多群モデルにおける平均と分散の同時相違を検出するための多重比較検定法

M2019SS004 長野 弘晃

指導教員：白石高章

1 はじめに

一般的なデータにおいては, 平均が異なれば分散が異なる場合が多い. しかし, 多くの文献で述べられている統計的検定法では, データの平均, あるいは分散の相違, どちらか一方のみを検出するものが多い. そこで, 本研究では, 各標本の平均と分散が未知である k 群モデルにおいて, それぞれの群間の平均と分散の相違を同時検出するための多重比較検定法を漸近理論を用いて, 考察していく. さらに, 提案した検定統計量の近似性, 多重比較法の検出力を調べるための C 言語プログラムを作成し, 乱数シミュレーションを行っていく.

2 モデルの設定

ある要因 A があり, k 個の水準 $A_1, \cdots, A_k$ を考える. 水準 A_i における標本の観測値 $(X_{i1}, X_{i2},, \cdots, X_{in_i})$ は第 i 標本とよばれ, 平均 μ_i, 分散 σ_i^2の 同一の連続分布関数 $F(\frac{x-\mu_i}{\sigma_i})$ をもつとする. さらに, すべての X_{ij} $(j = 1, \cdots, n_i\ ; i = 1, \cdots, k)$ は互いに独立であると仮定し, 総標本サイズを $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$ とおく. また各 X_{ij} を小さい方から並べたときの X_{ij} の順位を R_{ij} とする.

3 検定統計量

帰無仮説 $H_0 : \mu_1 = \cdots = \mu_k$ かつ $\sigma_1^2 = \cdots = \sigma_k^2$ とする. このとき, 帰無仮説 H_0 vs. 対立仮説 H_1 : ある $i \neq j$ に対して, $\mu_i \neq \mu_j$ または $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ についての検定を考察する.

$\phi_a(u), \phi_b(u)$ はそれぞれ, 区間 $(0, 1)$ 上の関数で, 次の条件 $(C1), (C2), (C3)$ を満たすものとする.

$(C1)$ $\quad 0 < \int_0^1 \left\{\phi_a(u) - \bar{\phi}_a\right\}^2 du < \infty,$

$(C2)$ $\quad 0 < \int_0^1 \left\{\phi_b(u) - \bar{\phi}_b\right\}^2 du < \infty,$

$(C3)$ $\quad \int_0^1 \left\{\phi_a(u) - \bar{\phi}_a\right\}\left\{\phi_b(u) - \bar{\phi}_b\right\} du = 0$

ただし, $\bar{\phi}_a = \int_0^1 \phi_a(u)du,\ \bar{\phi}_b = \int_0^1 \phi_b(u)du$ とする.

このとき, $a_n(m), b_n(m)$ を次のようにおく.

$$a_n(m) = \phi_a\left(\frac{m}{n+1}\right) \quad 1 \leq m \leq n \tag{1}$$

$$b_n(m) = \phi_b\left(\frac{m}{n+1}\right) \quad 1 \leq m \leq n \tag{2}$$

すると, 次の関係が成り立つ.

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \left\{a_n(1 + [un]) - \phi_a(u)\right\}^2 du = 0 \tag{3}$$

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \left\{b_n(1 + [un]) - \phi_b(u)\right\}^2 du = 0 \tag{4}$$

ここで, $S_i \equiv \sum_{j=1}^{n_i} a_n(R_{ij}),\ T_i \equiv \sum_{j=1}^{n_i} b_n(R_{ij})$ とおき, さらに, Hájek et al. [2] の 4.4.1 節の (6) を参照し, 平均, 分散に関する検定統計量 Q_s, Q_t をそれぞれ, 次のように提案する.

$$Q_s \equiv \frac{n-1}{\sum_{m=1}^{n}\left\{a_n(m) - \bar{a}_n\right\}^2} \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\frac{S_i}{n_i} - \bar{a}_n\right)^2 \tag{5}$$

$$Q_t \equiv \frac{n-1}{\sum_{m=1}^{n}\left\{b_n(m) - \bar{b}_n\right\}^2} \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\frac{T_i}{n_i} - \bar{b}_n\right)^2. \tag{6}$$

ただし, $\bar{a}_n \equiv \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_n(i), \quad \bar{b}_n \equiv \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} b_n(i)$ とする.

ここで, 漸近理論を述べるため,

$(C4)$ $\quad \lim_{n\to\infty} \frac{n_i}{n} = \lambda_i > 0$

を仮定する. このとき, 次の補題 1 を得る.

補題 1 条件 $(C1)$〜$(C4)$ を満たすものとし, (1), (2) のように $a_n(m),\ b_n(m)$ を決める. このとき, 帰無仮説 H_0 の下で, $n \to \infty$ として, $W = Q_s + Q_t \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathcal{X}^2_{2(k-1)}$ が成り立つ. ただし, $\xrightarrow{\mathcal{L}}$ は法則収束を表す記号である. □

補題 1 は既に知られていることで, Shiraishi (1988)[3] にも述べられている.

任意の分布関数 $F(x)$ に対し, その密度関数を $f(x)$ とおく. さらに, Hájek et al. [2] の 2.2.4 節の (3), (5) のスコア関数の定義を用い, $\phi_a(u),\ \phi_b(u)$ を次のように定義する.

$$\phi_a(u) \equiv -\frac{f'(F^{-1}(u))}{f(F^{-1}(u))},\ \phi_b(u) \equiv -F^{-1}(u)\frac{f'(F^{-1}(u))}{f(F^{-1}(u))}.$$

そこで, $f(x)$ をそれぞれ, 正規分布, ラプラス分布, ロジスティック分布に従う密度関数としたとき, 上記のスコア関数に基づいた検定統計量 W を次節以降で用いることとする.

4 すべての平均, 分散相違に関する多重比較法

4.1 仮説の設定

k 個の水準の平均, 分散の比較を考える.

1 つの比較のための検定は,

帰無仮説 $H_{(i,i')} : \mu_i = \mu_{i'}$ かつ $\sigma_i^2 = \sigma_{i'}^2$

vs. 対立仮説 $H^A_{(i,i')} : \mu_i \neq \mu_{i'}$ または $\sigma_i^2 \neq \sigma_{i'}^2$

$(\ 1 \leq i < i' \leq k)$ で表される.

ここで, $\mathcal{U} \equiv \{(i, i') \mid 1 \leq i < i' \leq k\}$ とおき, { 帰無仮説 $H_{(i,i')}$ vs. 対立仮説 $H^A_{(i,i')} \mid (i, i') \in \mathcal{U}\}$ に対する多重比較検定を, 白石 [1] の閉検定手順の定義に沿って論じる.

4.2 提案する閉検定手順

すべての平均, 分散の相違を多重比較検定するときの帰無仮説のファミリー $\mathcal{H}$ は

$$\mathcal{H} \equiv \left\{H_{(i,i')} \mid 1 \le i < i' \le k\right\} = \{H_{\boldsymbol{v}} \mid \boldsymbol{v} \in \mathcal{U}\}$$

と表現できる.
$\mathcal{H}$ の要素の仮説 $H_{(i,i')}$ の論理積からなるすべての集合は

$$\overline{\mathcal{H}} \equiv \left\{ \bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}} \;\middle|\; \varnothing \subsetneqq V \subset \mathcal{U} \right\}$$

で表される. さらに, $\varnothing \subsetneqq V \subset \mathcal{U}$ を満たす V に対して,

$$\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}} : \text{任意の } (i,i') \in V \text{ に対して, } \mu_i = \mu_{i'} \text{ かつ } \sigma_i^2 = \sigma_{i'}^2$$

は, k 個の平均, 分散に関していくつかがそれぞれ等しいという仮説となる.
ここで, $I_1, \cdots, I_J$ $(\#(I_j) \ge 2,\ j = 1, \cdots, J)$ を添え字 $\{1, \cdots, k\}$ の互いに素な部分の集合の組とし, 同じ I_j $(j = 1, \cdots, J)$ に含まれる添え字をもつ平均, 分散がそれぞれ等しいという帰無仮説を $H(I_1, \cdots, I_J)$ で表す. このとき, $\varnothing \subsetneqq V \subset \mathcal{U}$ を満たす任意の V に対して, ある自然数 J と上記のある $I_1, \cdots, I_J$ が存在して,

$$\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}} = H(I_1, \cdots, I_J)$$

が成り立つ.
ここで, $H(I_1, \cdots, I_J)$ に対して, $M,\ \ell_j$ $(j = 1, \cdots, J)$ を

$$M \equiv M(I_1, \cdots, I_J) \equiv \sum_{j=1}^{J} \ell_j, \quad \ell_j \equiv \#(I_j)$$

とする.
さらに, $\{X_{ij'} \mid j' = 1, \cdots, n_i,\ \ i \in I_j\}$ の中での $X_{i\ell}$ の順位を $R_{i\ell}(I_j)$ とし,

$$S_i(I_j) \equiv \sum_{\ell=1}^{n_i} a_{n(I_j)}(R_{i\ell}(I_j)),\ T_i(I_j) \equiv \sum_{\ell=1}^{n_i} b_{n(I_j)}(R_{i\ell}(I_j))$$

とおく. また, $Q_s(I_j),\ Q_t(I_j)$ を次のように定義する.

$$Q_s(I_j) \equiv \frac{n(I_j)-1}{\sum_{m=1}^{n(I_j)} \left\{a_{n(I_j)}(m) - \bar{a}_{n(I_j)}\right\}^2}$$

$$\sum_{i\in I_j} n_i \left(\frac{S_i(I_j)}{n_i} - \bar{a}_{n(I_j)}\right)^2,$$

$$Q_t(I_j) \equiv \frac{n(I_j)-1}{\sum_{m=1}^{n(I_j)} \left\{b_{n(I_j)}(m) - \bar{b}_{n(I_j)}\right\}^2}$$

$$\sum_{i\in I_j} n_i \left(\frac{T_i(I_j)}{n_i} - \bar{b}_{n(I_j)}\right)^2.$$

ただし,

$$n(I_j) \equiv \sum_{i\in I_j} n_i,$$

$$\bar{a}_{n(I_j)} \equiv \frac{1}{n(I_j)} \sum_{i=1}^{n(I_j)} a_{n(I_j)}(i),\ \bar{b}_{n(I_j)} \equiv \frac{1}{n(I_j)} \sum_{i=1}^{n(I_j)} b_{n(I_j)}(i)$$

とする.
さらに, $W(I_j)$ を

$$W(I_j) \equiv Q_s(I_j) + Q_t(I_j)$$

とおく.

閉検定手順 1

まず, 自由度 t のカイ 2 乗分布の上側 $100\alpha\%$ 点を $\mathcal{X}_t^2(\alpha)$ とする.
(a) $J \ge 2$ のとき, $\ell = \ell_1, \ell_2, \cdots, \ell_J$ に対して,

$$\alpha(M,\ell) \equiv 1 - (1-\alpha)^{\ell/M}$$

で $\alpha(M,\ell)$ を定義する. $1 \le j \le J$ となるある整数 j が存在して $\mathcal{X}^2_{2(\ell_j-1)}(\alpha(M,\ell_j)) < W(I_j)$ ならば
帰無仮説 $\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}}$ を棄却する.
(b) $J = 1$ $(M = \ell_1)$ のとき, $\mathcal{X}^2_{2(M-1)}(\alpha) < W(I_1)$ ならば帰無仮説 $\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}}$ を棄却する.
(a), (b) の方法で, $(i,i') \in V \subset \mathcal{U}$ を満たす任意の V に対して, $\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}}$ が棄却されるとき, 多重比較検定として, $H_{(i,i')}$ を棄却する.
このとき, 補題 1 を用いて次の定理 2 を得る.

定理 2 条件 $(C1)$〜$(C4)$ の下で, 閉検定手順 1 は, 有意水準 α の漸近的な多重比較検定である.

証明 修士論文を参照. □

5 対照群の平均, 分散との相違に関する多重比較法

5.1 仮説の設定

第 k 群の対照群と第 i 群の処理群を比較することを考える. 1 つの比較のための検定は,
帰無仮説 H_i : $\mu_i = \mu_k$ かつ $\sigma_i^2 = \sigma_k^2$
vs. 対立仮説 H_i^A : $\mu_i \ne \mu_k$ または $\sigma_i^2 \ne \sigma_k^2$
で表される.
ここで, $\mathcal{I} \equiv \{i \mid 1 \le i \le k-1\}$ とおき, { 帰無仮説 H_i vs. 対立仮説 $H_i^A \mid i \in \mathcal{I}\}$ に対する多重比較検定について論じる.

5.2 提案する閉検定手順

すべての平均, 分散の対照群との相違を多重比較検定するときの帰無仮説のファミリー $\mathcal{D}$ は

$$\mathcal{D} \equiv \{H_i \mid 1 \le i \le k-1\}$$

と表現できる.
$\mathcal{D}$ の要素の仮説 H_i の論理積からなるすべての集合は

$$\overline{\mathcal{D}} \equiv \left\{ \bigwedge_{i\in E} H_i \;\middle|\; \varnothing \subsetneqq E \subset \mathcal{I} \right\}$$

で表される.
さらに, $\varnothing \subsetneq E \subset \mathcal{I}$ を満たす E に対して,

$$\bigwedge_{i \in E} H_i : \text{任意の } i \in E \text{ に対して, } \mu_i = \mu_k \text{ かつ } \quad \sigma_i^2 = \sigma_k^2$$

は, $k-1$ 個の平均, 分散のうち $\#(E)$ 個が μ_k, σ_k^2 にそれぞれ等しいという仮説となる.
E に含まれる添え字を持つ母平均,母分散は,μ_k, σ_k^2にそれぞれ等しいという帰無仮説を $H(E)$ で表すと,

$$\bigwedge_{i \in E} H_i = H(E)$$

が成り立つ.
閉検定手順では,特定の帰無仮説を $H_{i_0} \in \mathcal{D}$ としたとき ,$i_0 \in E \subset \mathcal{I}$ を満たす任意の E に対して帰無仮説 $H(E)$ の検定が水準 α で棄却されたとき, H_{i_0}を棄却する方式である. ここで,

$$q \equiv \#(E),\ E \equiv \{i_1, \cdots, i_q\}, E' \equiv \{i_1, \cdots, i_q, k\},$$

$$n(E) \equiv n_k + \sum_{j=1}^{q} n_{i_j}$$

とおき, さらに, $\{X_{ij'} | j' = 1, \cdots, n_i,\ \ i \in E'\}$ の中での $X_{i\ell}$ の順位を $R_{i\ell}(E)$ とし,

$$S_i(E) \equiv \sum_{\ell=1}^{n_i} a_{n(E)}(R_{i\ell}(E)), T_i(E) \equiv \sum_{\ell=1}^{n_i} b_{n(E)}(R_{i\ell}(E))$$

とおく. また, $Q_s(E), Q_t(E)$ を次のように定義する.

$$Q_s(E) \equiv \frac{n(E)-1}{\sum_{m=1}^{n(E)} \left\{a_{n(E)}(m) - \bar{a}_{n(E)}\right\}^2}$$

$$\sum_{i \in E'} n_i \left(\frac{S_i(E)}{n_i} - \bar{a}_{n(E)}\right)^2,$$

$$Q_t(E) \equiv \frac{n(E)-1}{\sum_{m=1}^{n(E)} \left\{b_{n(E)}(m) - \bar{b}_{n(E)}\right\}^2}$$

$$\sum_{i \in E'} n_i \left(\frac{T_i(E)}{n_i} - \bar{b}_{(E)}\right)^2.$$

ただし,

$$\bar{a}_{n(E)} \equiv \frac{1}{n(E)} \sum_{i=1}^{n(E)} a_{n(E)}(i),\ \ \bar{b}_{n(E)} \equiv \frac{1}{n(E)} \sum_{i=1}^{n(E)} b_{n(E)}(i)$$

とする. さらに, $W(E)$ を

$$W(E) \equiv Q_s(E) + Q_t(E)$$

とおく.

閉検定手順 2

(c) $\mathcal{X}_{2q}^2(\alpha) < W(E)$ ならば帰無仮説 $H(E)$ を棄却する. (c) の方法で, $i \in E \subset \mathcal{I}$ を満たす任意の E に対して, $H(E)$ が棄却されるとき, 多重比較検定として, H_i を棄却する.

定理 3 条件 $(C1)$～$(C4)$ の下で, 閉検定手順 2 は, 有意水準 α の漸近的な多重比較検定である.

証明 修士論文を参照. □

6 検定の漸近近似の良さ

6.1 シミュレーション設定

$X_{ij} \sim N(0,1)$ であるとし, 検定統計量 W がロジスティックスコア型, 正規スコア型, ラプラススコア型の 3 つの場合において, $\alpha = 0.05, 0.01$, $k = 2,3,4,5$, $n_1 = \cdots = n_k = 10, 20, 30, 50$ としたとき, $\hat{\delta} = P_0(W \geq \mathcal{X}_{2(k-1)}^2(\alpha))$ の値がどれだけ α に近似できるのかを調べていく. また, 便宜上, ロジスティックスコア型, 正規スコア型, ラプラススコア型, それぞれの場合の $\hat{\delta}$ の値を, 順に $\hat{\delta}(1), \hat{\delta}(2), \hat{\delta}(3)$ とする.

表 1 $\alpha = 0.05, k = 4, 5$ とした場合

n_i	$k=4$			$k=5$		
	$\hat{\delta}(1)$	$\hat{\delta}(2)$	$\hat{\delta}(3)$	$\hat{\delta}(1)$	$\hat{\delta}(2)$	$\hat{\delta}(3)$
10	0.0381	0.0326	0.0395	0.0355	0.0318	0.0426
20	0.0432	0.0385	0.0447	0.0422	0.0396	0.0465
30	0.0450	0.0444	0.0449	0.0449	0.0436	0.0479
50	0.0433	0.0469	0.0488	0.0428	0.0481	0.0495

6.2 結論

全体的に, 検定統計量 W がラプラススコア型の場合, 最も近似が良くなった. 次点で, ロジスティックスコア型が良く, 正規スコア型の場合が 3 つの中で, 最も近似が良くなかった. 一方, n_i の値が 50 に近くなると, ロジスティックスコア型より, 正規スコア型の方が近似が良くなった.

7 すべての平均, 分散相違に関する検出力シミュレーション

7.1 シミュレーションの方法

検定統計量がロジスティックスコア型, 正規スコア型, ラプラススコア型の 3 つの場合において, ${}_kC_2$ 個の対立仮説の検出力を乱数シミュレーションにより導き, それらの比較を行っていく. ここで,

$$IT(s)_{(i,i')} = \begin{cases} 1 & (\text{帰無仮説 } H_{(i,i')} \text{が棄却されるとき}) \\ 0 & (\text{帰無仮説 } H_{(i,i')} \text{が棄却されないとき}) \end{cases}$$

とし, 対立仮説 $H_{(i,i')}^A$ の検出力を

$$PT_{(i,i')} \equiv \frac{1}{N} \sum_{s=1}^{N} IT(s)_{(i,i')}$$

とおいた. ただし, N はシミュレーション回数とする.
本研究では, 正規乱数, ラプラス乱数, ロジスティック乱

数をそれぞれ発生させた場合を考え, さらに, 繰り返し数を 10000 回とし, $\alpha = 0.05$, $k = 3, 4, 5$, $n_i = 30$ としてシミュレーションを行った. また, μ_i, σ_i の値をそれぞれ, $\mu_i = ic_1$, $\sigma_i = 1.0 + ic_2$ とし, ロジスティックスコア型の $H^A_{(1,5)}$ の検出力が 0.9 近くになるように, 定数 c_1, c_2 の値を定めた. ここでは, $k = 5$, $c_1 = 0.45$, $c_2 = 0.45$ とした場合を記載し, その他の条件での出力結果は本稿に記載した. また, 便宜上, 本節以降, ロジスティックスコア型, 正規スコア型, ラプラススコア型の検出力を, 順に, LS, NS, DS と表記する.

表 2 正規乱数を発生させた場合

対立仮説	LS	NS	DS
$H^A_{(1,2)}$	0.1222	0.1073	0.0957
$H^A_{(1,3)}$	0.4356	0.3974	0.3440
$H^A_{(1,4)}$	0.7713	0.7195	0.6485
$H^A_{(1,5)}$	0.9173	0.8926	0.8335
$H^A_{(2,3)}$	0.0836	0.0648	0.0644
$H^A_{(2,4)}$	0.2878	0.2439	0.2188
$H^A_{(2,5)}$	0.5440	0.5037	0.4409
$H^A_{(3,4)}$	0.0490	0.0398	0.0383
$H^A_{(3,5)}$	0.1744	0.1597	0.1395
$H^A_{(4,5)}$	0.0498	0.0456	0.0409

表 3 ロジスティック乱数を発生させた場合

対立仮説	LS	NS	DS
$H^A_{(1,2)}$	0.1104	0.0976	0.0972
$H^A_{(1,3)}$	0.4031	0.3624	0.3263
$H^A_{(1,4)}$	0.7406	0.6765	0.6287
$H^A_{(1,5)}$	0.8973	0.8643	0.8156
$H^A_{(2,3)}$	0.0775	0.0663	0.0619
$H^A_{(2,4)}$	0.2678	0.2268	0.2080
$H^A_{(2,5)}$	0.5122	0.4651	0.4219
$H^A_{(3,4)}$	0.0519	0.0371	0.0384
$H^A_{(3,5)}$	0.1633	0.1409	0.1300
$H^A_{(4,5)}$	0.0456	0.0423	0.0378

表 4 ラプラス乱数を発生させた場合

対立仮説	LS	NS	DS
$H^A_{(1,2)}$	0.1326	0.1046	0.1352
$H^A_{(1,3)}$	0.4326	0.3611	0.4359
$H^A_{(1,4)}$	0.7624	0.6885	0.7446
$H^A_{(1,5)}$	0.9137	0.8569	0.8993
$H^A_{(2,3)}$	0.0856	0.0731	0.0872
$H^A_{(2,4)}$	0.2859	0.2406	0.2874
$H^A_{(2,5)}$	0.5284	0.4623	0.5381
$H^A_{(3,4)}$	0.0527	0.0432	0.0582
$H^A_{(3,5)}$	0.1679	0.1366	0.1731
$H^A_{(4,5)}$	0.0437	0.0369	0.0484

7.2 結論

正規乱数を発生させた場合は, 3 つの統計量の中で, ロジスティックスコア型の検定統計量が最も検出力が高くなった. 次いで, 正規スコアが高く, ラプラススコア型が 3 つの中で一番検出力が低くなった. 正規スコアについては, 平均が等しく, 分散が一様でない場合に精度が悪く, これにより総合的にロジスティックスコア型を下回ったと考えられる. ロジスティック乱数を発生させた場合も同様, ロジスティックスコア型の検出力が最も高く, ラプラススコア型が一番低くなった. 特にラプラススコア型は, 平均が一様でない場合に, 他 2 つの検定統計量と比べて 0.15 近く検出力が落ちてるため, かなりの精度の悪さが伺える. ラプラス乱数を発生させた場合は, 他 2 つの乱数を発生させた時とは違い, ラプラススコア型の検出力が最も高くなることが多かった. しかし, 検出力が 0.7 を超えるのを境に, 徐々にロジスティックスコア型の検出力が高くなっていった.

8 対照群の平均, 分散相違に関する検出力シミュレーション

8.1 シミュレーションの方法

検定統計量がロジスティックスコア型, 正規スコア型, ラプラススコア型の 3 つの場合において, $k-1$ 個の対立仮説の検出力を乱数シミュレーションにより導き, それらの比較を行っていく. $i = 1, \cdots, k-1$ のとき,

$$IT'(s)_{(i)} = \begin{cases} 1 & (\text{帰無仮説 } H_i \text{ が棄却されるとき}) \\ 0 & (\text{帰無仮説 } H_i \text{ が棄却されないとき}) \end{cases}$$

とし, 対立仮説 H_i^A の検出力を

$$PT'_{(i)} \equiv \frac{1}{N} \sum_{s=1}^{N} IT'(s)_{(i)}$$

とおいた. ただし, N はシミュレーション回数とする. また, すべての対比較の場合と同様に, 3 つの乱数をそれぞれ発生させた場合を考え, さらに, 7.1 節と同様の設定で, シミュレーションを行った.

8.2 結論

すべての対比較の場合と比較し, 検出力の大小関係に大きな差は見られなかった.

9 おわりに

本研究では, ノンパラメトリック手法を用いて k 群モデルにおける平均と分散の相違を同時検出するための多重比較検定法を考察した. そして, 乱数シミュレーションにより, 検定の精度の良さを調べることができた.

参考文献

[1] 白石高章,『多群連続モデルにおける多重比較法―パラメトリック, ノンパラメトリックの数理統計』. 共立出版 (2011).

[2] Hájek, J., Šidák, Z. and Sen, P. K. (1999). *Theory of Rank Test*, *2nd Edition*. Academic Press.

[3] Shiraishi, T. (1988). Rank tests for ordered location-scale alternatives. J. Japan Statist. Soc., 18, p37-46.