双行列ゲームを用いた警備計画問題に対するアプローチ

M2018SS008　岡田　嵩史

指導教員：福嶋 雅夫

1　はじめに

2020 年の東京オリンピック・パラリンピックをはじめ，大規模イベントが開催されようとしている．そこで問題視されているのがテロなどの犯罪行為であり，人が多く集まるイベントなどでは被害が大きくなりやすく，発生や被害拡大を防止するための警備計画が重要となってくる．また，愛知県では他県と比べても住宅侵入犯罪 (空き巣) 件数が非常に多く [1]，街の警備や防犯といった問題は身近な問題にもなっている．

テロ対策などの警備問題に対してはオペレーションズ・リサーチ（OR）の応用に関する研究がすすんでおり，ゲーム理論によるアプローチも増えてきている．ゲーム理論を用いた警備計画問題の多くは公の場でのテロ対策のために用いられることが多い．特に警備体制は相手に知られていることを前提に警備とテロ組織を先手後手のプレイヤーとしてゲームを考えるシュタッケルベルグゲームと呼ばれるゲームを用いたモデル化が多く研究されている [2].

本研究では，空き巣などの犯罪への対策を想定した街の警備問題を取り扱う．警備員と犯罪者をプレイヤーとみなし，それぞれのプレイヤーが得る利益の最大化を試みる双行列ゲームを考える．さらに双行列ゲームを混合線形相補性問題として定式化することによって，新たな警備モデルを提案する．

2　警備問題の状況設定とモデル

いくつかの地点からなる，ある街において，金品などを得るため，盗みに入ろうとしている者がいる．これを以下では，侵入者と呼ぶ．また，侵入者はいくつかの地点を盗みをはたらく場所の候補としている．これらを以下では，目標地点と呼ぶ．目標地点以外の地点では侵入者による盗みの被害はないものとする．一方，侵入者からの被害を防ぐために地域全体をパトロールし，侵入者を捕まえようとする者がいる，これを以下では，警備員と呼ぶ．侵入者の目標地点は警備員が予想できるものとする．

警備員の各時刻における地点の列 (移動ルート) を巡視路と呼ぶ．警備員は侵入者がどのように地点を移動し，盗みをはたらくかわからないので，前もって複数の巡視路を用意し，その中から 1 つを選んでパトロールする．一方，侵入者の各時刻における地点の列 (移動ルート) を侵入路という．侵入者はあらかじめ用意した複数の侵入路のどれかを通って，目標地点に向かって移動し，盗みをはたらこうとする．ここで，互いが相手の移動ルートの候補がどのようなものかを知っているものとするが，移動ルートの決定は警備員と侵入者が同時に行うため，実際にどの移動ルートを使用しているかは互いにわからないものとする．

警備員はパトロール中に，ある時刻に，ある目標地点で侵入者と遭遇した場合に侵入者を捕まえることができ，そのときにある一定の利得を得る．また，どの時刻においても遭遇しない，あるいは，遭遇したとしても，そこが目標地点でない場合は侵入者を捕まえることができず，利得を得ることができない．一方，侵入者は侵入路上のいくつかの目標地点において，警備員に捕まらない限りは金品を入手し，利得を得ることができるが，ある時刻において，警備員に捕まると手に入れた金品を没収されペナルティを受ける．

警備員と侵入者は共に自らの利得を大きくするように移動ルートを選びたいと考えるが，相手がどの移動ルートを実際に選ぶか事前にわからないため，相手が使う移動ルートによっては利得を得ることができない．ここで警備員は予想したすべての侵入路の 1 つ 1 つに対して，自身のすべての巡視路を 1 つ 1 つ評価し，期待利得を考え，これを最大にするために各巡視路をどのような確率で選ぶかを定める，つまり，混合戦略を決める．同様に侵入者も期待利得を最大にするためには各侵入路をどのような確率で選ぶか (混合戦略) を定める．

ゲームの状況として以下の設定を与える．

2.1　問題の空間と時間設定

有限個の地点 $\boldsymbol{X} = \{1, 2, ..., L\}$ からなる街の警備を考える．目標地点の集合を $\boldsymbol{K} \subseteq \boldsymbol{X}$ とし，警備員と侵入者はこの地点をめぐって移動する．時間の範囲を離散時刻の集合 $\boldsymbol{T} = \{1, ..., T\}$ とし，警備員と侵入者は各時刻にどれか 1 つ地点にいて，1 単位時刻ごとに隣接した地点に移動するか，または，その地点にとどまる．

2.2　警備員に関する設定

警備員の巡視路の集合を $\boldsymbol{F} = \{F_1, F_2, ..., F_m\}$ とする．警備員はこれらの巡視路からいずれか 1 本を選び，複数ある目標地点の周辺を警備する．警備員の第 i 巡視路は $F_i = (f_{i1}, f_{i2}, ..., f_{iT}), i \in \{1, 2, ..., m\}$ と表され，$f_{it} \in \boldsymbol{X}(t \in \boldsymbol{T})$ は第 i 巡視路において時刻 t に警備員がいる地点を表す.

2.3　侵入者に関する設定

侵入者の侵入路の集合を $\boldsymbol{G} = \{G_1, G_2, ..., G_n\}$ とする．侵入者はこれらの侵入路からいずれか 1 本を選び，複数ある目標地点のいずれかを目指して移動し，目標地点に侵入する．侵入者の第 j 進入路は $G_j = (g_{j1}, g_{j2}, ..., g_{jT}), j \in \{1, 2, ..., n\}$ と表され，$g_{jt} \in \boldsymbol{X}(t \in \boldsymbol{T})$ は第 j 侵入路において時刻 t に侵入者がいる地点を表す.

2.4　警備員と侵入者の利得

警備員の利得行列 $a_{ij}(i = 1, 2, ..., m, j = 1, 2, ..., n)$ を成分とする $m\times n$ 行列 $\boldsymbol{A}$ とする．ただし，a_{ij} は警備員が巡視路 F_i，侵入者が侵入路 G_j を選んだときの警備員の利得で

ある．時刻 T までの間に同じ時刻の同じ目標地点 $k \in \boldsymbol{K}$ において，警備員の地点 f_{it} と侵入者の地点が重なった場合にのみ，警備員は侵入者を捕まえることができ，利得 $r(k) > 0$ を得ることができる．それ以外の場合，つまり，侵入者を捕まえることができなかった場合は利得は 0 となる．

$$a_{ij} = \begin{cases} r(k) & (\text{ある } t \text{ において } k = f_{it} = g_{jt} \in \boldsymbol{K} \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{そうでないとき}) \end{cases}$$

侵入者の利得行列を $b_{ij}(i = 1, 2, ..., m, j = 1, 2, ..., n)$ を成分とする $m \times n$ 行列 $\boldsymbol{B}$ とする．ただし，b_{ij} は警備員が巡視路 F_i，侵入者が進入路 G_j を選んだときの侵入者の利得である．侵入者はある目標地点 $k \in \boldsymbol{K}$ に侵入することができた場合，利得 $s(k) > 0$ を得ることができる．すなわち，

$$s(k) \begin{cases} > 0 & (k \in \boldsymbol{K} \text{ のとき}) \\ = 0 & (k \notin \boldsymbol{K} \text{ のとき}) \end{cases}$$

である．さらに，複数の目標地点で利得を得たり，同じ目標地点で複数時間にわたって利得を得る場合もあるため，時刻 T までの利得の総和 $\sum_{t=1}^{T} s(g_{jt})$ が侵入者の第 j 侵入路における利得となる．しかし，侵入者は時刻 T までの間に同じ時刻において，警備員の地点 f_{it} と侵入者の地点 g_{jt} が同じ目標地点であった場合，つまり，ある時刻にある目標地点で両者が遭遇した場合，それまでに得た利得は没収された上に，ペナルティ $C > 0$ を科され，利得はマイナスとなる．

$$b_{ij} = \begin{cases} \sum_{t=1}^{T} s(g_{jt}) & (\text{すべての } t \text{ において } f_{it} \neq g_{jt} \\ & \text{または } f_{it} = g_{jt} \notin \boldsymbol{K} \text{ のとき}) \\ -C & (\text{そうでないとき}) \end{cases}$$

2.5 混合戦略

警備員の混合戦略を $\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, ..., p_m)^T$ とする．ここで，$p_i(i = 1, 2, ..., m)$ は警備員が巡視路 F_i を選ぶ確率を表す．また同様に，侵入者の混合戦略を $\boldsymbol{q} = (q_1, q_2, ..., q_n)^T$ とする．ここで，$q_j(j = 1, 2, ..., n)$ は侵入者が侵入路 G_j を選ぶ確率である．これらの混合戦略は以下を満たす．

$$\sum_{i=1}^{m} p_i = 1, \boldsymbol{p} \geq 0$$
$$\sum_{j=1}^{n} q_j = 1, \boldsymbol{q} \geq 0$$

3 双行列ゲームを用いた警備計画問題

以上の状況設定より，警備員と侵入者の期待利得はそれぞれ

$$\boldsymbol{p}^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{q} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_i q_j$$
$$\boldsymbol{p}^T \boldsymbol{B} \boldsymbol{q} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} b_{ij} p_i q_j$$

と表せる．そのとき，このゲームは各プレイヤーが自らの期待利得を最大化するような混合戦略を決める問題と考えることができる．

・警備員の期待利得最大化問題

$$\begin{aligned} \max \quad & \boldsymbol{p}^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{q} \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{e}_m^T \boldsymbol{p} = 1, \boldsymbol{p} \geq \boldsymbol{0} \end{aligned}$$

・侵入者の期待利得最大化問題

$$\begin{aligned} \max \quad & \boldsymbol{p}^T \boldsymbol{B} \boldsymbol{q} \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{e}_n^T \boldsymbol{q} = 1, \boldsymbol{q} \geq \boldsymbol{0} \end{aligned}$$

ただし，$\boldsymbol{e}_m \in \mathcal{R}^m, \boldsymbol{e}_n \in \mathcal{R}^n$ はすべての要素が 1 のベクトルである．

このようなゲームを双行列ゲームと呼ぶ．戦略のペア $(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{q}^*)$ が任意の戦略のペア $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q})$ に対して

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}^{*T} \boldsymbol{A} \boldsymbol{q}^* &\geq \boldsymbol{p}^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{q}^* \\ \boldsymbol{p}^{*T} \boldsymbol{B} \boldsymbol{q}^* &\geq \boldsymbol{p}^{*T} \boldsymbol{B} \boldsymbol{q} \end{aligned}$$

を満たすとき，これを双行列ゲームの均衡点，あるいは，ゲームの均衡戦略という．

次に，この双行列ゲームの均衡点を求める問題を相補性問題の形に書き換える．均衡点 $(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{q}^*)$ は各プレイヤーの期待利得最大化問題の最適解であるから，それらの問題の最適性条件，すなわち Karush-Kuhn-Tucker 条件 (KKT 条件) を満たす．

警備員の問題の KKT 条件は

$$\begin{aligned} -\boldsymbol{A}\boldsymbol{q} + \lambda_1 \boldsymbol{e}_m - \boldsymbol{\mu}_1 &= \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{e}_m^T \boldsymbol{p} = 1, \boldsymbol{p}^T \boldsymbol{\mu}_1 &= \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{p} \geq \boldsymbol{0}, \boldsymbol{\mu}_1 &\geq \boldsymbol{0} \end{aligned} \tag{1}$$

と表され，侵入者の問題の KKT 条件は

$$\begin{aligned} -\boldsymbol{B}^T \boldsymbol{p} + \lambda_2 \boldsymbol{e}_n - \boldsymbol{\mu}_2 &= \boldsymbol{0}, \\ \boldsymbol{e}_n^T \boldsymbol{q} = 1, \boldsymbol{q}^T \boldsymbol{\mu}_2 &= \boldsymbol{0}, \\ \boldsymbol{q} \geq \boldsymbol{0}, \boldsymbol{\mu}_2 &\geq \boldsymbol{0} \end{aligned} \tag{2}$$

と表される．ただし，$\lambda_1 \in \mathcal{R}, \lambda_2 \in \mathcal{R}, \boldsymbol{\mu}_1 \in \mathcal{R}^m, \boldsymbol{\mu}_2 \in \mathcal{R}^n$ はラグランジュ乗数である．

これにより双行列ゲームの均衡戦略を求める問題は式 (1) と (2) を満たすベクトルの組 $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q})$ を求める混合相補性問題となる．

ここで，相補性条件を 1 つの等式条件に置き換えるために次式で定義される Fischer-Burmeister (FB) 関数 $\phi : \mathcal{R}^2 \to \mathcal{R}$ を用いる．

$$\phi(\alpha, \beta) := \alpha + \beta - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \tag{3}$$

FB 関数は次の性質をもつ．

$$\phi(\alpha, \beta) = 0 \Leftrightarrow \alpha\beta = 0, \alpha \geq 0, \beta \geq 0 \tag{4}$$

FB 関数を用いると式 (1) と式 (2) に含まれる相補性条件はそれぞれ

$$\phi(p_i, \mu_{1i}) = 0 \ (i = 1, ..., m) \tag{5}$$

$$\phi(q_j, \mu_{2j}) = 0 \ (j = 1, ..., n) \tag{6}$$

と表すことができる．

さらに等式条件より $\boldsymbol{\mu}_1$ と $\boldsymbol{\mu}_2$ を消去し，等式条件 (5),(6) に対して最小二乗法を用いることで，混合相補性問題を次のような最適化問題に再定式化することができる．

$$\min \sum_{i=1}^{m} \phi(p_i, -\sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j + \lambda_1)^2 + \sum_{j=1}^{n} \phi(q_j, -\sum_{i=1}^{m} b_{ij} p_i + \lambda_2)^2$$

$$\text{s.t.} \ \sum_{i=1}^{m} p_i = 1, \sum_{j=1}^{n} q_j = 1$$

この問題の最適解において目的関数の値が 0 となれば混合相補性問題の解が得られたといえ，そのときの最適解 $(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{q}^*)$ が警備計画問題の均衡戦略となる．

4　数値実験

提案したモデルについて数値実験を行う．図 1 で表される街の警備計画問題に以下の数値を与え，MATLAB の最適化ソルバーである fmincon を用いて解いた．

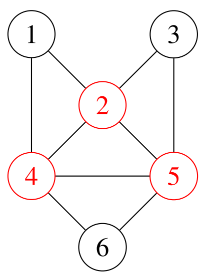

図 1．街の例

- 地点の集合 $\boldsymbol{X} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- 目標地点の集合 $\boldsymbol{K} = \{2, 4, 5\}$
- 時刻の集合 $\boldsymbol{T} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- 警備員の巡視路
  $F_1 = \{1, 2, 2, 2, 3\}, F_2 = \{1, 4, 4, 4, 6\}, F_3 = \{3, 5, 5, 5, 6\}$,
  $F_4 = \{1, 2, 4, 2, 3\}, F_5 = \{1, 4, 5, 4, 6\}, F_6 = \{3, 5, 2, 5, 6\}$
- 侵入者の侵入路
  $G_1 = \{3, 2, 1, 1, 1\}, G_2 = \{6, 6, 4, 1, 1\}, G_3 = \{6, 6, 6, 5, 3\}$,
  $G_4 = \{6, 4, 2, 1, 1\}, G_5 = \{3, 3, 5, 4, 1\}, G_6 = \{3, 2, 5, 6, 6\}$,
  $G_7 = \{6, 5, 4, 2, 1\}$

以下では，警備員と侵入者の利得やペナルティの値を変えたときの均衡解を求め，考察を行う．

4.1　実験 1

- 警備員が侵入者を捕まえたときの利得を固定．
  $(r(k))_{k=1}^{6} = (0, 10, 0, 10, 10, 0)$
  このときの警備員の利得行列 $\boldsymbol{A}$ は，

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 10 & 0 & 10 & 10 \\ 0 & 10 & 0 & 10 & 10 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 10 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 10 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- 侵入者が捕まえられたときのペナルティを $C = 10$ と固定．
- 侵入者が各目標地点で得られる利得を 4 通り用意し，4 つの均衡解を求めたものを表 1 にまとめた．表の $(s(\boldsymbol{K}))$ は $(s(k))_{k=1}^{6}$ から 0 を省略した $(s(2), s(4), s(5))$ を表し，目標地点で得られる利得のみを表す．表 1 から 1 つを例にあげると，$(s(k))_{k=1}^{6} = (0, 5, 0, 5, 5, 0)$ のとき，$(s(\boldsymbol{K})) = (5, 5, 5)$ となり，侵入者の利得行列 $\boldsymbol{B}$ は次のようになる．

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -10 & 5 & 5 & -10 & 10 & -10 & -10 \\ 5 & -10 & 5 & -10 & -10 & 10 & -10 \\ 5 & 5 & -10 & 10 & -10 & -10 & -10 \\ -10 & -10 & 5 & 10 & 10 & -10 & -10 \\ 5 & 5 & 5 & -10 & -10 & -10 & 15 \\ 5 & 5 & -10 & -10 & 10 & 10 & 15 \end{bmatrix}$$

さらに，このときの均衡解は警備員の混合戦略 $\boldsymbol{p}^* = (0.23, 0.23, 0.31, 0.15, 0, 0.08)^T$，侵入者の混合戦略 $\boldsymbol{q}^* = (0.29, 0.14, 0.29, 0.14, 0.14, 0, 0)^T$ である．ただし，表記の都合上小数点第 3 位を四捨五入した．

表 1　実験 1 の計算結果

$(s(\boldsymbol{K}))$	(5,5,5)	(5,5,50)	(5,50,5)	(50,5,5)
p_1	0.23	0.1	0.01	0.59
p_2	0.23	0.1	0.67	0.16
p_3	0.31	0.67	0.1	0.06
p_4	0.15	0	0.1	0.17
p_5	0	0.02	0.11	0.03
p_6	0.08	0.1	0	0
q_1	0.29	0	0	0.5
q_2	0.14	0.25	0.25	0
q_3	0.29	0.25	0.25	0
q_4	0.14	0.25	0.25	0
q_5	0.14	0	0	0.5
q_6	0	0.25	0.25	0
q_7	0	0	0	0
λ_1	4.29	5	5	5
λ_2	-0.77	3.45	3.45	5
	唯一解	複数解	複数解	複数解

実験 1 を行う過程で，利得の値によっては解が無数に存在することがわかった．fmincon では問題を解く際，変数の初期点が必要になるがこの初期点をいくつか変えて問題を解くと，$(s(\boldsymbol{K})) = (5, 5, 50), (5, 50, 5), (50, 5, 5)$ では同じ数値設定でも得られる解が少しずつ変わった．これは，計算結果の戦略を $\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{q}^*$ とすると，$\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{q}^*$ から戦略を変えたとしても，それぞれの期待利得の値が $\boldsymbol{p}^* \boldsymbol{A} \boldsymbol{q}^*, \boldsymbol{p}^* \boldsymbol{B} \boldsymbol{q}^*$ から変化しないからである．また，λ_1, λ_2 も戦略に大きく関係している．λ_1 は警備員がある戦略を選んだときの期待利得 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{q}^*$ の要素の最大値を表し，λ_2 は侵入者がある戦略を選んだときの期待利得 $\boldsymbol{B}^T \boldsymbol{p}^*$ の要素の最大値を表す．$(s(\boldsymbol{K})) = (5, 5, 5)$ の場合を例にとると $\boldsymbol{A}\boldsymbol{q}^* = (4.29, 4.29, 4.29, 4.29, 2.86, 4.29)$,

$\boldsymbol{B}^T \boldsymbol{p}^* = (-0.77, -0.77, -0.77, -0.77, -0.77, -3.8, -8.08)$ であり，$\lambda_1 = 4.29$，$\lambda_2 = -0.77$ となるが，それぞれの期待利得の要素が λ_1, λ_2 とは異なる要素に対応する戦略 p_5, q_6, q_7 は 0 となっている．この傾向は他の例でも同様である．

4.2　実験 2

・実験 1 の設定からペナルティのみを $C = 50$ に変えた．下の表 2 が計算結果である．

表 2 実験 2 の計算結果

$(s(\boldsymbol{K}))$	(5,5,5)	(5,5,50)	(5,50,5)	(50,5,5)
p_1	0.17	0.12	0.11	0.44
p_2	0.17	0.12	0.43	0.12
p_3	0.29	0.50	0.2	0.22
p_4	0.24	0.16	0.18	0.16
p_5	0	0	0	0
p_6	0.12	0.1	0.09	0.06
q_1	0.29	0.29	0.29	0.29
q_2	0.14	0.14	0.14	0.14
q_3	0.29	0.29	0.29	0.29
q_4	0.14	0.14	0.14	0.14
q_5	0.14	0.14	0.14	0.14
q_6	0	0	0	0
q_7	0	0	0	0
λ_1	4.29	4.29	4.29	4.29
λ_2	-17.8	-10.29	-10.7	-10.29
	唯一解	唯一解	唯一解	唯一解

実験 2 では実験 1 のときと違い，解が唯一に定まったので利得を変えたときの解の傾向がわかりやすくなった．$(s(\boldsymbol{K})) = (5,5,5)$ のとき，実験 1 と比べると 1 つの目標地点を警備し続ける巡視路である F_1, F_2, F_3 を取る割合が減り，複数の目標地点を警備する巡視路 F_4, F_6 を取る割合が増えたので，このモデルでは侵入者のペナルティを増やすと，警備員は複数の目標地点を警備する巡視路を取る割合を増やす傾向がある．また，利得が $(5,5,50)$ のとき，警備員は侵入者が得られる利得が最も高い目標地点 5 を警備し続ける巡視路である F_3 を取る割合が大きく，侵入者が侵入したい目標地点の警備の割合を増やすという妥当な結果になっており，利得が $(5,50,5), (50,5,5)$ のときも同様な傾向がみられる．しかし，侵入者の戦略に関してはどのパターンも全く変化していないため，侵入者が目標地点で得られる利得の変化は侵入路の戦略にはあまり影響しないことがわかる．

4.3　実験 3

・侵入者が目標地点で得られる利得を固定．
$(s(k))_{k=1}^6 = (0,5,0,5,5,0)$
・侵入者が捕まえられたときのペナルティを $C = 10$ と固定．
・警備員が各目標地点で侵入者を捕まえたときの利得を 4 通り用意し，それら均衡解を求めた結果を表 3 にまとめた．

表の $(r(\boldsymbol{K}))$ は $(r(k))_{k=1}^6$ から 0 を省略した $(r(2), r(4), r(5))$ を表し，侵入者を捕まえたときの利得のみを表す．

表 3 実験 3 の計算結果

$(r(\boldsymbol{K}))$	(10,10,10)	(10,10,50)	(10,50,10)	(50,10,10)
p_1	0.23	0.23	0.23	0.23
p_2	0.23	0.23	0.23	0.23
p_3	0.31	0.31	0.31	0.31
p_4	0.15	0.15	0.15	0.15
p_5	0	0	0	0
p_6	0.08	0.08	0.08	0.08
q_1	0.29	0.33	0.45	0.07
q_2	0.14	0.27	0.01	0.27
q_3	0.29	0.07	0.45	0.33
q_4	0.14	0.27	0.05	0.05
q_5	0.14	0.05	0.05	0.27
q_6	0	0	0	0
q_7	0	0	0	0
λ_1	4.29	6.04	4.96	6.04
λ_2	-0.77	-0.77	-0.77	-0.77
	唯一解	唯一解	唯一解	唯一解

$(r(\boldsymbol{K})) = (10,10,50)$ のとき，侵入者は警備員が侵入者を捕まえたときに得られる利得が最も高い目標地点 5 を通る侵入路である G_3 を取る割合が大きく減り，警備員が得られる利得が少ない侵入路を通る割合を増やすという妥当な結果になっているが，警備員の戦略は全く変化していない．また，利得が $(5,50,5), (50,5,5)$ のときも同様な傾向がみられるため，警備員が目標地点で侵入者を捕まえたときの利得は警備員の戦略にはあまり影響しないということがわかる．

5　おわりに

本研究では，警備計画問題を警備員と侵入者をプレイヤーとする双行列ゲームと考え，その均衡解を求める問題を混合線形相補性問題に定式化した上で，さらに，それを最適化問題に再定式して解く方法を提案した．数値実験では，3 パターンの実験を行い，双方の戦略は自身が得られる利得よりも相手の利得によって大きく影響し，変化するということがわかった．今後の課題として，より現実的な空間設定や巡視路，侵入路，利得の設定のもとで問題を解き分析を行うことがあげられる．

参考文献

[1] 宝崎　隆祐 : 警備ゲームの動向，オペレーションズリサーチ:経営の科学，Vol.64 No.10，pp.614-621，2019

[2] 警察庁 : 犯罪統計資料 (平成 31 年 1 月～令和元年 8 月分)