

# 振動抑制を目的としたアクティブサスペンションに対する無香料カルマンフィルタを用いたゲインスケジューリング制御

M2018SC006 松浦翼

指導教員：陳幹

## 1 はじめに

サスペンションは自動車の車体と車軸の間に付いており、ばねとダンパで路面からの振動を抑制する装置である。上記のようにばねとダンパのみで構成されたサスペンションをパッシブサスペンションと呼ぶ。また、可変ダンパのついているセミアクティブサスペンション、ばねとダンパのほかにアクチュエータがついているアクティブサスペンションが存在する。これらのサスペンションは可変ダンパもしくはアクチュエータを制御することでパッシブサスペンションより車体の振動を抑えることができる。本研究ではアクティブサスペンションを取り扱う。アクティブサスペンションには不確定性を持つパラメータ、例えば、車体質量やタイヤのばね定数などが存在する。本研究では車体質量とタイヤのばね定数について着目する。車体質量は乗員人数や荷物の量などによって大きく変動する。また、タイヤのばね定数はタイヤの空気圧と比例関係にあることが [1] より知られている。タイヤの空気圧は一か月に約 10-20[kPa] 程度自然に抜ける。適正空気圧は 200-220[kPa] となっていることから一か月で適正空気圧の約 10% 減少することがわかる。自然漏れ以外にタイヤのひび割れやタイヤのエアバルブの不良、鋭利なものによってタイヤが破損した場合が挙げられる。これらの不確定性を持つパラメータによって車体の振動が変動することから乗り心地の悪化が起こると考える。これらの変動に対して考慮したコントローラを設計する。

本研究では Unscented Kalman Filter(UKF)[2] を用いて車体質量を推定する。UKF はアルゴリズムの中で共分散行列を分解し、平方根行列を導出する。しかし、本研究では共分散行列が半正定になってしまった。半正定の共分散行列に対して行列分解法を用いている Square-root Unscented Kalman Filter[3] の計算アルゴリズムを採用した。SRUKF のアルゴリズムではコレスキー分解の代わりに QR 分解を用いる。この SRUKF のアルゴリズムは通常の UKF と同じ  $O(L^3)$  の計算量である。L は次元数。また、UKF を使ってタイヤのばね定数を同時推定することを考えた。しかし、可観測性が失われてしまうため、タイヤのばね定数を推定することは本システムで困難であることがわかった。よって、タイヤのばね定数に対しては変動範囲を決め、その範囲内でロバスト性を保証するロバスト制御を適用する。

車体質量に関しては SRUKF で推定し、推定値を用いたゲインスケジューリング制御を適用し、タイヤのばね定数に関してはロバスト制御適用したコントローラを設計することで乗り心地の改善を図り、その有用性をシミュレーションと実験で示す。

## 2 モデリング

この章では 1/4 カーモデルの運動方程式を導き、状態空間表現に変換する。1/4 カーモデルの概略図を Figure1 に示す。  $x_b$  は車体の位置、  $x_t$  はタイヤの位置、  $x_g$  は地面の位置、  $F$  は制御入力をそれぞれ表している。また、本研究で用いたモデルのパラメータを Table1 に示す。次に、車体

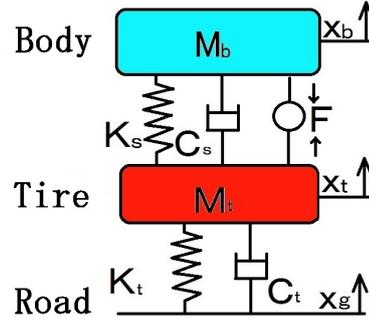


図 1 1/4 Car Model

置、  $F$  は制御入力をそれぞれ表している。また、本研究で用いたモデルのパラメータを Table1 に示す。次に、車体

表 1 Physical Constants and Variables

Symbol	Description	Unit	Value
$M_b$	Sprung mass	kg	1.45-2.45
$M_t$	Unsprung mass	kg	1
$K_s$	Suspension stiffness	N/m	971
$K_t$	Wheel stiffness	N/m	1982
$C_s$	Suspension damping	Ns/m	7.3
$C_t$	Wheel damping	Ns/m	4.4

とタイヤの運動方程式はそれぞれ式 (1), (2) で表される。

$$M_b \ddot{x}_b = -K_s(x_b - x_t) - C_s(\dot{x}_b - \dot{x}_t) + F \quad (1)$$

$$M_t \ddot{x}_t = K_s(x_b - x_t) + C_s(\dot{x}_b - \dot{x}_t) - K_t(x_t - x_g) - C_t(\dot{x}_t - \dot{x}_g) - F \quad (2)$$

状態変数ベクトル  $x(t)$  をサスペンションストローク、タイヤの撓み、車体の上下速度、タイヤの上下速度とし、  $x(t) = [x_b - x_t \quad x_t - x_g \quad \dot{x}_b \quad \dot{x}_t]^T$  のように定義した。観測ベクトル  $y(t)$  はサスペンションストロークと車体の上下方向加速度とし、  $y(t) = [x_b - x_t \quad \ddot{x}_b]^T$  とする。外乱  $w(t)$  は路面の上下速度として  $w(t) = \dot{x}_g$  のように、入力  $u(t)$  は  $u(t) = F$  のように表すとすると、状態空間表現は式 (3) のように表現できる。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(1/M_b, K_t)x(t) + B_w w(t) + B_u(1/M_b)u(t) \\ y(t) = C(1/M_b)x(t) + D(1/M_b)u(t) \end{cases} \quad (3)$$

$$A(1/M_b, K_t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{K_s}{M_b} & 0 & -\frac{C_s}{M_b} & \frac{C_s}{M_b} \\ \frac{K_s}{M_t} & -\frac{K_t}{M_t} & \frac{C_s}{M_t} & -\frac{C_s+C_t}{M_t} \end{bmatrix}$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ -\frac{C_t}{M_t} \end{bmatrix}, B_u(1/M_b) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_b} \\ -\frac{1}{M_t} \end{bmatrix},$$

$$C(1/M_b) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_s}{M_b} & 0 & -\frac{C_s}{M_b} & \frac{C_s}{M_b} \end{bmatrix}, D(1/M_b) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_b} \end{bmatrix}$$

$1/M_b$  と  $K_t$  は不確実性をもつパラメータである車体質量とタイヤのばね定数である。これらの不確実性を持つパラメータを考慮した制御器を section3 で述べる。

### 3 制御系設計

この節ではパラメータの推定手法と制御器の設計について述べる。本研究ではアクティブサスペンションの制御手法として [4] の手法を用いる。車体質量に関しては SRUKF で推定し、その推定値を用いてゲインスケジューリング系、タイヤのばね定数に関しては本システムで推定できないため保証範囲を決め、その範囲内でロバストなコントローラを設計する。コントローラの保守性を下げるためにディスクリプタ表現を用いて不確定パラメータを一つの行列にまとめた。

#### 3.1 パラメータ推定

ゲインスケジューリング制御ではコントローラを設計するためにスケールパラメータを必要とする。スケールパラメータに合わせてフィードバックゲインが変化します。本研究ではスケールパラメータを車体質量  $\alpha (= 1/M_b)$  とした。車体質量を測るセンサは付いていないため推定する必要がある。推定には無香料カルマンフィルタ (UKF) を用いた。推定するために推定するパラメータを状態変数に加え、拡大系を構築する。この時に非線形項が生じてしまうため、非線形カルマンフィルタを用いることとし、その中でも推定精度の高い UKF を選択した。UKF はアルゴリズムの中でシステムノイズの共分散行列を分解し、平方根行列を求める。UKF では分解法として一般的にコレスキー分解を用いる。コレスキー分解は正定な行列を下三角行列とその転置行列に分解する方法である。共分散行列が半正定となってしまったため、半正定行列を分解する方法を用いた Square-Root Unscented Kalman Filter [3] の計算アルゴリズムを適用した。これにより、共分散行列が半正定でも分解できるようになった。また、SRUKF では QR 分解という分解法を用いる。次のような性質が QR 分解にはある。ある実行列  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  が QR 分解できるとすると、

$$A^T A = (QR)^T QR = R^T Q^T QR = R^T R. \quad (4)$$

これは  $A^T A$  をコレスキー分解することと同値である。通常の UKF ではこの  $A^T$  と  $A$  の計算を行い、コレスキー分解をしているが、[3] の方法は行列の積の計算をせずに分

解をすることができる。これにより、計算量を削減している。ただし、状態推定においては UKF と同じ計算量である。この計算アルゴリズムを適用する。

次に、推定したいパラメータである車体質量  $\alpha$  を新たに状態変数に加える。また、本研究の制御対象である実験機のスโตรークセンサ値に偏差が存在することを確認した。これは実験機上発生する摩擦であるとも考える。これをセンサの初期位置誤差  $d$  として車体質量と同様に推定するとする。よって、新しい状態変数  $\tilde{x}$  は  $\tilde{x} = [x^T \ \alpha \ d]^T$  となる。この変数  $\tilde{x}$  に対する拡大系を構築し、この拡大システムに対して [3] の推定アルゴリズムを適用する。

#### 3.2 ディスクリプタ表現

スケールパラメータを一つの行列に集約するためにディスクリプタ表現を用いた。状態変数  $x(t)$  に新たに入力  $u(t)$  を加え、ディスクリプタ変数  $x_d(t) = [x(t)^T \ u(t)^T]^T$ 、評価関数  $z(t) = [y(t)^T \ u(t)^T]^T$  と定義する。新たな拡大系システムを式 (5) に表す。ただし、 $\alpha = 1/M_b$  である。

$$\begin{cases} E_d \dot{x}_d(t) = A_d(\alpha, K_t)x_d(t) + B_{wd}w(t) + B_{ud}u(t) \\ z(t) = C_d(\alpha)x_d(t) + D_d u(t) \end{cases} \quad (5)$$

$$A_d(\alpha, K_t) = \begin{bmatrix} A(\alpha, K_t) & B_u(\alpha) \\ O & -I \end{bmatrix}, B_{wd} = \begin{bmatrix} B_w \\ O \end{bmatrix},$$

$$C_d(\alpha) = \begin{bmatrix} C(\alpha) & D(\alpha) \\ O & O \end{bmatrix}, D_d = \begin{bmatrix} O \\ 1 \end{bmatrix}$$

このシステムに対してコントローラを設計する。

#### 3.3 ゲインスケジューリング

ここではゲインスケジューリング制御を含むロバストコントローラの設計について述べる。本研究では車体質量  $\alpha (= 1/M_b)$  をスケールパラメータとする。スケールパラメータと変動パラメータの上下界値を式 (??) のようなパラメータボックス  $\Theta = [\theta_1 \ \theta_2]$  で表す。また、 $\theta_1 \in [\alpha_{min} \ \alpha_{max}]$ ,  $\theta_2 \in [K_{t_{min}} \ K_{t_{max}}]$  である。 $\theta_1$  は車体質量の逆数  $\alpha$  であり、 $\theta_2$  はタイヤのばね定数  $K_t$  である。スケールパラメータを考慮した場合の一般制御対象式は式 (6) で表される。

$$\begin{cases} \dot{x}_d(t) = A_d(\Theta)x_d(t) + B_{wd}w(t) + B_{ud}u(t) \\ \bar{z}(t) = C_z(\Theta)x_d(t) + D_z u(t) \end{cases} \quad (6)$$

$$C_z(\Theta) = QC_d(\Theta), D_z = QD_d \quad (7)$$

$$Q = \text{diag}(q_1 \ q_2 \ q_3) \quad (8)$$

$Q$  は評価出力に掛かる重み行列である。 $q_1, q_2, q_3$  はそれぞれスโตรーク、車体の上下加速度、入力に対する重みである。状態フィードバックコントローラ  $u(t) = K_d(\Theta)x_d(t)$  を式 (6) に代入すると式 (9) のように表せる。

$$\begin{cases} E_d \dot{x}_d(t) = A_{2d}(\Theta)x_d(t) + B_{wd}w(t) \\ \bar{z}(t) = C_{2d}(\Theta)x_d(t) \end{cases} \quad (9)$$

$$A_{2d}(\Theta) := A_d(\Theta) + B_{ud}K_d(\Theta),$$

$$C_{2d}(\Theta) := (C_z(\Theta) + D_zK_d(\Theta))$$

これらをもとに線形行列不等式に基づいた  $H_2$  コントローラを設計する。

$H_2$  の LMI 条件は次のようになる。また,  $He\{M\} = M + M^T$  である。

$$\begin{aligned} & \text{minimize} : \gamma^2 \\ & \text{subject to} : E_d X_d = (E_d X_d)^T \geq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} He\{A_d(\Theta)X_d + B_{ud}Y_d(\Theta)\} & (C_z(\Theta)X_d + D_zY_d(\Theta))^T \\ C_z(\Theta)X_d + D_zY_d(\Theta) & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} W & B_{wd}^T \\ B_{wd} & X_d \end{bmatrix} > 0, \text{Trace}(W) < \gamma^2$$

$$X_d = \begin{bmatrix} X_{11} & O \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}, Y_d(\Theta) = \begin{bmatrix} Y_{11}(\Theta) & O \end{bmatrix} \quad (12)$$

式 (11) は式 (10) を満足する必要がある。行列  $E_d$  の構造を考慮したりアプノフ行列  $X_d$  と変換行列  $Y_d(\Theta)$  を式 (12) で表される。行列  $A_d(\Theta)$  はスケジューリングパラメータに対して、アフィンであり,  $A_d(\Theta)$  から求められる変数行列  $Y_d(\Theta)$  もアフィンであることから式 (13) のように表すことができる。

$$Y_{11}(\Theta) = Y_{11_0} + \theta_1 Y_{11_1} \quad (13)$$

コントローラゲイン  $K_d(\Theta)$  は式 (14) で表される。

$$K_d(\Theta) = Y_d(\Theta)X_d^{-1} = \begin{bmatrix} Y_{11}(\Theta)X_{11}^{-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

## 4 シミュレーション

この章では提案法の有用性を示すためのシミュレーションについて述べる。表 2 に制御器設計で用いた不確定性パラメータの上下界値である。また, 評価出力に掛かる重

表 2 The upper bound and lower bound of variation parameters

Symbol	Value	Symbol	Value
$M_{bmin}$	1.45	$M_{bmax}$	2.45
$\alpha_{max} (\theta_{1max})$	0.689	$\alpha_{min} (\theta_{1min})$	0.408
$K_{tmin} (\theta_{2min})$	1500	$K_{tmax} (\theta_{2max})$	2100

み行列  $Q$  の値はそれぞれ, サスペンションストロークに掛かる重み  $q_1 = 70$ , 車体の上下加速度にかかる重み  $q_2 = 9.0 \times 10^{-2}$ , 制御入力に掛かる重み  $q_3 = 1.0 \times 10^{-2}$  である。0.01[m] の段差を何度か乗り越えたことを想定し, 図 2 に示されたような矩形波を路面からの入力とした。ここで, 二パターンのシミュレーションを行った。一つ目は, 車体質量  $M_b = 1.45[\text{kg}]$  で, 二つ目は, 車体質量  $M_b = 2.45[\text{kg}]$  である。タイヤのばね定数  $K_t = 1982[\text{N/m}]$  とした。

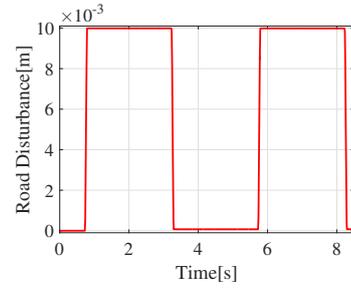


図 2 Road Position  $x_g$

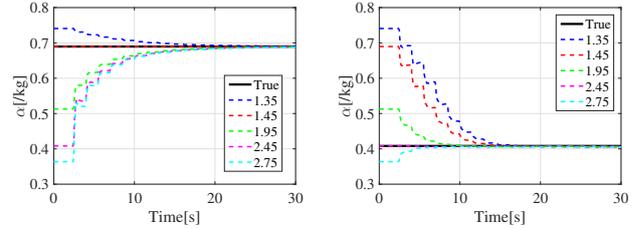


図 3 Estimated value  $\alpha$  (  $M_b = 1.45[\text{kg}]$  ) 図 4 Estimated value  $\alpha$  (  $M_b = 2.45[\text{kg}]$  )

### 4.1 無香料カルマンフィルタの推定性能

UKF で車体質量  $\alpha(=1/M_b)$  がどの初期値からでも推定できるか検証を行った。その結果を図 3, 4 に示す。実線がプラントの車体質量  $M_b$  を, 破線がそれぞれ初期値としたときの推定値の挙動を示している。図 3, 4 より, どちらの場合においてもどの初期値からでも推定値が収束していることから SRUKF はどの初期値からでも車体質量  $\alpha$  を推定できることが示された。ここで, UKF の車体質量  $\alpha$  の初期値は  $M_b = 1.75$  即ち  $\alpha = 0.571$  とし, これは運転手と少量の荷物が乗っている状況を仮定した。また, 推定時のシステム共分散行列の値は車体質量  $M_b = 1.45[\text{kg}]$ ,  $2.45[\text{kg}]$  どちらの場合も同じ値である。このシステムノイズの共分散行列と観測ノイズ行列はチューニングして値を決定した。

### 4.2 $M_b = 1.45[\text{kg}]$ の場合

ここでは, 車体質量  $M_b = 1.45[\text{kg}]$  の時, 即ち, 自動車に誰も乗車していない状態のシミュレーション結果を示す。図 5 と図 6 はそれぞれ車体の上下加速度の時間応答と車体質量  $\alpha(=1/M_b)$  の推定値である。点線は制御していない状態, 破線は  $M_b = 1.45$  で設計した  $H_2$  で制御

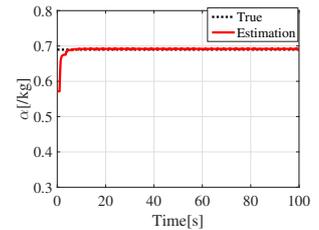
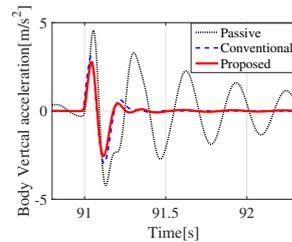


図 5 Vertical Acceleration 図 6 Estimated parameter  $\alpha$  (  $M_b = 1.45[\text{kg}]$  )

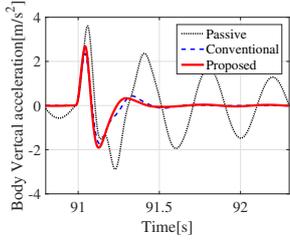


図 7 Vertical Acceleration ( $M_b = 2.45[\text{kg}]$ )

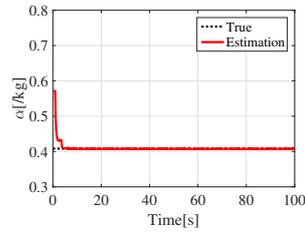


図 8 Estimated parameter  $\alpha$  ( $M_b = 2.45[\text{kg}]$ )

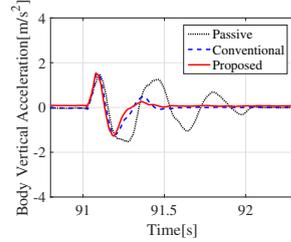


図 11 Vertical Acceleration ( $M_b = 2.45[\text{kg}]$ )

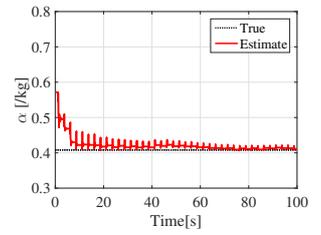


図 12 Estimation parameter  $\alpha$  ( $M_b = 2.45[\text{kg}]$ )

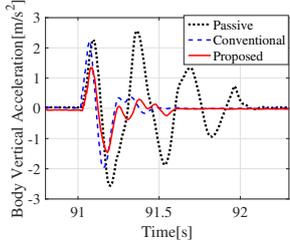


図 9 Vertical Acceleration ( $M_b = 1.45[\text{kg}]$ )

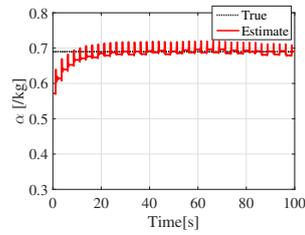


図 10 Estimation parameter  $\alpha$  ( $M_b = 1.45[\text{kg}]$ )

した従来法、実線が提案法を表している。図 5 より、提案法が一番振幅を抑えていることがわかる。点線が車体質量  $\alpha(=1/M_b)$  の真値を、実線が SRUKF の推定値を表している。図 6 より、推定が正確にできていることが確認できる。

#### 4.3 $M_b = 2.45[\text{kg}]$ の場合

次に車体質量  $M_b = 2.45[\text{kg}]$  の時、即ち、自動車の乗車定員いっぱい乗車している状態のシミュレーション結果を示す。図 7 と図 8 はそれぞれ車体の上下加速度の時間応答と車体質量  $\alpha(=1/M_b)$  の推定値である。図 7 より、提案法が一番早く収束していることがわかる。図 8 より、精度の良い推定ができていることがわかる。

以上の結果から、どちらにおいても提案法の有用であることを示せた。

### 5 実験

この章では実験によって提案法の有効性を検証する。実験でもシミュレーションと同様に車体質量  $M_b$  が  $1.45[\text{kg}]$ ,  $2.45[\text{kg}]$  の 2 パターン行った。SRUKF の初期値は  $\alpha = 0.571$  である。

#### 5.1 $M_b = 1.45[\text{kg}]$ の場合

車体質量  $M_b$  が  $1.45[\text{kg}]$  のとき、即ち、自動車に誰も乗車していない状態の実験結果を示す。車体上下加速度を図 9 に、車体質量  $\alpha(=1/M_b)$  の推定値を図 10 に示す。点線は制御していない状態、破線は  $M_b = 1.45$  で設計した  $H_2$  で制御した従来法、実線が提案法を表している。図 9 より、提案法が一番振幅を抑えている。図 10 点線が車体質量  $\alpha(=1/M_b)$  の真値を、実線が UKF の推定値を表している。グラフを見ればわかるように実験でも車体質量  $\alpha$  を正確に推定できている。

#### 5.2 $M_b = 2.45[\text{kg}]$ の場合

車体質量  $M_b$  が  $2.45[\text{kg}]$  のとき、即ち、自動車の乗車定員いっぱい乗車している状態の実験結果を示す。車体上下加速度を図 11 に、車体質量  $\alpha(=1/M_b)$  の推定値を図 12 に示す。図 11 より、提案法が一番早く収束している。また、図 12 より、推定精度は高いといえる。

以上の結果から、提案法が有用であることを示した。

### 6 まとめ

本研究ではアクティブサスペンションを持つ不確定パラメータである車体質量とタイヤのばね定数の変動を考慮したコントローラを提案した。車体質量に関してはゲインスケジューリング制御を適用し、SRUKF で推定した車体質量の値をスケールパラメータとして用いた。一方、タイヤのばね定数に関しては決められた変動範囲内でロバスト性を保証する制御を適用した。コントローラの保守性を下げるためにディスクリプタ表現を用いて不確定パラメータを一つの行列に集め、この問題を線形行列不等式 (LMI) で定式化した。その LMI を解くことでコントローラを導出し、最後にその有用性をシミュレーションと実験で検証した。

### 参考文献

- [1] T. Umeno, "Observer Based Estimation of Parameter Variations and Its Application to Tire Pressure Diagnosis," IFAC Proceedings Volumes, Volume 31, Issue 1, pp.23-28, 1998
- [2] S. Julier, J. Uhlmann, H. F. Durrant-Whyter, "A new method for nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimates," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 45, No. 3, pp.477-482, 2000
- [3] Rudolph van der Merwe, Eric A. Wan, "The Square-Root Unscented Kalman Filter for state and parameter estimation," IEEE international Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, Vol. 6, pp.3461-3464, May 2001
- [4] H. Kataoka, T. Mizuno, H. Yamazaki, G. Chen, I. Takami, "Robust Stabilization of Antilock Braking System with LQ Control," The 12th International Conference on Motion and Vibration Control, 2014