

ゲインスケジューリング H_∞ コントローラを用いた 能動型磁気軸受システムの性能向上

M2018SC013 芳野和茂

指導教員：陳幹

1 はじめに

本研究ではロータを能動型磁気軸受で支持するシステムに対して、ゲインスケジューリング (GS) H_∞ コントローラを用い、ロータを安定に支持することを目的とする。磁気軸受は非接触でロータを支持できるため、摩擦や摩耗がなく、潤滑や粉塵の心配がない、エネルギー損失がないなど多くの利点を有する。そのためターボ分子ポンプ、遠心圧縮機、宇宙用フライホイールなどさまざまな機械に応用されている [1]。磁気軸受の主要な課題に、ロータの偏心や電磁力のばらつきによって生じる不釣り合い振動が挙げられる。この不釣り合い振動によって、回転の振れ回り増大やロータの不安定化につながる。不釣り合い振動の特徴として、振動の周波数成分がロータの回転速度に一致することが挙げられる。ロータをある一定の回転速度で回転させ、ロータの変位に対して得られた周波数応答の実験結果を図 1 に示す。図 1 からわかるように、ロータの回転速度における成分が突出していることがわかる。そこで本研究では回転速度に同期した周波数成分を積極的に抑制するようなコントローラの設計を目指す。先行研究として文献 [2], [3] では、この不釣り合い振動の特徴を活かし、安定化コントローラとは別に不釣り合い振動補償器を組み合わせることで振動の抑制を行っている。また文献 [4] では回転速度の変動を考慮し、周期外乱に対して強い制振性をもつロバスト H_∞ コントローラの設計を行いその有効性を示している。また文献 [5] では、回転速度を変動パラメータと見なし、コントローラをリアルタイムで切り替えるゲインスケジューリングコントローラを用い、ジャイロ効果の抑制を行っている。

本研究では、回転速度を帯域周波数とするバンドパスフィルタを周波数重みとして用い、得られた拡大系に対して H_∞ コントローラを設計することで、不釣り合い振動を抑制する手法を提案する。そしてロータの回転速度の変動に対応するため、これを変動パラメータと見なしパラメータ依存リアプノフ関数に基づく GS コントローラの枠組みで制御系設計を行う。得られたコントローラの有効性をシミュレーションにより検証する。

本稿の構成は、第 1 章では本研究の背景と目的について示した。第 2 章で磁気軸受システムのモデルの導出について示す。第 3 章で提案する周波数重みとゲインスケジューリング H_∞ コントローラについて示す。第 4 章で提案手法の有効性を数値シミュレーションで確認する。最後に、第 5 章で本稿のまとめについて示す。

2 モデリング

本研究では、制御対象として電磁石の吸引力を利用しロータを支持する能動型磁気軸受を扱う。本研究では

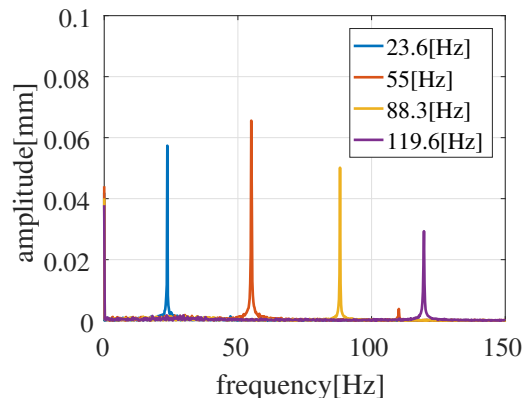


図 1 一定の回転速度で回転させたときの周波数応答

LaunchPoint 社の MBC500 をモデルプラントとして用いる [6]。この磁気軸受はアクチュエータである 4 組の電磁石と 4 組の位置センサから構成されており、電磁石への印加電圧を制御することで、ラジアル 2 方向の位置制御を行うことが出来る。ロータの概略図を図 2 に示す。またロータの運動方程式を式 (1)-(4) に示す。

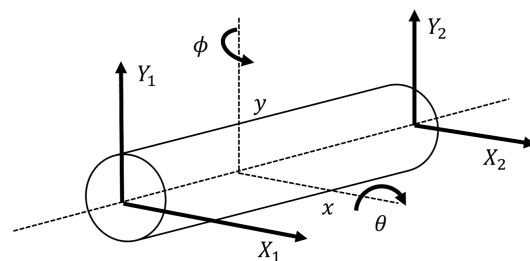


図 2 ロータの概略図

$$m\ddot{x} = f_{X1} + f_{X2} \quad (1)$$

$$m\ddot{y} = f_{Y1} + f_{Y2} - mg \quad (2)$$

$$J_x\ddot{\theta} = f_{Y1}l - f_{Y2}l \quad (3)$$

$$J_x\ddot{\phi} = f_{X1}l - f_{X2}l \quad (4)$$

ここで、位置センサはロータの両端に設置されているため、ロータの状態変数をそれぞれロータ両端の変位 r_j ($j = X1, X2, Y1, Y2$) に変形する。変形後の式を以下に示す。

$$x = \frac{r_{X1} + r_{X2}}{2}, y = \frac{r_{Y1} + r_{Y2}}{2} \quad (5)$$

$$\theta = \frac{r_{Y1} - r_{Y2}}{l}, \phi = \frac{r_{X1} - r_{X2}}{l} \quad (6)$$

表 1 物理パラメータ

g	重力定数 [m/s ²]
m	ロータの質量 [kg]
l	ロータの形心から両端までの距離 [m]
J_y	ロータの半径方向の慣性モーメント [kgm ²]
J_z	ロータの回転軸方向の慣性モーメント [kgm ²]
f_j	各電磁石がロータに及ぼす力 [N]
p	ロータの回転速度 [rad/s]
B	バイアス電流 [A]
I_j	定常電流 [A]
G	定常ギャップ [m]

また，式 (1)-(4) において，電磁力 f_j , ($j = X1, X2, Y1, Y2$) は式 (7) で表現される。

$$f_j = k \frac{\{B + (I_j + i_j)\}^2}{\{G - r_j\}^2} - k \frac{\{B - (I_j + i_j)\}^2}{\{G + r_j\}^2} \quad (7)$$

ここで，制御電流 i_j ，ロータの変位 r_j の変動が B ， G と比較して微小であることから，式 (7) を平衡点周りで線形化する．線形化後の電磁力式を式 (8) に示す。

$$f_j = k \frac{4BI_j}{G^2} + K_{xj}r_j + K_{ij}i_j \quad (8)$$

$$K_{xj} = k \frac{4(B^2 + I_j^2)}{G^3}, K_{ij} = k \frac{4I_0}{G^2}$$

以上より得られるシステムの状態空間表現を以下に示す．ここで， A_o ， B_o は電磁力の線形化により生じる項， I は単位行列を表す。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (9)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (10)$$

$$A = \begin{bmatrix} O & I \\ A_o & O \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} O \\ B_o \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C = \begin{bmatrix} I & O \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} r_{X1}, r_{Y1}, r_{X2}, r_{Y2}, \dot{r}_{X1}, \dot{r}_{Y1}, \dot{r}_{X2}, \dot{r}_{Y2} \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} i_{X1}, i_{Y1}, i_{X2}, i_{Y2} \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

3 制御器設計

3.1 周波数重み

本研究では，ロータの回転速度に同期した周波数成分を抽出するため，これを帯域周波数とするバンドパスフィルタを周波数重みとして用いる．周波数重みの伝達関数を式 (15) に示す．本研究で扱うプラントの開ループ伝達関数は，実際に運転される周波数領域よりも低い周波数帯域が支配的である．そこで着目している周波数に重点的に重みをつけることが出来る式 (15) を用いることとした．ここで， ω_R はバンドパスフィルタの帯域周波数であり本研究ではロータの回転速度に一致させる．また Q はバンド幅を調整するチューニングパラメータである． ω_R を 100[rad/s] に固定し，パラメータ Q を変化させたとき

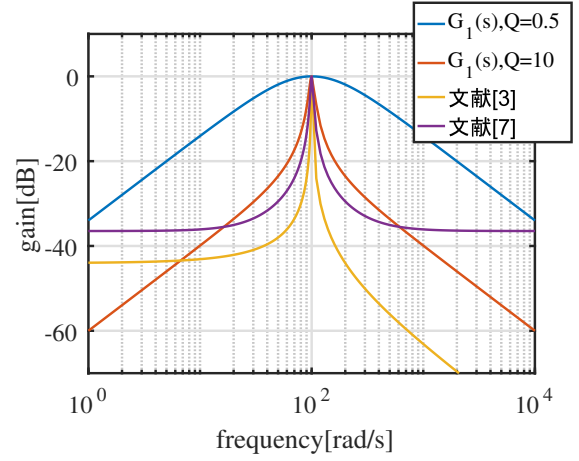


図 3 周波数重み ($\omega_R = 100$ [rad/s]) : ゲイン線図

のゲイン線図を図 3 に示す．コントローラ的设计時において，バンド幅を狭くしたほうがコントローラ的设计を行いやすいが，これを狭くし過ぎると安定性を損なう可能性がある．本研究では文献 [3]，[7] を参考にし $Q = 10$ とした．

$$G_1(s, \omega_R) = \frac{\frac{\omega_R s}{Q}}{s^2 + \frac{\omega_R s}{Q} + \omega_R^2} \quad (15)$$

3.2 拡大系

ここでは，前節で得られた周波数重みを評価規範に組み込むための拡大系を構築する．まずはじめに前節で得られた周波数重みの状態空間表現を式 (16) に示す．

$$\dot{x}_{fw} = A_{fw}(\omega_R)x_{fw} + B_{fw}u \quad (16)$$

$$y_{fw} = C_{fw}(\omega_R)x_{fw}$$

本研究では，プラントの出力に周波数重みを付ける．このとき，プラントの出力はロータ両端の速度 \dot{r}_j とする．状態空間表現 (16) を用いて得られる拡大系を式 (17)(18) に示す．ここで Q ， R は重み行列である．

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}(\omega_R)(t)\tilde{x}(t) + \tilde{B}u(t) + \tilde{D}w(t) \quad (17)$$

$$z(t) = \tilde{C}(\omega_R)\tilde{x}(t) + \tilde{D}u(t) \quad (18)$$

$$\tilde{A}(\omega_R) = \begin{bmatrix} A & O \\ BC_o & A(\omega_R) \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} O \\ B \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\tilde{C}(\omega_R) = \begin{bmatrix} O & O \\ O & C_{fw}(\omega_R) \\ Q & O \end{bmatrix}, \tilde{D} = \begin{bmatrix} R \\ O \\ O \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$z(t) = \begin{bmatrix} Z_{in}^T & Z_{out}^T & Z_x^T \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

得られた拡大系が着目したい周波数成分を抽出していることを特異値プロットで確認する．ロータの回転速度 ω_R の変動を $100 \leq \omega_R \leq 1000$ とするとき，外乱 w から評価出力 Z_{out} までの最大特異値をプロットしたものを図 4

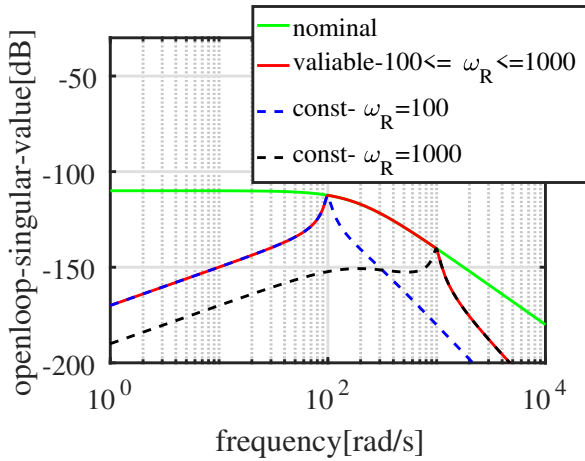


図4 開ループ系特異値プロット

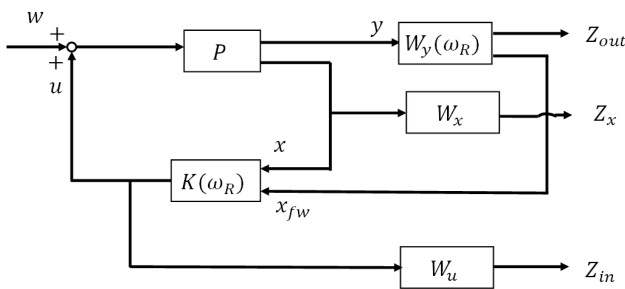


図5 閉ループ系ブロック線図

に示す。図4において、横軸が外乱の角周波数 ω [rad/s]、縦軸が特異値であり、各グラフは周波数重みを通していない場合と周波数重みを通じた場合の最大特異値を表している。緑色のグラフが周波数重みを通していないノミナルの最大特異値を、青色のグラフは式(15)の ω_R を100[rad/s]に固定したものを、黒色のグラフは式(15)の ω_R を1000[rad/s]に固定したときの最大特異値を表している。赤色のグラフは、 ω_R の範囲を $100 \leq \omega_R \leq 1000$ で変動させた周波数重みをプラントに通じた最大特異値を表している。赤色のグラフは外乱の角周波数が100[rad/s]以下のときに $\omega_R = 100$ 、角周波数が1000[rad/s]以上のときに $\omega_R = 1000$ で固定し、 ω_R が変動する $100 \leq \omega \leq 1000$ のときに外乱の角周波数 ω と ω_R を同期させ表示している。図4に示されるように、回転速度の変動範囲である $100 \leq \omega \leq 1000$ に着目するような評価出力を得ることができており、これを小さくするようなコントローラを設計することで不釣り合い振動を抑制できると考える。

3.3 H_∞ GS コントローラ・LMI 条件

ここでは、前章で得られた拡大システム、式(17)(18)に対して、状態フィードバックコントローラ $u = K(\omega_R)\hat{x}(t)$ を設計する。また本研究の閉ループ系ブロック線図を図5に示す。システム(17)(18)に対して、外乱 $w(t)$ から評価出力 $z(t)$ までの H_∞ ノルムを最小化するような H_∞ コントローラを設計する。 H_∞ コントローラを導出するLMI

条件式は以下の定理で与えられる[4][5]。

定理1 以下のLMI条件を満足するような $X(\omega_R)$ 、 $Y(\omega_R)$ が存在するとき、状態フィードバックコントローラ $K = Y(\omega_R)X(\omega_R)^{-1}$ を用いて、システム(17)(18)の H_∞ ノルムは γ_∞ 未満に抑えられる。

$$\begin{bmatrix} He[M(\omega_R)] & * & * \\ \tilde{B}^T & -\gamma_\infty^2 I & * \\ \tilde{C}(\omega_R)X(\omega_R) + \tilde{D}Y(\omega_R) & 0 & -I \end{bmatrix} < 0$$

$$M(\omega_R) = \tilde{A}(\omega_R)X(\omega_R) + BY(\omega_R), X(\omega_R) \succ 0 \quad (22)$$

式(17)(18)より、各行列が変動パラメータ ω_R の関数で構成されているため、このままコントローラの導出を行うと無限個のLMIを解く必要があり解を得ることが難しい。そこで、ポリトープ表現を用いた有限個のLMIを解くことで安定化コントローラを得ることとする。変動パラメータの上界と下界をそれぞれ ω_{R1} 、 ω_{R2} としパラメータを以下の式に示す。

$$\omega \in [\omega_R, \bar{\omega}_R] = [\omega_{R1}, \omega_{R2}] \quad (23)$$

式(23)より、行列 $A_{fw}(\omega_R)$ 、 $C_{fw}(\omega_R)$ はポリトープ表現を用いてそれぞれ以下の式で表現される。

$$A_{fw}(\omega_R) = \lambda A_{fw}(\omega_{R1}) + (1 - \lambda)A_{fw}(\omega_{R2}) \quad (24)$$

$$C_{fw}(\omega_R) = \lambda C_{fw}(\omega_{R1}) + (1 - \lambda)C_{fw}(\omega_{R2}) \quad (25)$$

$$(0 \leq \lambda_R \leq 1) \quad (26)$$

LMI条件(22)が、行列 $\tilde{A}(\omega_{R1})$ 、 $\tilde{A}(\omega_{R2})$ 、 $\tilde{C}(\omega_{R1})$ 、 $\tilde{C}(\omega_{R2})$ において満足するとき、全ての回転速度での安定性が保証される。ポリトープ表現を用いた有限個のLMI条件を以下に示す。

$$\begin{bmatrix} He[M(\omega_{Ri})] & * & * \\ \tilde{B}^T & -\gamma_\infty^2 I & * \\ \tilde{C}(\omega_{Ri})X(\omega_{Ri}) + \tilde{D}Y(\omega_{Ri}) & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (i = 1, 2) \quad (27)$$

4 シミュレーション

設計したコントローラの有効性をシミュレーションで検証する。300[rad/s]の帯域周波数を持つ周波数重みを用いて設計した場合(ノミナル($\omega_R=300$ [rad/s])), 回転速度の変動に同期して周波数重みを変動させ状態フィードバックゲインを単一リアプノフ関数に基づき設計($K(\omega_R) = Y(\omega_R)X^{-1}$)した場合(GS)、状態フィードバックゲインをパラメータ依存リアプノフ関数に基づき設計($K(\omega_R) = Y(\omega_R)X(\omega_R)^{-1}$)した場合(PDL-GS)で比較を行う。図6のように0[rad/s]から500[rad/s]までロータを加速させた時のシミュレーション結果を図7, 8に示す。図7, 8より入力の大さはほとんど変わらないにも関わらず、帯域周波数を300[rad/s]で固定し設計し

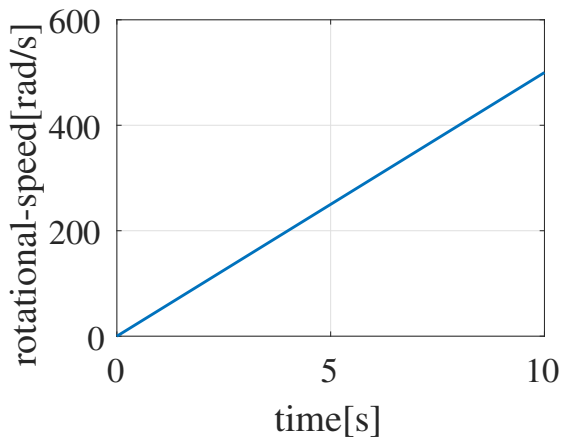


図 6 ロータの回転速度

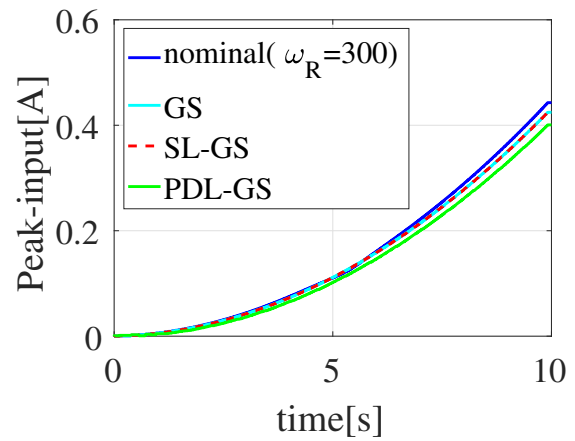


図 8 水平方向の制御入力

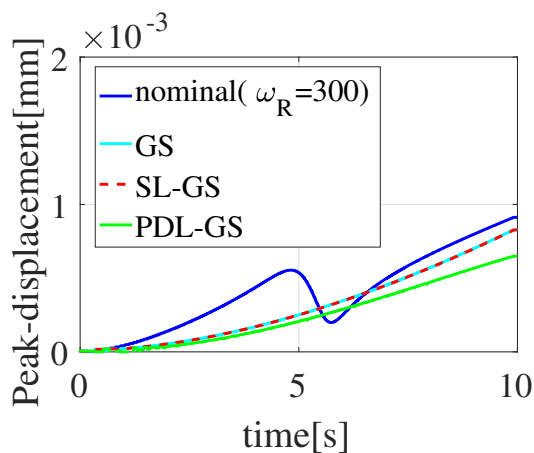


図 7 水平方向の変位

たコントローラでは回転速度が 300[rad/s] である 6[s] 付近でのみ振幅が小さくなっているのに対して、提案法ではロータの回転速度の大きさによらず振幅を抑えられている。また、GS と SL-GS では制御性能にあまり違いは見られなかったが、PDL-GS では回転速度が上昇するにつれ振幅を抑えられており提案法の有効性が確認された。しかし、実機に実装するとき、SL-GS と PDL-GS では、リアプノフ行列の逆行列を逐次計算する必要があり、その計算時間が問題となる。1 サンプル当たりの計算時間を表 2 に示す。表 2 より、GS に対して PDL-GS は約 3 倍程度の計算量を必要としてしまう。そのため PDL-GS よりも性能が悪化するものの、SL-GS と同程度の制御性能をもち、計算時間を短く出来る GS が適していると考えられる。

表 2 1 サンプル当たりの計算時間 [μ s]

GS	PDL-GS
29.98	109.36

5 おわりに

本研究では、不釣り合い振動を抑制するため、回転速度を帯域周波数とするバンドパスフィルタを周波数重みとして用い、得られた拡大系に対して H_∞ コントローラを設計した。そしてロータの回転速度の変動に対応するため、これを変動パラメータと見なしパラメータ依存リアプノフ関数に基づく GS コントローラの枠組みで制御系設計を行った。得られたコントローラの有効性をシミュレーションにより検証した。

参考文献

- [1] 日本機械学会編 :磁気軸受の基礎と応用, 株式会社養賢堂, 1995
- [2] 芳野 和茂, 陳 幹, 高見 勳 :能動型磁気軸受のカルマンフィルタによる周期外乱の抑制, 日本機械学会東海支部総会講演会講演論文集, 2018
- [3] 中村 泰貴, 涌井 伸二 :5 軸能動型磁気軸受の不釣り合い振動補償器に対する一設計法, 日本機械学会論文集, 2015
- [4] M.Goto, T.Mizuno, I.Takami, G.Chen :Robust H-infinity Control for Active Magnetic Bearing System with Imbalance of the Roter, *IEEE 14th International Workshop on Advanced Motion Control*, 2018
- [5] Sanbayashi Akio, Masanori Narita, Gan Chen, Isao Takami :Gain scheduled control for active magnetic bearing system considering gyroscopic effect, *proc. 7th International Conference on Information Technology and Electrical Engineering*, 2015.
- [6] F.A.Somad :System identification and control of magnetic bearing systems, *Victoria University*, 2007
- [7] H.M.N.K. Balini, Jasper Witte, Carste W.Scherer :Synthesis and implementation of gain-scheduling and LPV controllers for an AMBsystem, *Automatica*48, 2012