

自動販売機のコラム割当モデルに関する研究

M2018SS011 佐藤慶治

指導教員：佐々木美裕

1 はじめに

自動販売機において販売する商品の決定と、その収納量を適切にすることは重要な問題である。収納する各商品の需要量に対してその収納量が十分でなければ、品切れによって機会損失が発生し、収納量が過剰な場合には、大量の売れ残りが発生し、商品によっては廃棄が必要となる場合がある。

自動販売機の内部にはコラムと呼ばれる商品を収納するスペースがあり、1つのコラムには1種類の商品のみを収納する。また、コラムごとに収納可能な商品のタイプ(500ml ペットボトルや350ml 缶など)とその収納量が決まっている。したがって、どのコラムにどの商品を割り当てるかを適切に決定することが重要となる。本研究では、品切れと過剰な売れ残りの発生を抑えることを目的とし、自動販売機に収納する商品の選択とその収納量を決定をする問題を考える。このモデルを0-1整数計画問題として定式化し、実際の自動販売機のパデータを参考に作成したテストデータを用い計算実験を通して、提案するモデルの妥当性を検証する。

2 関連研究

久保、伊藤、スイ、宮本 [1] は、在庫費用や品切れ費用、補充費用の最小化を目的としてコラム割当モデルを定式化している。また竹内、伊藤、福地 [3] は長期利益率の最大化を目的としてコラム割当モデルを定式化している。佐藤 [2] のモデルでは、品切れ発生を最小化と過度な売れ残りを抑えたコラム割当モデルを定式化している。しかし、[2] のモデルでは割り当てる商品はあらかじめ決定された上で割り当てを行っていたため、複数の商品から割り当てる商品を選択し、決定することができない。本研究では [2] のモデルを改善し、過去の売り上げデータをもとに、複数の商品から割り当てる商品を選択したうえで、品切れの発生を最小化を目的としつつ、過度な売れ残りを防ぐコラム割当モデルを提案する。

3 問題の説明

提案するモデルでは、複数の商品の中から割り当てる商品を選択し、コラムに割り当てる問題を考える。各コラムにはそれぞれ収納可能な商品の種類とその収納量が決まっており、コラムごとに異なる。また、商品は割り当てたコラムの最大容量分まで補充されるものとし、全てのコラムに商品を割り当てる必要がある。

需要の高い商品を割り当てる際、需要量の多い商品は、複数のコラムに割り当てることがあるが、その際利用者の利便性を考慮し、隣り合うように配置する必要がある。そ

1	2	3
4	5	6

図 1: 2行3列の自動販売機における商品配置の例

表 1: グループ分け

コラム数	コラムグループ
1	(1), (2), (3), (4), (5), (6)
2	(1, 2), (2, 3), (4, 5), (5, 6)
3	(1, 2, 3), (4, 5, 6)

のため隣り合うコラム同士をグループ化し、コラムグループに対して商品を割り当てる。本研究では、売り上げのばらつきを考慮した2つのモデルを提案する。1つ目は、売上のばらつきを考慮しつつ、売り上げの最大化を目的として商品を割り当てるモデルである。このモデルを売上優先モデルとする。2つ目は、売上のばらつきを考慮しつつ、機会損失の最小化を目的として商品を割り当てるモデルである。このモデルを機会損失最小モデルとする。機会損失の最小化と売り上げの最大化それぞれのモデルについて検証、比較を行う。

4 コラムグループの作成

同商品は隣り合うように割り当てる必要があるため、隣り合うコラムをグループ化しグループに対して商品を割り当てる。例として2行3列の自動販売機を考える。図1に2行3列の自動販売機の商品の配置を示し、商品ごとに付した番号は、その商品を収納するコラムのコラム番号である。表1にこの場合のコラムグループの作成例を示す。表1のコラム数とは各コラムグループを構成するコラムの数を意味する。コラムグループを作成する際には、複数のコラムを含むものだけでなく、1つのコラムのみを含むものも作成する。例えばコラム数が2であるグループは、(1, 2), (2, 3), (4, 5), (5, 6)の4つである。図1のコラムの配置で隣り合うコラム同士が1つのコラムグループとなるため、(1, 3)や(3, 4)のように隣合っていないコラム同士ではグループは作成しない。また、同じ商品を縦に並べることは考えないので、(1, 4), (2, 5), (3, 6)はコラムグループとしない。実際の自動販売機のコラム数は20から40ほどである。

コラムグループに対して商品を割り当てる際には、次の2つの制約を考慮する必要がある。1つ目は1つのコラムに対して複数の商品を割り当てない制約である。例えば(1, 2)のコラムグループに商品Aを割り当てたとする。こ

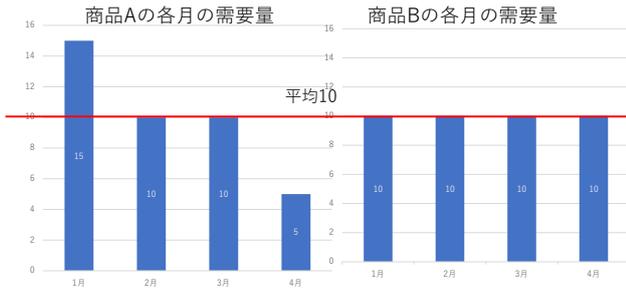


図 2: 2 商品の売れ方の比較

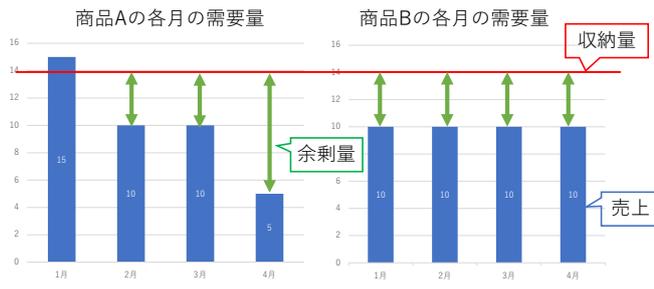


図 3: 2 商品の余剰量

の場合、グループ内のコラム 1 と 2 に商品 A が割り当てられ、コラム 1 または 2 を含むコラムグループである (1), (2), (1, 2, 3) のコラムグループに対して別の商品を割り当てることはできない。2 つ目は各商品は収納可能なコラムグループに割り当てるという制約である。収納可能な商品はコラムごとに異なる。そのためコラムグループに対して商品を割り当てる場合、グループ内のすべてのコラムにおいて割り当てる商品が収納可能でなければ、割り当てることできない。

5 売り上げのばらつき

本モデルでは、過去の売り上げデータを用い売り上げのばらつきを考慮した割り当て方を考える。図 2 のように平均売り上げが同じ商品でも、毎月安定して売れる商品もあれば、月ごとに大きく売り上げが増減する商品もある。提案するモデルでは、売り上げの変化が大きい商品を避け、売り上げの変化の少ない安定して売れる商品を優先的に割り当てることによって、過度な売れ残りや品切れの発生リスクを抑えた割り当てを行う。そのために収納量と商品の需要量の差 (余剰量と定義する) の最大値の最小化を目的とする。商品に対し収納量を決める際に、売り上げのばらつきが大きい商品は、ばらつきの少ない商品に比べて余剰量の最大値は大きくなる (図 3)。そのため余剰量の最大値の最小化を目的とすることにより、売り上げの変動が少なく、安定して売れる商品を割り当てることできる。

6 機会損失

商品の収納量を十分確保しなければ品切れが発生する。品切れが発生した場合、補充されるまでその商品の売り上げは伸びなくなり、稼ぎ損ない (機会損失) が発生する (図 4 参照)。そこで、機会損失最小モデルでは、目的を余剰量が負の値をとるものの中での最小値を最大化とする。余剰量が負の値をとる際は、売り上げに対して収納量が十分に確保できていない状態である。そのため、余剰量が負の値をとるものの中で最小値の最大化することにより、機会損失を最小化することができる。

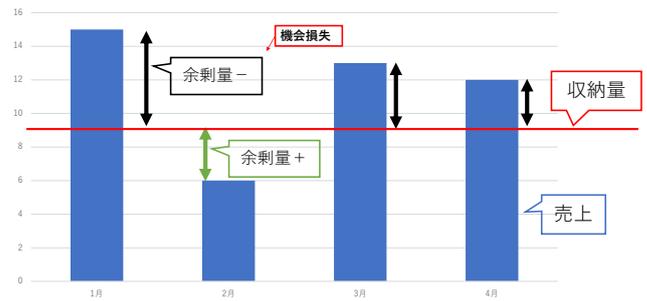


図 4: 機会損失

7 モデル化

7.1 記号の定義

モデルの定式化をするにあたり以下の記号を定義する。

I : 商品の集合

J : コラムの集合

M : 自動販売機の総コラム数

K : コラムグループの集合

T : 期間の集合

s_{it} : $t \in T$ 期における商品 $i \in I$ の売り上げ

p_i : 商品 i の価格

\bar{s}_i : 商品 $i \in I$ の平均売り上げ

c_{ik} : 商品 $i \in I$ をコラムグループ $k \in K$ に割り当てたときの収納量

l_k : コラムグループ $k \in K$ のコラム数

$$a_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{商品 } i \in I \text{ がコラムグループ } k \in K \text{ に割当可能} \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases}$$

$$v_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{コラム } j \in J \text{ はコラムグループ } k \in K \text{ に含まれる} \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases}$$

次に、以下の決定変数を定義をする。

$$x_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{商品 } i \in I \text{ をコラムグループ } k \in K \text{ に割り当てるとき} \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{商品 } i \in I \text{ を選択するとき} \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases}$$

7.2 売り上げ優先モデル

売上優先モデルは次のように定式化できる。

$$\min. \alpha \sum_{i \in I} p_i \max_{t \in T} \left\{ \sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik} - s_{it} y_i \right\} - (1 - \alpha) \sum_{i \in I} p_i \min \left\{ \bar{s}_i, \sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik} \right\} \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik} \geq s_{it} y_i \quad i \in I, t \in T \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ik} \leq 1 \quad k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ik} \leq 1 \quad i \in I \quad (4)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ik} = y_i \quad i \in I \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} y_i \leq M \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} v_{jk} x_{ik} \leq 1 \quad j \in J \quad (7)$$

$$x_{ik} \leq a_{ik} \quad i \in I, k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} l_k x_{ik} = M \quad (9)$$

$$x_{ik} \in \{0, 1\} \quad i \in I, k \in K \quad (10)$$

このモデルの目的関数は非線形であるため、新たに変数 q_i , z_i を用い線形化すると以下の通りになる。

$$\min. \alpha \sum_{i \in I} p_i q_i - (1 - \alpha) \sum_{i \in I} p_i z_i \quad (11)$$

$$\text{s.t.} q_i \geq \sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik} - s_{it} y_i \quad i \in I, t \in T \quad (12)$$

$$z_i \leq \bar{s}_i \quad i \in I \quad (13)$$

$$z_i \leq \sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik} \quad i \in I \quad (14)$$

(2)~(10)

(2) は、商品の収納量を最大売り上げの β 倍以上とする制約を示している。 β は $0 \leq \beta \leq 1$ を満たすパラメータであり、0 に近づくほど品切れの発生を許容した割り当てとなる。(3) は、各コラムグループに割り当てる商品は1つまでとすることを示している。(4) は、各商品の割り当てるコラムグループは1つまでとすることを示している。(5), (6) は、商品の選択に関する制約である。(5) は選択した商品をコラムに割り当てることを示す。(6) は、選択する商品数は自動販売機の総コラム数 M を超えないことを示す制約である。(7) は、1つのコラムに対しては1つの商品を割り当てることを示している。(8) は、各商品は収納可能なコラムグループに割り当てることを示している。(9) は、全てのコラムに商品を割り当てることを示している。(10) は、 x_{ik} のバイナリ変数制約である。目的は余剰量の最大値の合計の最小化と、売り上げの最大化である。

α は $0 \leq \alpha \leq 1$ を満たすパラメータであり、1に近いほど商品の売り上げのばらつきを重視し、0に近いほど商品の売り上げを重視した割り当てを行う。(12) は、 q_i を割り当てる商品 $i \in I$ の収納量 $\sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik}$ と、その商品の期間 $t \in T$ での売り上げ $s_{it} y_i$ の差の最大値とする制約を示している。(13), (14) は、 z_i を収納量と商品の平均売上げのうちの最小の値とする制約であり、これにより z_i は売上げ量の合計となる。

7.3 機会損失最小モデル

機会損失最小モデルの定式化は次のようになる。

$$\min. \alpha \sum_{i \in I} p_i \max_{t \in T} \left\{ \sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik} - s_{it} y_i \right\} - (1 - \alpha) \sum_{i \in I} p_i \min \left(0, \sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik} - s_{it} y_i \right) \quad (15)$$

s.t. (2)~(10)

このモデルの目的関数は非線形であるため、新たに変数 q_i , r_i を用い線形化すると以下の通りになる

$$\min. \alpha \sum_{i \in I} p_i q_i - (1 - \alpha) \sum_{i \in I} p_i r_i \quad (15)$$

$$\text{s.t.} r_i \leq 0 \quad i \in I \quad (16)$$

$$r_i \leq \sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik} - s_{it} y_i \quad i \in I, t \in T \quad (17)$$

(2)~(10), (12)

目的は余剰量の最大値の合計の最小化と、機会損失額の最小化である。 α は $0 \leq \alpha \leq 1$ を満たすパラメータであり、1に近いほど商品の売り上げのばらつきを重視し、0に近いほど機会損失の最小化を重視した割り当てを行う。(16), (17) は、 r_i を機会損失額とする制約であり、機会損失が発生しないときに0をとり、機会損失が発生した際には負の値をとる

8 計算実験

提案した2つのモデルについて、計算実験を行った。使用した最適化ソフトウェアはGurobi 8.1.0であり、計算環境は(プロセッサ: Intel (R) Core (TM) i7-8550U CPU@1.80GHz 1.99GHz 実装メモリ 8.00GB)である。計算実験を行うために、自動販売機の売り上げの実データに

表 2: 売り上げのテストデータ

#商品	平均-偏差	1期	2期	...	5期	6期
1	120-30	78.9	173.4	-	101.7	116.8
10	120-25	85.7	164.5	-	104.8	117.3
22	120-20	92.6	155.6	-	107.8	117.9
34	120-15	99.4	146.7	-	110.8	118.4
39	120-10	134.8	121.0	-	117.4	110.9
86	110-25	121.4	64.8	-	103.9	135.5
133	100-20	90.1	86.0	-	121.8	130.0
173	90-15	83.3	77.0	-	104.7	97.5
225	80-10	65.6	75.5	-	86.5	75.0

基づき、売り上げのテストデータを作成した。商品の容器の種類（缶、ペットボトルなど）は9種類とし、それぞれについて、平均売り上げを120, 110, 100, 90, 80の5段階、標準偏差を10, 15, 20, 25, 30の5段階とした計225種類の商品を想定した6期分の売り上げテストデータである。テストデータの一部を表2に示す。平均-偏差は商品の売り上げの平均と標準偏差を示している。

実験結果を図5, 表3, 4に示す。図5は $\beta = 0.8$ とし、 α を0, 0.3, 0.5, 0.9と変化させた際の割り当てられた商品の平均売上と標準偏差を表にし、割り当てられた数に応じて色分けしたものである。どちらのモデルにおいても、 $\alpha = 0$ のときは標準偏差が高い商品も多く選ばれているが、 α の値が1に近づくにつれて標準偏差の低い商品、つまり安定して売れる商品が優先して割り当てられていることが確認できる。このことから余剰量の最大値の合計の最小化を目的とすることによって、安定して売れる商品を優先して割り当てることが確認できた。また、全体として平均売上が高く標準偏差の低い商品が選ばれやすく、平均売上が低く標準偏差の高い商品は選ばれにくい傾向も確認でき、それぞれのモデルによって選ばれる商品が妥当なものであると確認できた。

表3, 表4は、それぞれのモデルにおいて、 α, β を変化させた際の割り当て結果である。平均余剰量の合計は、割り当てた際に、自動販売機全体でどれだけ売れ残りがあるかを示している。最大余剰, 最小余剰は、割り当てられた商品のうち最も余剰量が多かった(少なかった)商品の余剰量を示している。売上本数は、自動販売機全体での売れた商品数を示している。売り上げは割り当てた際の売上を示し、機会損失額は、収納量が十分確保できなかった商品によって発生した機会損失額の合計を示す。表3は、売り上げ優先モデルの結果である。 α を固定し、 β を1から減少させた場合、売上は増加する。このことから収納量の制約を緩和することによってより売上が増加する割り当てを求めることができていく。表4は機会損失最小モデルの結果である。 $\alpha = 0$ のとき、売上が極端に低くなっているため、機会損失の最小化だけを目的としては売上が低くなるのがわかる。 α が1に近づくほど、期待売り上げは増加するが、機会損失額も増加する。また α が $0 \leq \alpha \leq 0.4$ のとき機会損失額が0となり、機会損失が発生する可能性が低い割り当てと言える。ただし、期待売り上げは低くなる。

両モデルの機会損失額と売上との差を踏まえて判断すると、機会損失を考慮するよりも、売上が優先させたほうが良いと考えられる。

9 おわりに

提案した2つのモデルについて割り当てられる商品の傾向を分析し、妥当なモデルであるか検証を行った。検証の結果、商品ごとの過去の売り上げデータをもとに最適なコラム割り当てを求めることができた。2つのモデルで、機

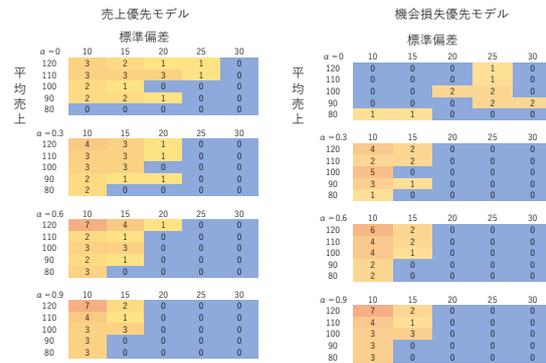


図5: 平均売上と標準偏差別の選択された商品数 ($\beta=0.8$)

表3: 売り上げ優先モデル結果

販売上優先	α	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1
$\beta=1$	平均余剰の合計	138	132.5	127.5	125	128	125.5	126
	最大余剰	13.5	8.5	8.5	8.5	8.5	9.5	9.5
	最小余剰	2.49	2.49	2.49	2.49	2.49	2.49	4
	売上本数	585	582.5	587.5	590	590	557.5	525
	売上	80925	80550	79800	79275	78675	74325	69200
機会損失額	0	0	0	0	0	0	0	
$\beta=0.8$	平均余剰の合計	14.4999	2	-2.9999	-7.9999	-7.9999	-4.9999	-0.9999
	最大余剰	8.5	3.9	4	3.9	4	6.5	6.5
	最小余剰	-3.5	-3.5	-5	-5	-3.5	-3.5	-3.5
	売上本数	698	694.5	700	704	699	691	665.5
	売上	95925	95265	93890	93010	92610	89265	86125
機会損失額	-1875	-2685	-2635	-2765	-2765	-2435	-2575	
$\beta=0.6$	平均余剰の合計	-94	-130	-167.5	-177.5	-199	-204.5	-202
	最大余剰	0	0	0	0	-2.5	-3	1
	最小余剰	-7.5	-9	-10	-10	-10	-10	-10
	売上本数	766	760	730	710	691	668	657
	売上	102690	102480	98700	96400	92710	88380	87500
機会損失額	-12660	-17220	-22425	-23975	-26390	-27070	-26850	

表4: 機会損失最小モデル結果

機会損失	α	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1
$\beta=1$	平均余剰の合計	405	126	126	126	126	126	126
	最大余剰	61	9.5	9.5	9.5	9.5	9.5	9.5
	最小余剰	5	4	4	4	4	4	4
	売上本数	335	525	525	525	525	525	525
	売上	42900	69200	69200	69200	69200	69200	69200
機会損失額	0	0	0	0	0	0	0	
$\beta=0.8$	平均余剰の合計	382.5	117	104.5	69.5	34	1.5	-0.99
	最大余剰	68.5	9.5	9.5	9.5	9.5	6.5	6.5
	最小余剰	9	2.5	2	-1.5	-3.5	-3.5	-3.5
	売上本数	287.5	530	522.5	585.5	604.5	658	665.5
	売上	40000	68550	67950	75885	78770	84675	86125
機会損失額	0	0	0	-240	-1305	-2575	-2575	
$\beta=0.6$	平均余剰の合計	328.5	117	104.5	50.5	-118.5	-199	-202
	最大余剰	71	9.5	9.5	9.5	4	1	1
	最小余剰	7	2.5	2	-10	-10	-10	-10
	売上本数	352.5	530	522.5	573.5	634	655	657
	売上	47850	68550	67950	74145	83040	86630	87500
機会損失額	0	0	0	-2280	-16860	-26295	-26850	

会損失の最小化、売り上げの最大化を達成したモデルであることを確認できた。また、余剰量の最大値の最小化を行うことにより、売上の変動が少ない安定して売れる商品を割り当てることができることが確認できた。両モデルを比較すると、機会損失の影響度はあまり高くなく、売上が優先させるほうが良い結果となった。

参考文献

- [1] 伊藤志保, 久保幹雄, スイキウン, 宮本裕一郎. 自動販売機コラム割当問題. 秋季研究発表会アブストラクト集, pp. 22-23. 日本オペレーションズリサーチ学会, 2000.
- [2] 佐藤慶治. 自動販売機コラム割当の最適化-南山大学を例として-. 卒業論文, 南山大学, 2018.
- [3] 竹内俊子, 伊藤一, 福地純一郎. 自動販売機コラム割当最適化問題-需要がポアソン過程に従う場合-. 学習院大学経済論集, 第49巻, pp. 47-52, 2012.