

# 航空機の6自由度非線形モデルに対する非線形最適制御器設計

M2018SC008 鈴木達朗

指導教員：坂本登

## 1 はじめに

航空機の非線形性は、機体の動力的非線形性、重力や空気力など外力に含まれる非線形性、パイロット系に含まれる非線形などがある [1][2]。航空機の運動特性を把握するためには、非線形性は重要な要素である。しかし、線形モデルに対して制御器設計をすることが一般的である [3][4][5]。よって、動力的非線形性、外力に含まれる非線形性が線形近似され、平衡点近傍の微小運動でなくなると制御器性能が低下してしまう問題が生じる。さらに、これまでの航空機の制御系設計では、航空機モデルを縦方向と横方向に分割させ、それぞれに対して制御器設計をすることが一般的であった [6][7][8]。このため、縦方向と横方向が互いの運動応答に影響を与えるクロスカップリング現象を考慮することが出来ない。F-16 戦闘機などの比較的ダイナミックな運動をする航空機モデル制御対象とする場合、この問題は致命的であり制御器性能の良し悪しに関わる。

本稿では、航空機の6自由度非線形モデルに対して安定多様体法を用いた非線形最適制御器設計を行う。安定多様体法は、リッカチ方程式の非線形拡張であるハミルトンヤコビ方程式を解く手法であるが、設計される制御則は平衡点近傍ではリッカチ方程式を解いて得られる制御系と一致するという特徴を持つ [9]。本稿では、非線形領域においても十分な飛行制御性能を持ち角度を安定化させる非線形最適制御器を設計する。

## 2 航空機モデル

以下の式 (1) から式 (5) に6自由度運動方程式を示す。ただし、 $x, y, z$  軸まわりの角速度  $\Omega = [p \ q \ r]^T$ 、 $x, y, z$  軸方向の速度  $V = [u \ v \ w]^T$ 、 $x, y, z$  軸まわりの角度  $\Theta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ 、対気速度  $V_{total}$ 、迎角  $\alpha$ 、横滑り角  $\beta$ 、オイラー行列  $R_x, R_y, R_z$  である。また、航空機の変数定義は図1から図3で示されている。

$$\dot{\Omega} = J^{-1}(-\Omega \times J\Omega + M) \quad (1)$$

$$\dot{\Theta} = \begin{bmatrix} R_x(\phi) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, R_x(\phi)R_y(\theta) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$R_x(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Big]^{-1} \Omega$$

$$\dot{V}_{total} = \frac{1}{V_{total}} V^T \left( -\Omega \times V + \frac{1}{m} F \right) \quad (3)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{u\dot{w} - w\dot{u}}{u^2 + w^2} \quad (4)$$

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{v}V_{total} - v\dot{V}_{total}}{V_{total}^2 \cos \beta} \quad (5)$$

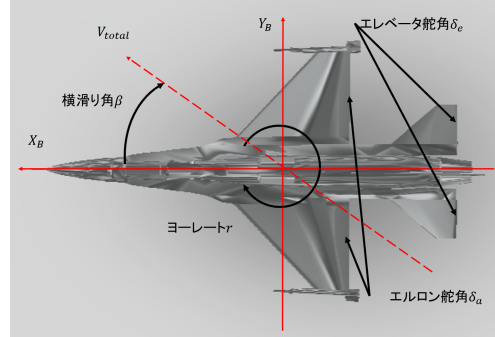


図1 変数定義:航空機を上から見た図

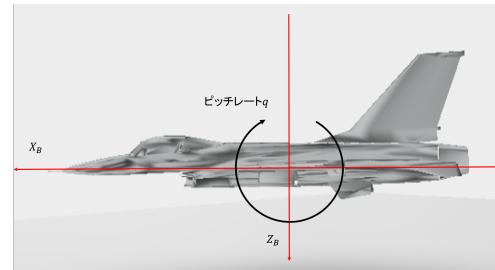


図2 変数定義:航空機を横から見た図

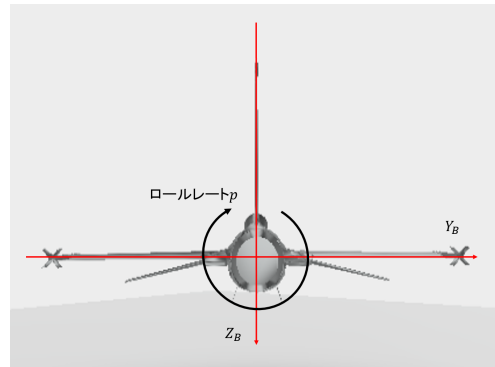


図3 変数定義:航空機を後ろから見た図

### 2.1 機体に働く力 $F$ 、力によるモーメント $M$

$x, y, z$  軸方向それぞれに働く空気力を  $F_c$  と表し、また  $x, y, z$  軸まわりに働くモーメントを  $M$  と表す。さらに、 $x, y, z$  軸方向それぞれに働く重力を  $W_g$ 、推力を  $F_t$  と表す。各軸方向に働く力、重力、空気力、推力と各軸まわりに働く空気力によるモーメントを式 (6) から式 (10) に示す。ただし、 $T$ : スラスト、 $\bar{q} = (1/2)\rho V_{total}^2$ : 動圧、 $S$ : 主

翼面積,  $B$ : 翼幅,  $\bar{c}$ : 平均空力翼弦(MAC)である.

$$F = W_g + F_c + F_t \quad (6)$$

$$W_g = R_x(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$F_c = \bar{q}S \begin{pmatrix} Cx_{total} \\ Cy_{total} \\ Cz_{total} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$F_t = \begin{pmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$M = \begin{pmatrix} \bar{q}SBCl_{total} \\ \bar{q}S\bar{c}Cm_{total} \\ \bar{q}SBCn_{total} \end{pmatrix} \quad (10)$$

## 2.2 空力係数

空力係数とは, 航空機の空力特性を表すパラメータであり, 風洞実験や解析などから値を得ることが一般的である. 空力係数は2.3節で述べる空力安定微係数を内包している. 空力安定微係数は空力安定係数である揚力, 抗力等の力を各速度, 各角速度, エレベータの舵角, エルロン舵角等に依存する形でそれぞれ分解した値である. ただし, 迎角  $\alpha$ , 横滑り角  $\beta$ , エレベータ舵角  $\delta_e$ , エルロン舵角  $\delta_a$ , ラダー舵角  $\delta_r$  である. 以下の式 (11) から式 (16) に空力係数を示す.

$$Cx_{total} = Cx(\alpha, \delta_e) + \frac{\bar{c}}{2V_{total}} Cxq(\alpha)q \quad (11)$$

$$Cy_{total} = Cy(\beta, \delta_a, \delta_r) + \frac{B}{2V_{total}} Cyp(\alpha)p + \frac{B}{2V_{total}} Cyr(\alpha)r \quad (12)$$

$$Cz_{total} = Cz(\alpha, \beta, \delta_e) + \frac{\bar{c}}{2V_{total}} Czq(\alpha)q \quad (13)$$

$$Cl_{total} = Cl(\alpha, \beta) + dLda(\alpha, \beta)\delta_a + dLdr(\alpha, \beta)\delta_r + \frac{B}{2V_{total}} Clp(\alpha)p + \frac{B}{2V_{total}} Clr(\alpha)r \quad (14)$$

$$Cm_{total} = Cm(\alpha, \delta_e) + Cz_{total}(xcgr - xcg) + \frac{\bar{c}}{2V_{total}} Cm q(\alpha)q \quad (15)$$

$$Cn_{total} = Cn(\alpha, \beta) - \frac{\bar{c}}{B} Cy_{total}(xcgr - xcg) + dNda(\alpha, \beta)\delta_a + dNdr(\alpha, \beta)\delta_r + \frac{B}{2V_{total}} Cnp(\alpha)p + \frac{B}{2V_{total}} Cnr(\alpha)r \quad (16)$$

## 2.3 空力安定微係数

空力係数には, 空力安定微係数が含まれている. 一般的には風洞実験や解析などから値を得るが, F-16 モデルの文献 [2] よりパラメータは与えられているものとする. 例として, 表 1 に安定微係数の値のグリッドデータ表を表す. 非線形シミュレーションでは微分方程式の積分計算のステップ毎に安定微係数の値を計算する. しかし, 以下の表では格子上の値のみが明らかである. よって表の値のみでは微分方程式の積分計算ができない. そのため, 線形補間法を用いて格子間の値を求める必要がある. 実際に表 1 の格子間の値を線形補間法で求めた例が図 4 に示されている. 図 4 を見ると分かる通り, 安定微係数は非線形要素を含んでいると確認できる. これら安定微係数を内包している空力係数および空力, 空力モーメントは非線形要素であると分かる.

また, 制御モデルでの安定微係数の扱いについては, グリッドデータを多項式近似により得られた関数を使用している.

表 1  $Cx(\alpha, \delta_e)$

$\alpha$ [deg]	-10	-5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$\delta_e$ [deg]												
-24	-0.099	-0.081	-0.081	-0.063	-0.025	.044	.097	.113	.145	.167	.174	.166
-12	-0.048	-0.038	-0.040	-0.021	.016	.083	.127	.137	.162	.177	.179	.167
0	-0.022	-0.020	-0.021	-0.004	.032	.094	.128	.130	.154	.161	.155	.138
12	-0.040	-0.038	-0.039	-0.025	.006	.062	.087	.085	.100	.110	.104	.091
24	-0.083	-0.073	-0.076	-0.072	-0.046	.012	.024	.025	.043	.053	.047	.040

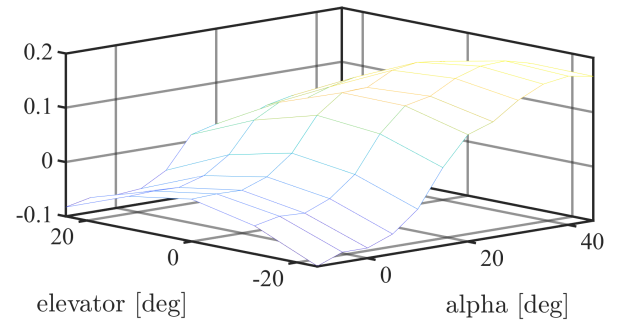


図 4 安定微係数  $Cx$  の格子間を線形補間した図

## 3 最適制御問題

以下の様な非線形時不変システムに対し評価関数を最小化する最適レギュレータ問題を考える. ただし,  $x$  は状態ベクトル,  $u$  は制御入力ベクトル,  $x_0$  は初期状態量である.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u, & x(0) = x_0 \\ J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \end{cases}$$

ただし,  $Q \geq 0$ ,  $R > 0$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $f(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $g(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$  である. 本稿の非線形システムに適用した場合,  $x = [\Omega \Theta V_{total} \alpha \beta]^T$ ,  $u = [T \delta_e \delta_a \delta_r]^T$  である.

## 4 非線形最適制御器設計

ここでは、安定多様体法を用いて得られた最適軌道から非線形最適制御器を設計する過程を説明する。積分漸化式を解く際に初期値  $\xi$  を定める必要がある。初期値  $\xi$  は正準方程式の線形部分を対角化した行列の対角成分の固有ベクトルを並べた行列を球状に振った初期値に対して、固有ベクトルを並べた行列との線形積を取った値を初期値としている。さらに、固有ベクトルに対してスカラ倍して固有ベクトルを並べた行列を球状に振った行列との線形積を取った値を初期値としている。詳しくは論文 [9] を参照されたい。上記の手順により定めた初期値をもとに安定多様体法を使用し得られた軌道を以下に示す。また、得られた軌道から最小二乗法による多項式近似を用いてフィードバック形  $p = p(x)$  を得る。ただし、多項式近似の近似次数は全ての変数に対して 3 である。その後、元の軌道との誤差を確認するために制御モデルを用いたフィードバックシミュレーションを行う。本稿では、初期点が  $\phi = 10[\text{deg}] \theta = 10[\text{deg}]$  である軌道を中心とした集合と  $\phi = 20[\text{deg}] \theta = 20[\text{deg}]$  である軌道を中心とした集合を得、それぞれフィードバック形を計算し、制御モデルによるフィードバックシミュレーションを行った。

### 4.1 $\phi = 10[\text{deg}] \theta = 10[\text{deg}]$ を中心とした軌道集

図 5 は、初期点が  $\phi = 10[\text{deg}] \theta = 10[\text{deg}]$  (その他の変数の値は 0) である軌道とそのまわりの軌道の応答を表している。図 6 は図 5 で示した軌道の一本の応答と、軌道の集合をもとに設計した非線形制御器のフィードバックシミュレーションの応答、さらに線形制御器の応答を比較したものである。また評価関数  $J$  の値は、線形制御器が  $9.2942 \times 10^4$ 、非線形制御器が  $8.6586 \times 10^4$  であった。非線形制御器の評価関数の値は、線形制御器の値の 93.161% になったことを確認した。

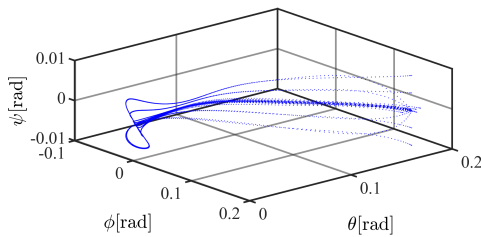


図 5  $\phi = 10[\text{deg}] \theta = 10[\text{deg}]$  を中心とした軌道集 ( $x_1, x_2, x_3$ )

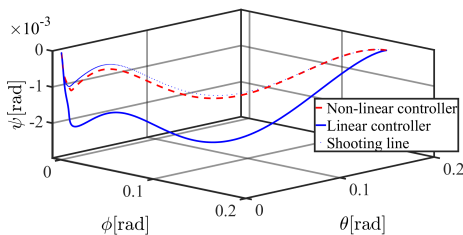


図 6 制御モデルを用いたフィードバックシミュレーションの応答 ( $x_1, x_2, x_3$ )

### 4.2 $\phi = 20[\text{deg}] \theta = 20[\text{deg}]$ を中心とした軌道集

図 7 は、初期点が  $\phi = 20[\text{deg}] \theta = 20[\text{deg}]$  (その他の変数の値は 0) である軌道とそのまわりの軌道の応答を表している。図 8 は図 7 で示した軌道の一本の応答と、軌道の集合をもとに設計した非線形制御器のフィードバックシミュレーションの応答、さらに線形制御器の応答を比較したものである。また評価関数  $J$  の値は、線形制御器が  $4.0948 \times 10^7$ 、非線形制御器が  $3.6693 \times 10^5$  であった。非線形制御器の評価関数の値は、線形制御器の値の 0.89608% になったことを確認した。この原因として、図 8 の場合は、図 6 の場合よりも、平衡点から離れており非線形要素が応答に影響を与えやすいためであると考えられる。線形制御器は非線形領域を考慮できないため、非線形制御器の応答との差が大きくなったと判断した。

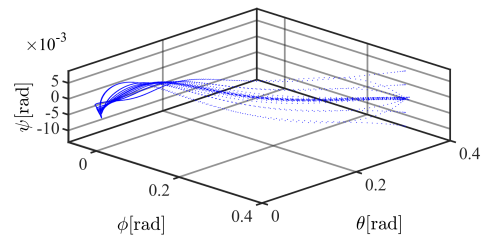


図 7  $\phi = 20[\text{deg}] \theta = 20[\text{deg}]$  を中心とした軌道集 ( $x_1, x_2, x_3$ )

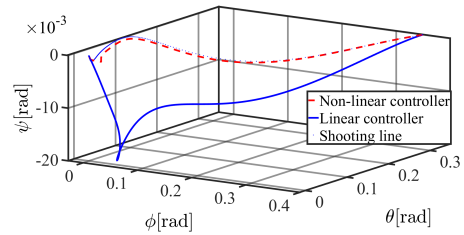


図 8 制御モデルを用いたフィードバックシミュレーションの応答 ( $x_1, x_2, x_3$ )

## 5 シミュレーション結果

ここでは、第 4 節で設計した非線形最適制御器を用いてフィードバックシミュレーションをする。使用するシミュレータのブロック線図は、図 9 に示されている。

### 5.1 6 自由度フライトシミュレータ

フィードバックシミュレーションには制御モデルを用いたフィードバックシミュレーションより現実に近づけるために Actuator model を付加させる。

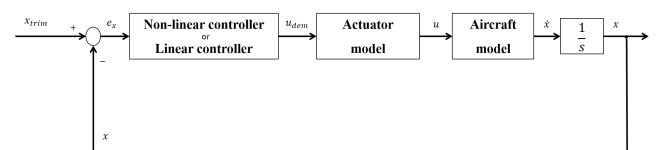


図 9 6 自由度フライトシミュレータのブロック線図

## 5.2 フィードバックシミュレーションの結果

フィードバックシミュレーションの初期値は  $x_{trim}$  から  $\phi$  が  $+10[\text{deg}]$ ,  $\theta$  が  $+10[\text{deg}]$  された値である。図 10 から図 12 は線形制御器, 非線形制御器のフィードバックシミュレーションの応答を示している。図 12 を見ると分かる通り, 非線形制御器の方が早く平衡点に収束していることが分かる。これは, 非線形制御器がクロスカップリング現象を考慮しているからだと考えられる。また評価関数  $J$  の値は, 線形制御器が  $2.8432 \times 10^8$ , 非線形制御器が  $2.5948 \times 10^8$  であった。非線形制御器の評価関数の値は, 線形制御器の値の 91.263% になったことを確認した。

しかし,  $x_{trim}$  から  $\phi$  が  $+20[\text{deg}]$ ,  $\theta$  が  $+20[\text{deg}]$  された値を初期値としてフィードバックシミュレーションをしたところ, 非線形制御器の方は平衡点に収束しなかった。この原因は, 初期点が  $\phi = 20[\text{deg}]$ ,  $\theta = 20[\text{deg}]$  である軌道の集まりが少なくシミュレーションの途中から応答が軌道から外れてしまうためである。

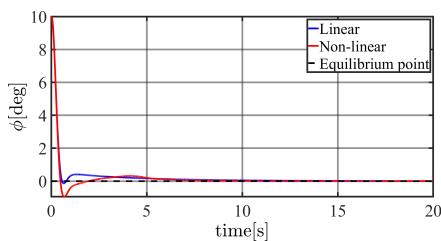


図 10 線形制御器と非線形制御器の応答 ( $x_1$ )

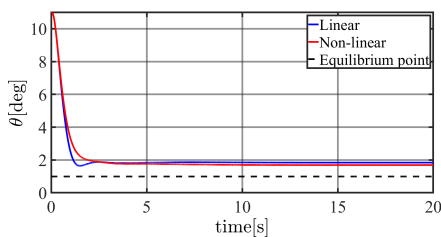


図 11 線形制御器と非線形制御器の応答 ( $x_2$ )

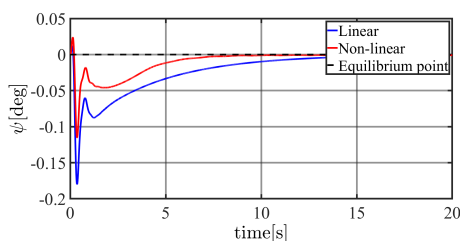


図 12 線形制御器と非線形制御器の応答 ( $x_3$ )

## 6 おわりに

本研究では, F-16 の様にダイナミックな運動をする航空機の 6 自由度非線形モデルに対して, 安定多様体法を

用いた非線形最適制御器設計に取り組んだ。本稿では航空機モデル, 方程式の非線形要素, 安定多様体法による非線形最適制御及びフィードバックシミュレーション結果について述べた。従来では縦方向, 横方向についてそれぞれ制御器を設計することが一般的であった。本研究では縦方向, 横方向に分けることなく制御器を設計するため, 航空機の動学的非線形性を損なうことなく, 横方向の運動が縦方向の運動に影響を与えるクロスカップリング現象をモデルに組み込むことが可能である。また, 一般的に空力安定微係数を航空機モデルに組み込む際に, 線形近似せず多項式で近似するため, 空気力など外力に含まれる外力に含まれる非線形性を損なうことなく制御器設計をすることが可能である。以上の理由から従来の航空機モデルに対する制御器よりもより現実に近い状況での最適制御器を設計することが可能であると考えられる。

今後の課題として, 現在設計した非線形制御器ではある初期条件付近でしか平衡点に収束しないため, 様々な初期条件でフィードバックシミュレーションができるような制御器を設計することである。また, ロバスト性を更に高めることなどが挙げられる。

## 参考文献

- [1] 嶋田有三, 佐々修一. “飛行力学”. 森北出版, 東京, 2017.
- [2] B. L. Stevens and F. L. Lewis. “Aircraft control and simulation”. John Wiley and Sons, Hoboken, New Jersey, 2003.
- [3] 下村卓. “LPV 制御理論による航空機の制御”. 計測と制御, Vol.57, No.4, pp272-278,2018.
- [4] 榎本圭祐, 山崎武志, 高野博行, 馬場順昭. “逆ダイナミクスを用いた追従飛行無人航空機の世界制御系設計”. 日本航空宇宙学会論文集, Vol.57, No.668, pp354-362,2009.
- [5] 佐藤昌之, 村岡浩治. “Quad Tilt Wing 無人航空機の飛行制御”. 日本航空宇宙学会論文集, Vol.61, No.4, pp110-118,2013.
- [6] 山岸聡, 坂本登, 佐藤昌之. “非線形最適制御によるPIOを防止する飛行制御系設計”. 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 61, No. 1, pp. 1-8, 2013.
- [7] A.T.Tran, N. Sakamoto, Y. Kikuchi, and K. Mori. “Pilot induced oscillation suppression controller design via nonlinear optimal output regulation method”. Aerospace Science and Technology 68, pp.278-286, 2017.
- [8] 鈴木達朗, A.T.Tran, 坂本登, 中島明. “PIO現象を抑制した横系航空機モデルに対する非線形最適制御器設計”. 第61回自動制御連合講演会, 2018.
- [9] N.Sakamoto. “Case studies on the application of the stable manifold approach for nonlinear optimal control design”, Automatica. Volume 49, Issue 2, pp,568-576,2013.