

# 空港の混雑を考慮した航空ネットワーク設計モデル

M2018SS013 鈴木 景士

指導教員：佐々木 美裕

## 1 はじめに

近年、空港における混雑の発生が問題になっている。混雑の発生は遅延の原因となり、遅延からの回復には莫大な費用がかかるため、空港の混雑緩和に関する対策は大きな課題の1つと言える。混雑を解決するための有効な手段として空港の拡張が考えられるが、空港の拡張は容易ではないことが多い。

空港の容量や空港の混雑についての研究は土木工学の分野では行われてきた。平松, 平田, 屋井 [2] は空港容量の増加などに伴う効果と影響を評価した。しかしながら、数理モデルを用いた研究においては空港の容量や混雑を考慮した研究は少ない。

本研究では, Sasaki, Furuta[3] の Point-to-point based airline network design problem (PPANP) を基礎として, 空港の容量制約を考慮した新しいモデルを提案する。混雑具合を図る指標を定義し, 計算実験により, 利用者の移動距離や空港の混雑具合に関して確認を行う。

## 2 PPANP

既存の航空ネットワーク設計モデルでは, ハブ・アンド・スポークネットワークを仮定し, 利用者の総移動距離の最小化を目的とすることが多い。一方で PPANP は, ハブを設置せず, 枝を設置することによってネットワークを構築する航空ネットワーク設計モデルである。目的は獲得需要の最大化であり, 乗り換え回数は2回までとして, 利用者にとって利便性の高いパスを多く設定する点が特徴として挙げられる。一般的に出発地から目的地まで遠回りしないパスや乗り換えの少ないパスが利用者にとって利便性の高いパスであると考えられる。PPANP では, パスの利便性の尺度を「パスの魅力度」として定義している。「パスの魅力度」は, 乗り換え回数や実際のパスの長さとし乗り換えコストを用いて定義された「パスの迂回率」を使って定義している。パスの迂回率は

$$\text{迂回率} = \frac{\text{パスの長さ} + (\text{乗り換えコスト})(\text{乗り換え回数})}{\text{直行距離}} - 1 \quad (1)$$

で定義される。パスの迂回率はパスの遠回りの度合いを表す指標となる。迂回率が高いパスは, 利用者にとって利便性の低いパスと考えられるので, パスの魅力度  $r$  をパスの迂回率  $x$ , パラメータ  $a > 0$  を用いて, 式 (2) のように定義している。

$$r = -\frac{1}{a}x^2 + 1 \quad (2)$$

(2) をグラフにしたものが図1である。横軸はパスの迂回率, 縦軸はパスの魅力度を示し, 赤色のグラフは  $a=1$ , 緑色のグラフは  $a=4$  のグラフを表している。パスの魅力度の

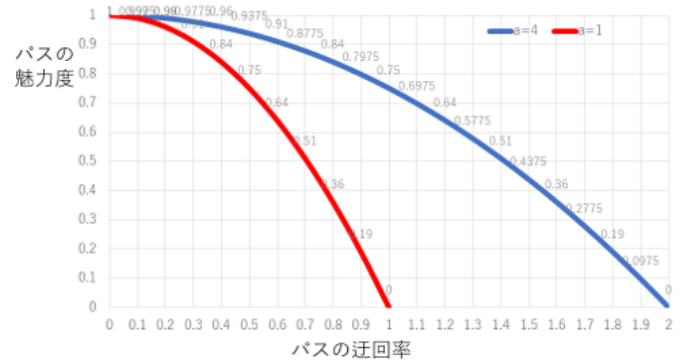


図1 パスの魅力度と迂回率の関係

値は0以上1以下となり, パスの OD 間の需要のうち利用者の割合として使用している。パラメータ  $a$  の値によって, 利用者の遠回りに対する敏感さを表すことができる。

## 3 問題の説明

本節では, PPANP に新しい容量制約を導入したモデルについて説明する。

### 3.1 空港の容量制約

容量制約は施設配置問題などにおいてしばしば考慮される。ハブ空港のモデルでは, 空港容量を空港の利用可能人数で表すことが多い。Ebery ら [1] は, 容量制約を (3) のように考慮している。

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in I} \sum_{m \in I} W_{ij} X_{ijkm} \leq \Gamma_k Y_k \quad k \in I \quad (3)$$

ここで,  $I$  はノードの集合,  $W_{ij}$  はノード  $i \in I$  からノード  $j \in I$  への需要量,  $\Gamma_k$  は空港  $k \in I$  の空港容量,  $Y_k$  はノード  $k \in I$  にハブ空港を設置する場合は1, それ以外は0をとるバイナリ変数,  $X_{ijkm}$  は, OD ペア  $i \in I, j \in I$  間の移動に  $k \in I, m \in I$  をハブ空港として利用する人数の割合を表す。(3) はハブ空港  $k$  の利用者がハブ空港  $k$  の容量以下であることを意味している。

一般に, 空港容量を定量化するのは, 困難である。本研究では, 空港の容量を利用者数などの絶対的な値として考える代わりに, ある空港の規模を1にした時に他の空港の相対的な規模を表す尺度として基準容量を定義する。例えば, 基準容量3の空港は基準容量1の空港に比べて規模が3倍であることを表す。基準として考えられるものは空港の発着回数, 発着人数や空港の滑走路の本数などである。次に基準容量を用いた混雑度の定義について説明する。

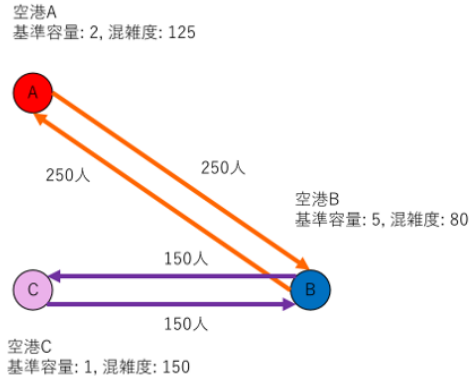


図2 混雑度のばらつきが小さい例

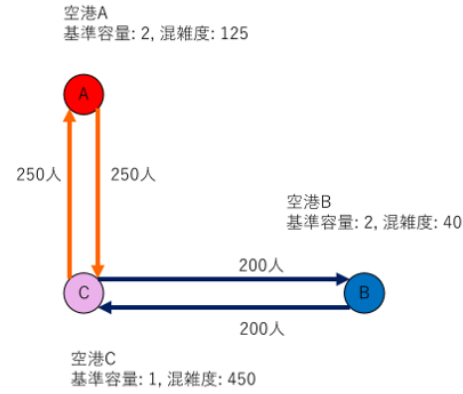


図3 混雑度のばらつきが大きい例

### 3.2 混雑度

提案するモデルでは、基準容量1単位当たりの出発者数を混雑度と定義する。

$$\text{混雑度} = \frac{\text{空港の利用者数}}{\text{空港の基準容量}} \quad (4)$$

混雑度の値そのものには意味がなく、他の空港と比較して混雑の発生しやすさ、または、混雑の激しさを示す。混雑の発生による遅延は伝播するため、ネットワーク全体で、空港の混雑度の均衡がとれていることが望ましい。

混雑度のばらつきの違いについて確認するために、次の例を用いて説明する。A, B, Cの3つの空港を考える。それぞれの基準容量を2, 5, 1とし、ODペア間(A, B), (A, C), (B, C)の需要は、150人, 50人, 100人であるとする。各ODペアの需要は対称であるとし、枝を配置すると双方向に移動可能であるとする。図2, 3は、この例題に対する2つの異なるネットワークを示している。図2は混雑度のばらつきが小さい例、図3は混雑度のばらつきが大きい例である。図2は、枝(A, B)と(B, C)を開設した場合、図3は、枝(A, C), (B, C)を開設した場合である。図2における空港Aの混雑度は125, 空港Bの混雑度は80, 空港Cの混雑度は150となる。混雑度の標準偏差は28.96であ

る。図3における空港Aの混雑度は125, 空港Bの混雑度は40, 空港Cの混雑度は450となる。混雑度の標準偏差は176.68である。空港で混雑が発生しにくい状況を作り出すためには各空港の混雑度の均等化が図られていることが望ましい。図3の状況は、図2の状況よりも、混雑度の標準偏差が大きく、混雑が発生しやすい状況であるといえる。提案するモデルは、PPANPをベースとして、各空港の混雑度を一定以下にしつつ、獲得需要の最大化を目的とした新しいモデルである。

## 4 定式化

以下では、定式化について説明する。はじめに記号と集合を定義する。

$N$ : ノードの集合。

$A$ : 枝の集合。  $A = \{(i, j) \mid i \in N, j \in N, i \neq j\}$ 。

$\Pi$ : ODの集合。  $\Pi = \{(i, j) \mid i \in N, j \in N, i < j\}$ 。

$O_i^0 = \{j \mid j \in N, j \neq i\}, i \in N$ 。

$O_i^1 = \{(j, k) \mid j \in N, k \in N, j \neq i, j \neq k, k \neq i\}, i \in N$ 。

$O_i^2 = \{(j, k, l) \mid j \in N, k \in N, l \in N, j \neq i, j \neq k, j \neq l, k \neq i, k \neq l, l \neq i\}, i \in N$ 。

$T_{ij}^1$ : ODペア*i, j*間の1ストップパスにおいて経由可能なノードの集合。

$T_{ij}^1 = \{k \mid k \in N, k \neq i, k \neq j\}, (i, j) \in A$ 。

$T_{ij}^2$ : ODペア*i, j*間の2ストップパスにおいて経由可能なノードペアの集合。

$T_{ij}^2 = \{(k, l) \mid k \in N, l \in N, k \neq i, k \neq j, k \neq l, l \neq i, l \neq j\}, (i, j) \in A$ 。

$m$ : 開設する枝の本数。

$w_{ij}$ : ノード*i* ∈  $N$  からノード*j* ∈  $N$  への需要量。

$r_{ijk}^1$ : ODペア*i, j*間の1ストップパス*i-k-j*の魅力度。  
 $(i, j) \in \Pi, k \in T_{ij}^1$ 。

$r_{ijkl}^2$ : ODペア*i, j*間の2ストップパス*i-k-l-j*の魅力度。  
 $(i, j) \in \Pi, (k, l) \in T_{ij}^2$ 。

$d_i$ : 空港*i* ∈  $N$  の基準容量。

$U$ : 混雑度の上限値。

$a$ : パラメータ。

決定変数は以下の通りである。

$$s_{ij} = \begin{cases} 1: \text{ノード } i \text{ とノード } j \text{ の間に枝を開設する。} \\ 0: \text{上記以外。} \end{cases} \quad (i, j) \in A$$

$z_{ij}$ : ノード*i* とノード*j* の間の需要量のうち乗り換えなしで移動する利用者の割合。  $(i, j) \in \Pi$ 。

$y_{ijk}$ : ODペア*i, j*間の需要量のうち移動に*k*を経由する利用者の割合。  $(i, j) \in \Pi, k \in T_{ij}^1$ 。

$x_{ijkl}$ : ODペア*i, j*間の需要量のうち移動に*k, l*を経由する利用者の割合。  $(i, j) \in \Pi, (k, l) \in T_{ij}^2$ 。

$U_i$ : 空港*i* ∈  $N$  の利用者数の合計。

$$U_i = \sum_{(j,k,l) \in O_i^2, j > i} w_{ij} r_{ijkl}^2 x_{ijkl} + \sum_{(j,k,l) \in O_i^2, j < i} w_{ji} r_{jilk}^2 x_{jilk} + \sum_{(j,k) \in O_i^1, j < k} w_{jk} r_{jkil}^2 x_{jkil} + \sum_{(j,k) \in O_i^1, j > k} w_{kj} r_{kjli}^2 x_{kjli}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{(j,k,l) \in O_i^2, k > j} w_{kj} r_{kjl}^2 x_{kjl} + \sum_{(j,k,l) \in O_i^2, k < j} w_{jk} r_{jkl}^2 x_{jkl} \\
& + \sum_{(j,k) \in O_i^1, j > i} w_{ij} r_{ijk}^1 y_{ijk} + \sum_{(j,k) \in O_i^1, j < i} w_{ji} r_{jik}^1 y_{jik} \\
& + \sum_{(j,k) \in O_i^1, k > j} w_{jk} r_{jki}^1 y_{jki} + \sum_{(j,k) \in O_i^1, k < j} w_{kj} r_{kji}^1 y_{kji} \\
& + \sum_{j \in O_i^0, j > i} w_{ij} z_{ij} + \sum_{j \in O_i^0, j < i} w_{ji} z_{ji}
\end{aligned}$$

$C_i$ : 空港  $i \in N$  の混雑度.  $C_i = U_i/d_i$

$G_{ij}$ : OD ペア  $(i, j) \in \Pi$  の利用者の割合.

$$G_{ij} = \sum_{(k,l) \in T_{ij}^2} x_{ijkl} + \sum_{k \in T_{ij}^1} y_{ijk} + z_{ij}$$

$M(x, y, z)$ : ネットワーク全体の獲得需要量.

$$M(x, y, z) = \sum_{(i,j) \in \Pi} w_{ij} \left( \sum_{(k,l) \in T_{ij}^2} r_{ijkl}^2 x_{ijkl} + \sum_{k \in T_{ij}^1} r_{ijk}^1 y_{ijk} \right)$$

混雑緩和を目的とした容量制約付き航空ネットワーク設計モデルは次のように定式化できる.

$$\text{Max. } M(x, y, z) \quad (5)$$

$$\text{s.t. } C_i \leq U \quad i \in N \quad (6)$$

$$G_{ij} \leq 1 \quad (i, j) \in \Pi \quad (7)$$

$$z_{ij} \leq s_{ij} \quad (i, j) \in \Pi \quad (8)$$

$$y_{ijk} \leq s_{ik} \quad (i, j) \in \Pi, k \in T_{ij}^1 \quad (9)$$

$$y_{ijk} \leq s_{kj} \quad (i, j) \in \Pi, k \in T_{ij}^1 \quad (10)$$

$$x_{ijkl} \leq s_{ik} \quad (i, j) \in \Pi, (k, l) \in T_{ij}^2 \quad (11)$$

$$x_{ijkl} \leq s_{kl} \quad (i, j) \in \Pi, (k, l) \in T_{ij}^2 \quad (12)$$

$$x_{ijkl} \leq s_{ij} \quad (i, j) \in \Pi, (k, l) \in T_{ij}^2 \quad (13)$$

$$\sum_{(i,j) \in \Pi} s_{ij} = m \quad (14)$$

$$0 \leq z_{ij} \leq 1, \quad (i, j) \in \Pi \quad (15)$$

$$0 \leq y_{ijk} \leq 1, \quad (i, j) \in \Pi, k \in T_{ij}^1 \quad (16)$$

$$0 \leq x_{ijkl} \leq 1, \quad (i, j) \in \Pi, (k, l) \in T_{ij}^2 \quad (17)$$

$$s_{ij} \in \{0, 1\}, \quad (i, j) \in A \quad (18)$$

(5) は、獲得需要の最大化を目的とすることを表している。(6) から、各空港の混雑度は  $U$  以下であることを示す制約である。(7) は、各 OD ペアの潜在需要のうち顕在化するのは 0% 以上 100% 以下であることを示す。(8)–(13) の制約条件は、パスを構成する枝がすべて設置されないとパスを利用することはないことを示す。(14) はネットワーク全体の枝の本数は  $m$  本であることを示す。(15)–(17) の制約条件は、0 以上 1 以下の連続変数であることを示す。(18) はバイナリ制約である。

## 5 計算実験

計算実験の結果について説明する。使用した最適化ソフトウェアは Gurobi 8.1.1 であり、python3.7.2 で実装した。実験には CAB(民間航空委員会) データの 25 空港のうち表 1 に示す 15 空港を用いる。基準容量は、2018 年度の各空港の発着回数を基に作成した。計算実験で用いる 15 空港のうち、2018 年度の発着回数が最も少なかった Cleveland

表 1 CAB データの 15 空港の基準容量と潜在需要

空港番号:都市名	基準容量	潜在需要
1: Atlanta	7.08	14.54
2: Baltimore	2.11	9.40
3: Boston	3.39	19.44
4: Chicago	7.15	51.70
5: Cincinnati	1.28	8.58
6: Cleveland	1.00	15.30
7: Dallas-Fort Worth	5.28	18.78
8: Denver	4.77	14.42
9: Detroit	3.11	21.61
10: Houston	3.69	14.02
11: Kansas City	1.01	12.11
12: Los Angeles	5.60	32.33
13: Memphis	1.79	7.07
14: Miami	3.29	22.63
15: Minneapolis	3.22	15.00

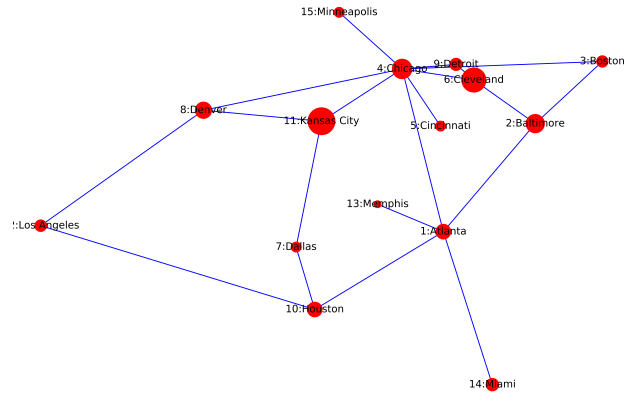


図 4 混雑度の制約がないときのネットワーク

空港の基準容量を 1 として作成した。表 1 の潜在需要は、CAB データにおける各空港への需要の総和を表す。CAB データにおいて、各空港からの需要の総和が最も大きかったのは Chicago であった。

乗り換えコストを 200,  $a = 4$ ,  $m = 20$  として、 $U$ (各空港の混雑度の上限値) を変化させて計算実験を行った。

混雑度の制約がない時のネットワークを図 4 に示す。混雑度の上限を 5 ( $U=5$ ) にした時のネットワークを図 5 に示す。図 4, 図 5 のノードの大きさは各空港の混雑度の大きさを表している。各空港の混雑度、混雑度の標準偏差と獲得需要量を表 2 に示す。表 2 から、混雑度の制約がない場合、最も混雑度が大きい空港は Kansas City であることがわかる。Kansas City の混雑度が高くなる理由として、Kansas City の基準容量が 1.01 と極めて小さいにも関わらず、Kansas City を出発地とする人数が多いことが考えられる。また Kansas City は Chicago に隣接する空港で

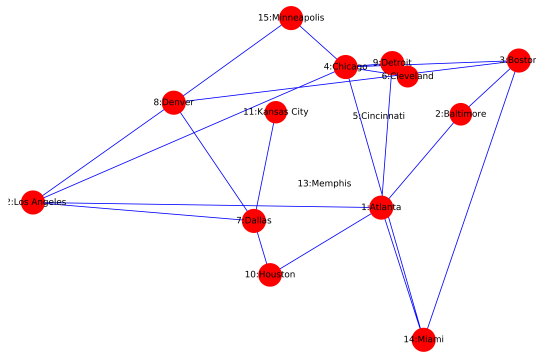


図5  $U = 5$

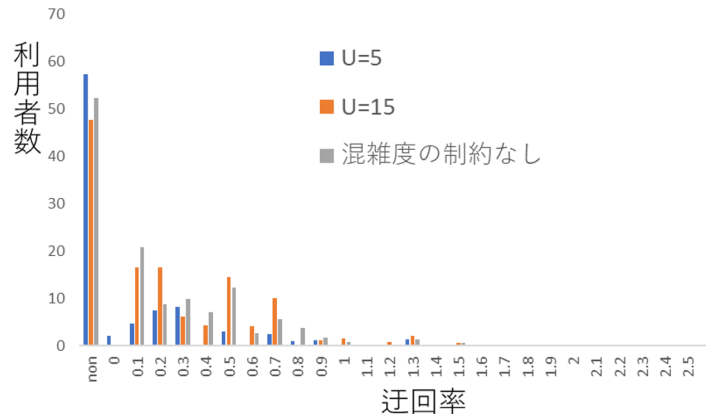


図6 迂回率分布

表2 計算実験結果

空港番号	混雑度 ( $U = 5$ )	混雑度 (制約なし)
1	5	8.85
2	4.40	13.46
3	5	5.46
4	5	15.15
5	0	4.25
6	4.11	22.82
7	5	4.30
8	5	10.73
9	5	6.26
10	4.79	8.83
11	4.32	28.15
12	5	5.66
13	0	2.20
14	5	6.49
15	5	4.25
	混雑度 ( $U = 5$ )	混雑度 (制約なし)
標準偏差	1.66	7.12
獲得需要量	89.28	126.53
計算時間 (秒)	12980	382

あるため、Denver や Dallas Fort-Worth などから多くの乗り継ぎ者数があることも理由として考えられる。

混雑度の上限を5にした場合、混雑度の大きい空港はChicago, Miami のように各空港への潜在需要の大きい空港であった。また、Atlanta, Dallas-Fort Worth のように比較的基準容量が大きく、潜在需要が小さい空港においても混雑度が高くなる傾向がみられた。基準容量が大きいため、乗り継ぎ地点として利用する人が多いためである。混雑度の制約を加えることにより、各空港の混雑度の均等化を図ることができたが、獲得需要量は減少することが分かった。

次に、 $U = 5$ ,  $U = 15$ , 混雑度の制約がない状態の迂回率分布を図6に示す。横軸は迂回率を示し、縦軸は利用者数を示している。 $U=5$ の時、利用者の迂回率の最大値は1.3であるが、獲得需要量は89.28(64%)であった。混雑度の制約がない場合は、90(65%)以上の利用者の迂回率は0.3以下である。混雑度の制約を緩くすると、混雑度の制約が厳しい場合よりも利用者が多くなる。これは、混雑度の制約が緩いため、より魅力度の高いパスが設定されている結果である。利用者の利便性を考慮しているため、いずれの場合も直行パスを利用している人が最も多い結果となった。

## 6 結果の考察と今後の課題

混雑度の制約を加えることにより各空港の混雑度の均等化を図ることができたが、ネットワーク全体の獲得需要量は減少する。提案したモデルでは乗り換えコストは空港の混雑度によらず一定の値としている。今後の課題として、空港での混雑の発生がネットワーク全体に及ぼす影響を取り入れるために、空港の混雑度の高い空港の乗り換えコストを大きくするなど、より現実に近づけたモデルを提案することが挙げられる。

## 参考文献

- [1] J. Ebery, M. Krishnamoorthy, A. Ernst, and N. Boland. The capacitated multiple allocation hub location problem: Formulations and algorithms. *European Journal of Operational Research*, Vol. 120, No. 3, pp. 614–631, 2000.
- [2] 平田輝満, 平松健志, 屋井鉄雄. 空港容量査定シミュレーションの開発と容量拡大効果に関する研究. 運輸政策研究 9, 第2巻, pp. 25–37. 一般財団法人 運輸研究所, 2006.
- [3] M. Sasaki and T. Furuta. Point-to-point based airline network design problems. In *Proceedings of International Symposium on Scheduling 2017*, pp. 174–179, 2017.