多群比率モデルにおけるオッズ比とリスク比の多重比較検定法

M2018SS007 成瀬進亮

指導教員：白石高章

1 はじめに

2 標本比率モデルにおいて, 医薬品の有効性を推定するときなどに用いられる指標としてオッズ比, リスク比, リスク差がある. リスク比は主にコホート研究で用いられるがケースコントロール研究には用いることができない性質があり, オッズ比はコホート研究とケースコントロール研究のどちらでも用いることができる. また, 母比率が極めて小さいとき. リスク差の検定は棄却されにくい性質があるが, オッズ比やリスク比は母比率が小さい場合でも大きくなることがあり, 検定で棄却されることがある. Fleiss et al.(2013) では 2 群モデルにおいて, オッズ比についての記述がされている. そのため, 本研究では多群モデルにおいて, オッズ比とリスク比の比較を行うための多重比較法を漸近理論を用いて考察する.

母分散がすべて等しい正規分布を仮定した多群モデルにおいて, 母平均について群間ですべての対比較を考える方法として Tukey-Kramer 法がある. 本研究では, Tukey-Kramer 法を基にシングルステップの Tukey-Kramer 型検定法を漸近理論によって導出する. さらに, マルチステップの閉検定手順を漸近理論により提案する. そして, 提案した手法がシングルステップ法よりもよいことを作成した C 言語プログラムによるシミュレーションを用いて調べる. さらに, 白石 [2] によって提案されている多群比率モデルにおけるリスク差の多重比較法よりも本研究で提案する手法がどのような母比率の条件の下でよくなるのか作成した C 言語プログラムによるシミュレーションを用いて調べる. また, 提案した検定法を用いて成人女性の喫煙者数についてデータ解析を行う.

2 モデルの設定

$i = 1, \cdots, k; j = 1, \cdots, n_i$ に対して X_{ij} が母比率 p_i を持つベルヌーイ試行を考える.

表 1 k 群比率モデル

水準	群	データ	平均	分布
処理 1	第 1 群	$X_{11}, \cdots, X_{1n_1}$	p_1	$B(1, p_1)$
処理 2	第 2 群	$X_{21}, \cdots, X_{2n_2}$	p_2	$B(1, p_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
処理 k	第 k 群	$X_{k1}, \cdots, X_{kn_k}$	p_k	$B(1, p_k)$

総標本サイズ: $n \equiv n_1 + \cdots + n_k$

$X_{i\cdot} \equiv X_{i1} + \cdots + X_{in_i}$ とおいたとき, p_i の推定量は

$$\hat{p}_i \equiv \frac{X_{i\cdot}}{n_i} \text{ or } \frac{X_{i\cdot} + 0.5}{n_i + 1}$$

で与えられる. さらに, 条件

$$\text{(C)} \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{n_i}{n} = \lambda_i \ \ (0 < \lambda_i < 1)$$

を仮定する. また, $1 \le i < i' \le k$ に対してオッズ比とリスク比はそれぞれ以下のように表される.

$$\frac{p_i(1-p_{i'})}{p_{i'}(1-p_i)}, \ \frac{p_i}{p_{i'}}$$

3 オッズ比の多重比較法

リスク比については本稿に記載し, ここでは省略する.

3.1 漸近的同時信頼区間

統計量 $T_{ii'}(\boldsymbol{p})$ を

$$T_{ii'}(\boldsymbol{p}) \equiv \frac{\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_{i'}}{\sqrt{\hat{\eta}^o}} \quad (1 \le i < i' \le k)$$

とおく. ただし,

$$\hat{\theta}_i \equiv \log \hat{p}_i - \log(1-\hat{p}_i) - \log p_i + \log(1-p_i),$$
$$\hat{\theta}_{i'} \equiv \log \hat{p}_{i'} - \log(1-\hat{p}_{i'}) - \log p_{i'} + \log(1-p_{i'}),$$
$$\hat{\eta}^o \equiv \frac{1}{n_i\hat{p}_i} + \frac{1}{n_i(1-\hat{p}_i)} + \frac{1}{n_{i'}\hat{p}_{i'}} + \frac{1}{n_{i'}(1-\hat{p}_{i'})}.$$

である. 白石 [4] より, 次の定理 1 が成り立つ.

定理 1 条件 (C) の下で, $t > 0$ に対して,

$$A(t) \le \lim_{n\to\infty} P\left(\max_{1\le i<i'\le k} |T_{ii'}(\boldsymbol{p})| \le t\right) \le A_1^*(t) \qquad (1)$$

が成り立ち, $p_i\lambda_i(1-p_i)$ $(i = 1, \cdots, k)$ がすべて等しいとき, (1) 式の等号が成り立つ. ただし, $A(t)$, $A_1^*(t)$ は,

$$A(t) \equiv k\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\Phi(x) - \Phi(x - \sqrt{2}\cdot t)\right\}^{k-1} d\Phi(x),$$

$$A_1^*(t) \equiv \sum_{i'=1}^{k}\int_{-\infty}^{\infty}\prod_{i=1 i\ne i'}^{k}\left[\Phi\left(\sqrt{\frac{(1-p_i)p_i\lambda_i}{(1-p_{i'})p_{i'}\lambda_{i'}}}x\right)\right.$$
$$\left.-\Phi\left(\sqrt{\frac{(1-p_i)p_i\lambda_i}{(1-p_{i'})p_{i'}\lambda_{i'}}}x - \left\{\sqrt{\frac{(1-p_i)p_i\lambda_i}{(1-p_{i'})p_{i'}\lambda_{i'}} + 1}\right\}\cdot t\right)\right]$$
$$d\Phi(x)$$

である. ここで, α を与え, $A(t) = 1-\alpha$ を満たす t の解を $a(k;\alpha)$ とすると, 白石 [4] より, オッズ比 に対する信頼係数 $1-\alpha$ の漸近的同時信頼区間は, 以下のように与えられる.

$$\frac{\hat{p}_i(1-\hat{p}_{i'})}{\hat{p}_{i'}(1-\hat{p}_i)}\cdot\exp\left\{-a(k;\alpha)\cdot\sqrt{\hat{\eta}^o}\right\} < \frac{p_i(1-p_{i'})}{p_{i'}(1-p_i)}$$
$$< \frac{\hat{p}_i(1-\hat{p}_{i'})}{\hat{p}_{i'}(1-\hat{p}_i)}\cdot\exp\left\{a(k;\alpha)\cdot\sqrt{\hat{\eta}^o}\right\} \ (1 \le i < i' \le k)$$

3.2 シングルステップの多重比較法

1 つの比較のための検定は

$$\text{帰無仮説} H_{(i,i')} : \frac{p_i(1-p_{i'})}{p_{i'}(1-p_i)} = 1$$

$$\text{vs. 対立仮説 } H^{oA}_{(i,i')} : \frac{p_i(1-p_{i'})}{p_{i'}(1-p_i)} \ne 1$$

となる. ここで, $T_{ii'}$ を

$$T_{ii'} \equiv \frac{\log \hat{p}_i - \log(1-\hat{p}_i) - \{\log \hat{p}_{i'} - \log(1-\hat{p}_{i'})\}}{\sqrt{\hat{\eta}^o}} \quad (1 \le i < i' \le k)$$

としたとき, 条件 (C) の下で, $t > 0$ に対して,

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\max_{1\le i<i'\le k} |T_{ii'}(\boldsymbol{p})| \le t\right) = \lim_{n\to\infty} P_0\left(\max_{1\le i<i'\le k} |T_{ii'}| \le t\right)$$

が成り立ち, Shiraishi et al.(2019) の 1.2 節と同様に, 定理 1 より次の多重比較検定が導かれる.

漸近的なシングルステップの多重比較検定

条件 (C) を満たすとき, {帰無仮説 $H_{(i,i')}$ vs 対立仮説 $H^{oA}_{(i,i')}|1 \le i < i' \le k\}$ に対する水準 α の漸近的な多重比較検定は「$|T_{ii'}| > a(k;\alpha)$ となる i, i' に対して $H_{(i,i')}$ を棄却し, $H^{oA}_{(i,i')}$ を受け入れ, $\frac{p_i(1-p_{i'})}{p_{i'}(1-p_i)} \neq 1$ と判定する」ことである.

3.3 閉検定手順

$\mathcal{U} \equiv \{(i,i')|1 \le i < i' \le k\}$ とおく. すべての平均の相違を多重比較検定するときの帰無仮説のファミリー $\mathcal{H}$ は

$$\mathcal{H} \equiv \{H_{(i,i')}|1 \le i < i' \le k\} = \{H_{\boldsymbol{v}}|\boldsymbol{v} \in \mathcal{U}\}$$

と表現できる. $\mathcal{H}$ の要素の仮説 $H_{(i,i')}$ の論理積からなるすべての集合は

$$\overline{\mathcal{H}} \equiv \left\{\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}} \middle| \emptyset \subsetneq V \subset \mathcal{U}\right\}$$

で表される. $\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}}$ は一様性の帰無仮説 H_0 となる. さらに, $\emptyset \subsetneq V \subset \mathcal{U}$ を満たす V に対して,

$$\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}} : \text{任意の } (i,i') \in V \text{ に対して, } \frac{p_i(1-p_{i'})}{p_{i'}(1-p_i)} = 1$$

は k 個のオッズ比に関していくつかが 1 に等しいという仮説となる.

ここで, $\#(A)$ を集合 A の要素の個数とし, $I_1,\cdots,I_J(\#(I_j) \ge 2,\ j = 1,\cdots,J)$ を添え字 $1,\cdots,k$ の互いに素な部分集合の組とする. さらに, 同じ I_j $(j = 1,\cdots,J)$ に含まれる添え字を持つオッズ比は 1 に等しいという帰無仮説を $H(I_1,\cdots,I_J)$ で表す. このとき, $\emptyset \subsetneq V \subset \mathcal{U}$ を満たす任意の V に対して, ある自然数 J と上記のある $I_1,\cdots,I_J$ が存在して,

$$\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}} = H(I_1,\cdots,I_J)$$

が成り立つ. ここで,

$$Z(I_j) \equiv \max_{i<i',\ i,i'\in I_j} |T_{ii'}| \ (j = 1,\cdots,J)$$

とおき, $H(I_1,\cdots,I_J)$ に対して, M, $\ell_j(j = 1,\cdots,J)$ を

$$M \equiv M(I_1,\cdots,I_J) \equiv \sum_{j=1}^{J} \ell_j,\ \ell_j \equiv \#(I_j)$$

とする.

検出力の高い閉検定手順

$A(t)$ に対応して,

$$A(t|\ell) \equiv \ell \int_{-\infty}^{\infty} \left\{\Phi(x) - \Phi(x - \sqrt{2}\cdot t)\right\}^{\ell-1} d\Phi(x)$$

とおく. このとき, $A(t|\ell) = 1-\alpha$ を満たす t の解は, $a(\ell,\alpha)$ である.

(a) $J \ge 2$ のとき $\ell = \ell_1,\cdots,\ell_J$ に対して,

$$\alpha(M,\ell) \equiv 1 - (1-\alpha)^{\ell/M}$$

で $\alpha(M,\ell)$ を定義する. $1 \le j \le J$ となるある整数 j が存在して $a(\ell_j;\alpha(M,\ell_j)) < Z(I_j)$ ならば帰無仮説 $\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}}$ を棄却する.

(b) $J = 1 (M = \ell_1)$ のとき, $a(M;\alpha) < Z(I_1)$ ならば帰無仮説 $\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_{\boldsymbol{v}}$ を棄却する.

(a), (b) の方法で $(i,i') \in V \subset \mathcal{U}$ を満たす任意の V に対して, $\bigwedge_{\boldsymbol{v}\in V} H_v$ が棄却されるとき, 多重比較検定として, $H_{(i,i')}$ を棄却する.

このとき, 以下の定理が成り立つ.

定理 2 (a), (b) の検定の有意水準は漸近的に α である.

証明 本稿に記載し, ここでは省略する. □

4 推定値の比較

$\alpha = 0.05$, $k = 3,4,5$, $n_1 = \cdots = n_k = 50,100,150,200$, $p_1 = \cdots = p_k = 0.05(0.01)0.09$ または $0.1(0.1)0.9$ としたとき, $\hat{p}_i = X_{i\cdot}/n_i$ と $\hat{p}_i = (X_{i\cdot} + 0.5)/(n_i + 1)$ の 2 つの場合において, $P_0\left(\max_{1\le i<i'\le k} |T_{ii'}| \le a(k;\alpha)\right)$ と $P_0\left(\max_{1\le i<i'\le k} |T^*_{ii'}| \le a(k;\alpha)\right)$, さらには, 白石 [2] の (6), (7) 式の統計量を用いた $P_0\left(\max_{1\le i<i'\le k} |T^0_{ii'}| \le a(k;\alpha)\right)$ と $P_0\left(\max_{1\le i<i'\le k} |T^{0*}_{ii'}| \le a(k;\alpha)\right)$ の 4 つの推定値を比較する. ただし, $T^*_{ii'}$ $T^0_{ii'}$, $T^{0*}_{ii'}$ は

$$T^*_{ii'} \equiv \frac{\log \hat{p}_i - \log \hat{p}_{i'}}{\sqrt{\hat{\eta}^r}},\ \hat{\eta}^r \equiv \frac{1}{n_i\hat{p}_i} - \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}\hat{p}_{i'}} - \frac{1}{n_{i'}}$$

$$T^0_{ii'} \equiv \frac{2\left\{\arcsin(\sqrt{\hat{p}_i}) - \arcsin(\sqrt{\hat{p}_{i'}})\right\}}{\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}}}},$$

$$T^{0*}_{ii'} \equiv \frac{\hat{p}_i - \hat{p}_{i'}}{\sqrt{\frac{1}{n_i}\hat{p}_i(1-\hat{p}_i) + \frac{1}{n_{i'}}\hat{p}_{i'}(1-\hat{p}_{i'})}}$$

であり, 白石 [2] の (6), (7) 用いた方法をそれぞれ,「arcsin」,「リスク差」と呼ぶことにする. さらに, 便宜上, 上記の 4 つの推定値を上から順に $P(O), P(R), P(A), P(D)$ とし, $\hat{p}_i = X_{i\cdot}/n_i$, $\hat{p}_i = (X_{i\cdot} + 0.5)/(n_i + 1)$ をそれぞれ, $\hat{p}_i(1)$, $\hat{p}_i(2)$ と表すことにする.

$P(O)$ と $P(R)$ について, p_i が小さいとき, 推定値が極端に小さくなるため, 文献 [1] より $\hat{\eta}^o$ と $\hat{\eta}^r$ にそれぞれ調整値 b_k, c_k を用いて次のようにしてこの先のシミュレーショ

ンとデータ解析を行うことにする.

$$\hat{\eta}^o = \frac{1}{n_i\hat{p}_i + b_k} + \frac{1}{n_i(1-\hat{p}_i) + b_k} + \frac{1}{n_{i'}\hat{p}_{i'} + b_k} + \frac{1}{n_{i'}(1-\hat{p}_{i'}) + b_k},$$

$$\hat{\eta}^r = \frac{1}{n_i\hat{p}_i + c_k} - \frac{1}{n_i + c_k} + \frac{1}{n_{i'}\hat{p}_{i'} + c_k} - \frac{1}{n_{i'} + c_k}.$$

$\alpha = 0.05,\ k = 3,4,5,\ n_1 = \cdots = n_k = 50, 100, 150, 200$, $p_1 = \cdots = p_k = 0.05(0.01)0.09$ または $0.1(0.1)0.9$ とし, $\hat{p}_i(1)$ と $\hat{p}_i(2)$ の 2 つの場合において, $b_k = 0.0(0.1)1.0$ または $0.0(0.1)2.0$ とした場合と, $c_k = 0.0(0.1)1.0$ または $0.0(0.1)2.0$ とした場合の $P(O)$ と $P(R)$ の推定値をまとめた表を本稿の付録 A に載せた. ただし, 繰り返し数は 100,000 回とした. その数表から $P(O)$ と $P(R)$ は b_k と c_k に関して単調増加するため, $k = 3,4,5$ のそれぞれの場合に対して p_i が小さいときに近似が有意水準をおおよそ超えないところで b_k と c_k を一意に決め, 用いることとする. 以下の表 2, 表 3 に採択した b_k と c_k をまとめた. また, ここでは $\hat{p}_i(1)$ と $\hat{p}_i(2)$ の 2 つの場合において採択した b_k を用い, $k = 5, p_1 = \cdots = p_k = 0.05(0.01)0.09$, としたときの $P(O)$ の推定値を表 4 と表 5 に示す.

表 2 $\hat{p}_i(1)$ のときの b_k, c_k

k	3	4	5
b_k	0.6	0.7	0.9
c_k	0.6	0.7	1.0

表 3 $\hat{p}_i(2)$ のときの b_k, c_k

k	3	4	5
b_k	1.1	1.2	1.4
c_k	1.1	1.2	1.4

表 4 $\hat{p}_i(1)$, $k = 5$, $p_i = 0.05(0.01)0.09$ とした場合の $P(O)$ の値

	p_i				
n_i	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
50	0.3332	0.2137	0.1384	0.0981	0.0757
100	0.0684	0.0547	0.0496	0.0465	0.0468
150	0.0509	0.0474	0.0435	0.0426	0.0431
200	0.0489	0.0456	0.0453	0.0436	0.0441

表 5 $\hat{p}_i(2)$, $k = 5$, $p_i = 0.05(0.01)0.09$ とした場合の $P(O)$ の値

	p_i				
n_i	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
50	0.1222	0.1206	0.1034	0.0864	0.0723
100	0.0674	0.0546	0.0496	0.0465	0.0468
150	0.0510	0.0487	0.0470	0.0482	0.0484
200	0.0489	0.0460	0.0481	0.0499	0.0510

4.1 結果

$P(O)$ について, p_i が小さく n_i が大きいとき, $\hat{p}_i(1)$ より 0.05 の近似が良くなる. また, p_i が 0.5 に近いとき $\hat{p}_i(1)$ に比べて $\hat{p}_i(2)$ の方が近似が良くなる. $P(R)$ について, p_i が小さいとき $\hat{p}_i(1)$ より $\hat{p}_i(2)$ の方が 0.05 の近似が良くなる場合があるが, p_i が大きいと $\hat{p}_i(1)$ より近似が悪くなる. $P(A)$ について, $\hat{p}_i(1)$ のときは 0.05 を超えるものが多く, $\hat{p}_i(2)$ のときは 0.05 をおおよそ超えない. $P(D)$ について, p_i が 0.1 より小さいと $\hat{p}_i(1)$ の場合の方が 0.05 の近似が良いが, p_i が 0.1 を超えると, $\hat{p}_i(2)$ のときの方が近似が良くなる. また, 4 つの推定値を比べると, $\hat{p}_i(2)$ のときの $P(A)$ が全体的に最も近似が良い.
以上の結果より, 特に p_i が小さいときのオッズ比, リスク比, arcsin の検出力に興味があるため, 次章からは $\hat{p}_i(2)$ を用いることとする.

5 対ごとの検出力の比較

繰り返し回数 100,000 回とし, シングルステップと閉検定手順の対ごとの検出力の比較を行う. また, 白石 [2] の方法とも比較する. オッズ比に対して,

$$IT_{(i,i')}(q) = \begin{cases} 1 & (\text{帰無仮説 } H_{(i,i')} \text{ が棄却されるとき}) \\ 0 & (\text{帰無仮説 } H_{(i,i')} \text{ が棄却されないとき}) \end{cases}$$

とする. さらに, 対立仮説 $H^{oA}_{(i,i')}$ の検出力を

$$PT_{(i,i')} \equiv \frac{1}{r}\sum_{q=1}^{r} IT_{(i,i')}(q)$$

とおいた. ただし, r はシミュレーションの繰り返し回数である. また, リスク比における対立仮説を $H^{rA}_{(i,i')} \frac{p_i}{p_{i'}} \neq 1$, arcsin とリスク差において白石 [2] より, 対立仮説を $H^{0A}_{(i,i')}$: $p_i \neq p_{i'}$ とするとリスク比, arcsin, リスク差もオッズ比と同様にできる. 本研究では $\alpha = 0.05,\ k = 3,4,5,\ n_1 = \cdots = n_k = 100, 150, 200$ としてシミュレーションを行った. ここでは, 表 6 に, $k = 5,\ n_i = 150,\ p_1 = 0.07, p_2 = 0.11, p_3 = 0.15, p_4 = 0.19, p_5 = 0.23$ としたときのオッズ比とリスク比の結果を示す. 簡略化のためこのときの p_i $(1 \leq i < i' \leq k)$ の 条件を $(cp1)$ とする.

表 6 $\alpha = 0.05,\ k = 5,\ (cp1)$ の場合

対立仮説	オッズ比		リスク比	
	閉検定	シングル	閉検定	シングル
$H^A_{(1,2)}$	0.1245	0.0617	0.1244	0.0579
$H^A_{(1,3)}$	0.3900	0.3000	0.3899	0.2966
$H^A_{(1,4)}$	0.7253	0.6540	0.7248	0.6527
$H^A_{(1,5)}$	0.9163	0.8964	0.9152	0.8950
$H^A_{(2,3)}$	0.0886	0.0418	0.0885	0.0415
$H^A_{(2,4)}$	0.3133	0.2107	0.3112	0.2073
$H^A_{(2,5)}$	0.6037	0.5218	0.5966	0.5139
$H^A_{(3,4)}$	0.0689	0.0340	0.0671	0.0324
$H^A_{(3,5)}$	0.2346	0.1672	0.2270	0.1638
$H^A_{(4,5)}$	0.0604	0.0292	0.0589	0.0289

5.1 結果

提案する閉検定手順の検出力がシングルステップの検出力よりも一様に高かくなる. また, p_i が小さいときはオッ

ズ比とリスク比が arcsin やリスク差よりも高くなることが多く, arcsin とリスク差では arcsin の方が高くなることが多い. 特に, p_i の差が小さいときはそれが顕著にみられる. p_i が 0.3 以上になるとリスク差の検出力が他に比べて高くなることが多いが, p_i が 0.8 以上になるとオッズ比の方が高くなる.

6　総対検出力の比較

繰り返し回数 100,000 回のシミュレーションにより, シングルステップと閉検定手順の総対検出力の比較を行う. また, 白石 [2] の方法とも比較する. オッズ比に対して,

$$AIT(q) = \begin{cases} 1 & \left(\sum_{1 \leqq i < i' \leqq k} IT_{(i,i')}(q) = {}_kC_2 \text{ のとき}\right) \\ 0 & \left(\sum_{1 \leqq i < i' \leqq k} IT_{(i,i')}(q) \neq {}_kC_2 \text{ のとき}\right) \end{cases}$$

とすると, 総対検出力は

$$APP \equiv \frac{1}{r}\sum_{q=1}^{r} AIT(q)$$

と表される.. ただし, r はシミュレーションの繰り返し回数である. また, リスク比, acsin, リスク差についても同様にできる. 本研究では $\alpha = 0.05$, $k = 3, 4, 5$, $n_1 = \cdots = n_k = 100, 150, 200$ としてシミュレーションを行った. ここでは, $k = 5$, $n_1 = \cdots = n_k = 100, 150, 200$, $p_1 = 0.05$, $p_2 = 0.21, p_3 = 0.37, p_4 = 0.53, p_5 = 0.69$ としたときの, オッズ比とリスク比の結果を表 7 に示す. このとき, p_i $(1 \leq i < i' \leq k)$ の値はオッズ比に関しての閉検定手順における対立仮説 $H^{oA}_{(1,k-1)}$ の検出力が $n_1 = \cdots = n_k = 150$ のとき, 0.5 に近くなるように定めた. また, このときの p_i $(1 \leq i < i' \leq k)$ を $(cp2)$ とする.

表 7　$\alpha = 0.05$, $k = 5$, $(cp2)$ の場合

n_i	オッズ比		リスク比	
	閉検定	シングル	閉検定	シングル
100	0.1651	0.0014	0.1650	0.0013
150	0.5178	0.0719	0.5169	0.0689
200	0.7533	0.2951	0.7524	0.2871

6.1　結果

閉検定手順の検出力がシングルステップの検出力よりも一様に高い. 閉検定手順の検出力においてオッズ比の検出力が一様に高い. p_i が小さいときはオッズ比, リスク比, arcsin, リスク差の順で検出力が高く, p_i が大きいときはリスク比の検出力が他の 3 つを下回る. また, p_i が大きく, n_i が大きくなるに従い, リスク差が arcsin を上回るようになる.

7　成人女性の喫煙者数に関する解析

厚生労働省 [5] の平成 16 年〜平成 28 年のデータを取得し, 20 ~ 60 歳代の女性喫煙者に関する解析を $\alpha = 0.05$ として提案する方法により行った.

7.1　結果

作成した C 言語プログラムによる解析結果をまとめたものを表 8 に示す.

表 8　$\alpha = 0.05$ の場合の解析結果

	20 代	30 代	40 代	50 代	60 代
H16 年 vs. H19 年	NR	NR	NR	NR	NR
H16 年 vs. H22 年	NR	NR	NR	NR	NR
H16 年 vs. H25 年	NR	R	NR	NR	NR
H16 年 vs. H28 年	R	R	NR	NR	NR
H19 年 vs. H22 年	NR	NR	NR	NR	NR
H19 年 vs. H25 年	NR	R	R	NR	NR
H19 年 vs. H28 年	R	R	R	NR	NR
H22 年 vs. H25 年	NR	NR	NR	NR	NR
H22 年 vs. H28 年	R	NR	NR	NR	NR
H25 年 vs. H28 年	R	NR	NR	NR	NR

R: 棄却される, NR: 棄却されない

20 ~ 30 歳代では離れている群同士で棄却されており, 喫煙者は減っているといえる. 40 歳代は棄却されるところがあるが, 平成 19 年だけ喫煙者の割合が増えているため, 一概には喫煙者が減っているとは言えない. 50 ~ 60 歳代ではいずれも棄却されず喫煙者は減っていない. 年齢で結果に差が出たのは, 20 ~ 30 歳代では喫煙歴も浅く, 喫煙に対する教育や制度が広まっているため禁煙しやすいことや, そもそも喫煙しないようになったためだと考えられる. 40 ~ 60 歳代で喫煙者が減っていないのは, 長年喫煙しており, なかなかやめられないことや, 生活の一部になっており, 単純に今更禁煙をしようとは思わないからではないかと考えられる. また, この解析において, 30 歳代の H16 年 vs. H25 年はリスク差では棄却されなかった.

8　おわりに

本研究では, オッズ比とリスク比についての Tukey-Kramer 法を基にした多重比較法を提案した. また, 導出したシングルステップ法よりも提案する閉検定手順の検出力の方が一様に高くなることがシミュレーションによって分かった. さらに, 母比率が小さい場合, 白石 [2] によって提案されている方法よりも検出力が高くなることが多いことがわかった.

参考文献

[1] Fleiss, J.L., Levin, B. and Paik, M.C. *Statistical Methods for Rates and Proportions, Third Edition*. Wiley-Interscience. (2013).

[2] 白石高章 :「多群 2 項モデルにおける逆正弦変換による多重比較検定法」, 応用統計学, 第 40 巻, 第 1 号, 1〜17 頁, (2011).

[3] Shiraishi,T., Sugiura,H. and Matsuda,S. *Pairwise Multiple Comparisons Theory and Computation*. SpringerBriefs, Springer. (2019)

[4] 白石高章 :「多群 2 項モデルにおける対数変換による同時信頼区間」, 応用統計学, 第 38 巻, 第 3 号, 131〜150 頁, (2009).

[5] 厚生労働省, 国民健康・栄養調査,「喫煙の状況（性・年齢階級別）」 https://www.mhlw.go.jp/bunya/kenkou/kenkou_eiyou_chousa.html