4)$$

表 1 トルク制御でのシミュレーションでのパラメータ

記号	名称	値	単位
$J_m$	駆動側 慣性モーメント	$0.97 \times 10^{-1}$	kgm <sup>2</sup>
$b_m$	駆動側 粘性摩擦係数	0	Nms/rad
$J_l$	負荷側 慣性モーメント	0.24	kgm <sup>2</sup>
$b_l$	負荷側 粘性摩擦係数	0	Nms/rad
$k$	ばね定数	3000	Nm/rad
$c$	減衰定数	0.1	Nms/rad
$\alpha$	バックラッシュ角	0.0175	rad
$N$	ギア比	1	-
$K_t$	トルク定数	1.19	Nm/A
$K_e$	逆起電力定数	0.153	Vs/rad
$L$	インダクタンス	$4.8 \times 10^{-3}$	H
$R$	電機子抵抗	3.43	$\Omega$

$$T_g = T_s/N, \theta_2 = \theta_l, \theta_1 = \theta_m/N \quad (5)$$

また, ギアを介して伝達されるトルク  $T_s$  は, Exact model を用いて以下のように表される. なお,  $\theta_d = \theta_m/N - \theta_l$ ,  $\theta_b$  は式 (2) の積分値で表される.

$$T_s = k(\theta_d - \theta_b) + c(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}_b) \quad (6)$$

また, モータの回路方程式は以下ようになる.

$$T_m = K_t i(t) \quad (7)$$

$$L \frac{di}{dt}(t) + Ri(t) = u(t) - K_e \dot{\theta}_m(t) \quad (8)$$

ここで,  $i$  は電流,  $u(t)$  は入力である. 今回の入力はいん加電圧  $V$  である.

## 3 トルク制御シミュレーション

### 3.1 シミュレーション状況

前節で示したシステムを制御対象として, トルク制御シミュレーションを行う. シャフト, バックラッシュによる振動などの影響を抑えつつ, 駆動モータから発生するトルクを目標値に追従させることを目的とする. ここでは自動車にあるような, 加速・回生による加減速の運動を模擬したシミュレーションを行う. 具体的なシミュレーションの状況を図 3 に示す.

トルクの目標値は, 0~1.5[s] 間に 0.5[Nm], 1.5~3.5[s] 間に 0[Nm], 3.5~5[s] 間に 0.5[Nm] を与え, 負荷側から常時-0.1[Nm] の負荷トルクを印加する. 実際の動作環境を模擬するため, 遅延時間とノイズ, 外乱を以下の表 2 のように与えシミュレーションを行う. 遅延時間は制御量が制御対象に入る際の遅れ時間, ノイズは制御対象から状態量をフィードバックする際のノイズ, 外乱は負荷側から入力する. ノイズに関してはガウシアンホワイトノイズを使用し, 値は S/N 比を用いる. S/N 比とは, 信

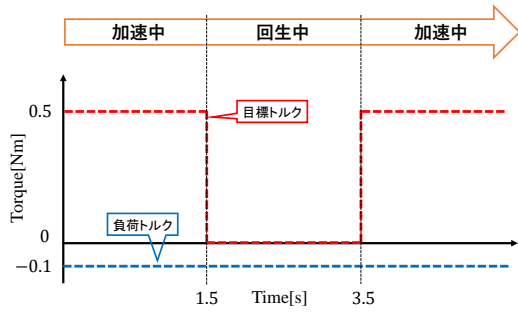


図3 入力する目標トルク

号とノイズの信号強度の比を表すものであり、単位は dB である。外乱に関しては、矩形波をトルクを負荷側から入力することとする。また、このシミュレーションに用いた制御パラメータを表3に示す。

表2 外乱等のパラメータ

名称	値	単位
遅延時間	$1.0 \times 10^{-4}$	s
ノイズ (S/N 比)	100	dB
外乱トルク振幅	3	Nm
外乱トルク周波数	10	Hz

表3 各種パラメータの詳細

記号	名称	値
$K_P$	P ゲイン	10
$K_I$	I ゲイン	100
$K_D$	D ゲイン	$2.0 \times 10^{-3}$
$\lambda$	積分器の次数	0.2
$\mu$	微分器の次数	0.9

### 3.2 シミュレーション結果

前節で記述した状況下において、従来の PID 制御器、非整数階 PID 制御器を適用しシミュレーションを行った。なお、非整数階 PID 制御器の適用は伝達関数を任意の次数で近似し、さらに近似する周波数帯域を定めて行う。今回は近似する次数は 11 次とし、周波数帯域は  $10^{-5}$ ,  $10^5$  とした。それぞれのグラフにおいて、reference は目標角速度、 $T_m$  は駆動モータからの入力トルク、 $\theta_s$  はシャフトのねじれ角である。また、シャフトのねじれ角のプロット内の赤線のデータは、バックラッシュによるギアのかみ合いの状態を示している。ギアが正回転方向にかみ合い運動しているときは 0.1 をプロット、ギアが負回転方向にかみ合い運動しているときは -0.1 をプロット、どちらともかみ合わず空転しているときは 0 をプロットしている。このギアによる運動状態の表現が不感帯モデルである Dead-zone model では難しく、特に高速回転する領域においてかみ合いの状態を正しく表現することができなかった。Exact model ではその問題点を解消しており、

ギアのねじれを考慮したモデリングにより高速回転する領域でもギアのかみ合い状態を正しく表現できることが確認されている。

PID 制御器を適用した結果を図4、図5に示す。モータトルクのプロットでは大きな振動が発生しており、追従性も低いものとなっている。シャフトのねじれ角のプロットでは、ギアが正負の方向それぞれに接触した際にシャフトがねじれていることが確認でき、最大 0.5[deg] 程のねじれが確認できる。

次に、非整数階 PID 制御器を適用した結果を図6、図7に示す。従来の PID 制御器の結果と比べ、振動の振幅が低減し追従性が向上していることが確認できる。シャフトのねじれ角でも、ギアが接触した際のねじれ角が低減できている箇所が確認できる。

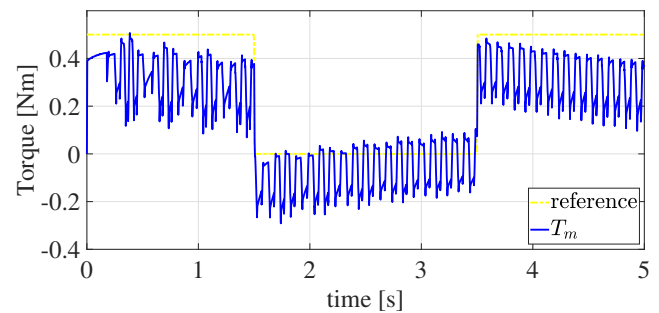


図4 PID 制御適用時のモータトルク

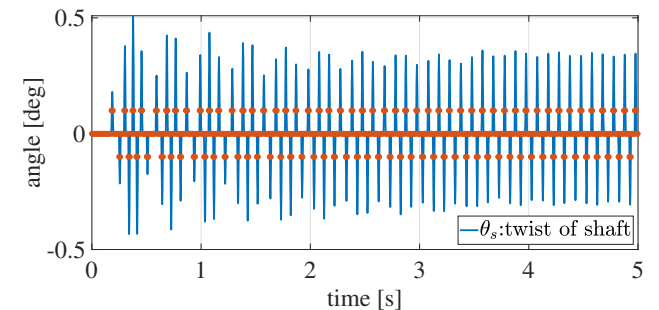


図5 PID 制御適用時のシャフトのねじれ角 (赤線：歯車のかみ合いの状態 [正方向でかみ合い→ 0.1/空転→ 0/負方向かみ合い→ -0.1])

### 3.3 シミュレーション考察

シミュレーションの結果を踏まえ、考察を行う。図4、図6に示したモータトルクのデータに対して、FFT 解析を行った。その結果を図8に示す。

図8において、赤線が従来の PID 制御器 (C-PID)、青線が非整数階 PID 制御器 (F-PID) のプロットである。PID 制御適用時のプロットにおいて、約 60[rad/s] で大きなピークが確認でき、約 80[rad/s], 190[rad/s] でもピークが確認できる。この結果から、このシミュレーションにおいては 100~200[rad/s] 付近の周波数において、非整数階 PID 制御器が振動を抑制できていることが確認できる。

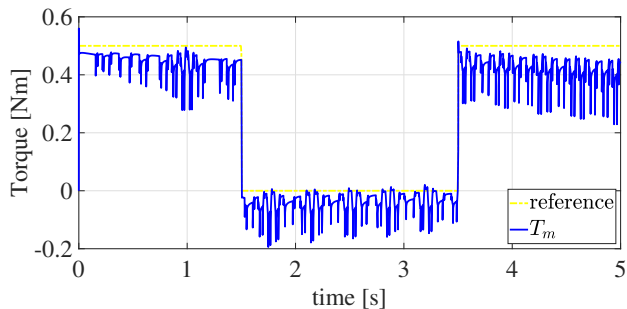


図 6 非整数階 PID 制御適用時のモータトルク

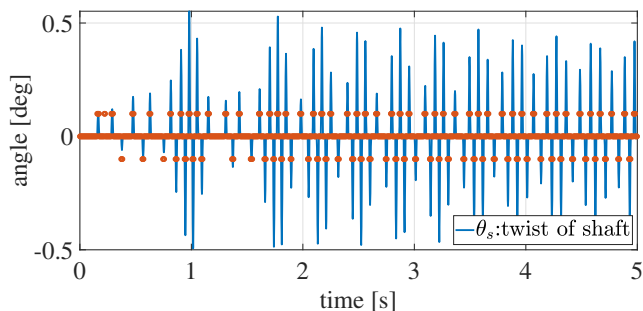


図 7 非整数階 PID 制御適用時のシャフトのねじれ角 (赤線：歯車のかみ合いの状態 [正方向でかみ合い→0.1/空転→0/負方向かみ合い→-0.1])

また、シミュレーションにおけるそれぞれのコントローラのボード線図を図 9 に示す。

プロットにおいて、青線が非整数階 PID 器、緑線がシミュレーションで使用している近似した非整数階 PID 器、赤線が従来の PID 制御器である。ゲイン線図では、 $10^0$ [rad/s] 付近を境にゲイン特性が変化していることが確認できる。従来の PID 制御器では、 $10^0$ [rad/s] 以降ゲインが上昇していくのに対して、非整数階 PID 制御器では広い帯域でゲインが抑えられている。このような差が今回の結果に繋がったと考えられる。

### 3.4 おわりに

本研究では、バックラッシュを含む 2 慣性システムに対して非整数次制御系を設計し、トルク制御シミュレーションを行った。従来の PID 制御器と非整数次制御器を使用したシミュレーションを行い、プロットを比較するとともに結果の定量的な評価を行った。トルク制御においても、非整数階 PID 制御器が従来の PID 制御器よりも優れた制御性能を持つことが確認できた。

今後の展望として、離散化等の手法を用いて実機への実装方法を確立した後、実際の実験機器での実験による検証が挙げられる。現在、本学にて上記の実現に向けた実験装置の開発を行っているため、完了次第検証を行っていく方針である。本研究の特徴の一つは、バックラッシュに Nordin ら [2] による Exact model をシミュレーションに用いることで、従来のような不感帯を用いるシミュレーションに比べ、制御系設計の評価の信頼性を限りなく高めたことである。これにより実験前の制御系設計におけ

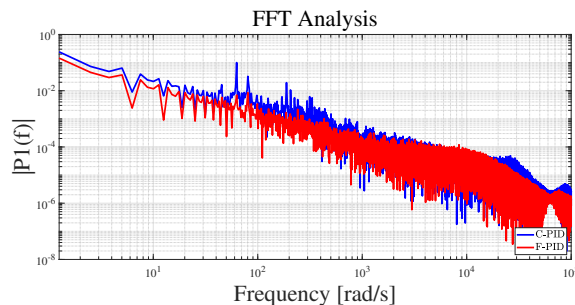


図 8  $T_m$  における FFT 解析

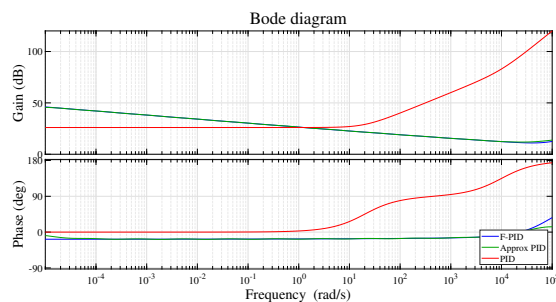


図 9 コントローラのボード線図

る試行錯誤を減らせることが期待される。

### 参考文献

- [1] M. Nordin and P-O. Gutman, “Controlling mechanical systems with backlash - a survey,” *Automatica*, vol. 38, no. 10, pp. 1633-1649, 2002.
- [2] M. Nordin and P-O. Gutman, “New models and identification methods for backlash and gear play,” in *Adaptive Control of Nonsmooth Dynamical Systems*, G. Tao and F. L. Lewis, Eds. Springer-Verlag London, pp. 1-30, 2001.
- [3] C. Ma and Y. Hori, “Fractional-Order Control: Theory and Applications in Motion Control,” *IEEE Industrial Electronics Magazine*, pp. 6-16, 2007
- [4] Y. Nishida, K. Takeda, N. Sakamoto and A. Nakashima, “A numerical study on fractional PID control of three-inertia system using exact backlash model,” *Proceedings of the SICE Annual Conference*, September 23-26, Chiang Mai, Thailand, 2020.
- [5] C. Ma and Y. Hori, “Backlash vibration suppression control of torsional system by novel fractional order pidk controller,” *IEEJ Transactions on Industry Applications*, vol. 124, no. 3, pp. 312-317, 2004.
- [6] A. Lagerberg, “Control and estimation of automotive powertrains with backlash,” Ph.D. dissertation, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2004.