

不等式制約を考慮した積分型非線形最適サーボ制御器の設計と検証

M2017SC008 大角隼大

指導教員：中島明

1 はじめに

目標値の任意の変化に追従するサーボ系は、制御理論を実際のシステムに適用する際、特に重要な技術である。線形系に対するサーボ制御器設計は、Francis による研究 [1] などによって完成され、非線形系への拡張は、Isidori と Byrnes, Huang による研究 [2][3] が重要である。さらに、制御器設計における問題の一つとして、制御対象のモデル化誤差や定値外乱が挙げられる。そのため制御器の設計を行う際、制御対象に積分補償を加えた拡大系を考えることでロバスト化を図る。

一方、実際のシステムにおいて、安全性の保護や回路の保護、物理的限界などのため制約が課されることがある。さらに、制約条件を満足する制御器は必然的に非線形系となる。そのため、システムに対する制御器の設計とは別に制約条件を考慮するための補償器等を設計する方法がとられている。しかしこれらの手法は、制御器の性能の劣化やシステムの不安定化に繋がる可能性が考えられ、また最適性も損なわれる。

このような背景から、制約条件を考慮したより高い性能をもつ制御系を設計するには、線形システムであっても非線形最適制御問題として扱う必要がある。近年、状態量に非線形性を有するシステムに対する Hamilton-Jacobi 方程式の近似解を求める手法として安定多様体法 [4] とよばれる手法が提案され、様々な非線形システムへ適用され、その効果や実用性が倒立振子の振り上げ安定化制御の研究などによって報告されている。この手法では入力変換システムの導入、Lagrange の未定乗数法を導入した不等式制約を考慮した最適制御器設計の研究 [5][6] などによって飽和を扱うことが可能になった。また、安定多様体法の拡張である中心安定多様体法 [7] が提案され非線形最適出力レギュレーション問題の近似解を求めることで非線形最適サーボ制御器設計の可能性が示されている。また、本稿では積分補償を加えた非線形最適サーボ制御器設計について示す。

本研究では座標変換によって不等式制約を考慮した非線形システムに対して積分型非線形最適サーボ制御器を設計する手法を提案する。また、提案手法の効果を実証するために数値例題を用いて検証を行う。

本稿の構成は、第 1 章では本研究の背景と目的について示した。第 2 章で不等式制約を考慮した積分型非線形最適サーボ制御器の設計法について示す。第 3 章で数値例題を用いて得られた Hamilton 正準系の解を時間応答で示す。最後に、第 4 章で本稿のまとめについて示す。

2 不等式制約を考慮した積分型非線形最適サーボ制御器の設計

不等式制約を考慮したシステムに対して中心安定多様体理論を適用することで、不等式制約を考慮した積分型非線形最適サーボ制御器を実現する。不等式制約を考慮するために、座標変換を用いることで、不等式制約を含む非線形システムを導出する。そしてそのシステムに対して、評価関数を最小化する最適制御問題を取り扱う。そこで本章では、以下の 3 つの step を踏むことで不等式制約を考慮する制御器の設計を実現する。

- step1: 制約式を有する座標変換によって、システム Σ_x は制約式を含むシステム Σ_ξ へ変換される。
- step2: 不等式制約を表現するために \arctan 関数を導入し、制約式を \arctan 関数で表現する。これらの処理を踏むことで、不等式制約を考慮した非線形システムを導出できる。
- step3: step2 で導出された不等式制約を考慮した非線形システムに対して、評価関数を最小化する最適制御問題を考える。

2.1 問題設定

状態 $x(x_1, \dots, x_n)$ の座標系で表される以下の状態方程式

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, x(0) = x_0 \quad (1)$$

および誤差（出力）方程式

$$e = h(x, w) \quad (2)$$

さらに、誤差方程式の積分を加えた拡大システム

$$\dot{z} = e \quad (3)$$

についてサーボ問題を考える。ここで、目標信号は以下で表される外部システムから生成されるものとする。

$$\dot{w} = Sw, (S = 0), w(0) = w_0 \quad (4)$$

ただし、 $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}, w \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R}, f(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, g(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ である。また、以下 (1) 式から (4) 式をまとめてシステム Σ_x と呼ぶ。定義したシステム Σ_x に対して、以下の評価関数を最小化する制御器の設計を考える。ただし、相対次数が 1 の場合について設計方法を述べる。

$$J_x = \frac{1}{2} \int_0^\infty (e^T Q_1 e + z^T Q_2 z + \dot{e}^T R \dot{e}) dt, \\ Q_1 \geq 0, Q_2 \geq 0, R > 0$$

ここで、システム Σ_x に不等式制約

$$\gamma_1 < C(x) < \gamma_2, \quad \gamma_1, \gamma_2 = \text{const.} \quad (5)$$

を課す。

2.2 step1: 制約式を含む非線形システムの導出

状態 x の座標系で表されるシステム Σ_x に対して座標変換を行い、新たな座標系 $\xi(\xi_1, \dots, \xi_n)$ で表されるシステム Σ_ξ を導出する。ここで、新たに座標系を ξ で表せば

$$\xi = \phi(x), \xi \in \mathbb{R}^n \quad (6)$$

が座標変換を表す。ただし、 ξ の n 番要素は不等式制約 (5) 式の制約式 $C(x)$ を使って

$$\xi_n = C(x)$$

で表される。座標変換 (6) 式の逆変換は

$$x = \phi^{-1}(\xi) \quad (7)$$

で表される。座標変換 (6) 式の両辺を時間微分することで、

$$\dot{\xi} = \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \{f(x) + g(x)u\}$$

が導出される。さらに逆変換 (7) 式を代入することで、新たな座標系 ξ で表される状態方程式、誤差方程式は以下のように導出される。

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \frac{\partial \phi(\phi^{-1}(\xi))}{\partial x} f(\phi^{-1}(\xi)) + \frac{\partial \phi(\phi^{-1}(\xi))}{\partial x} g(\phi^{-1}(\xi))u \\ &= \hat{f}(\xi) + \hat{g}(\xi)u \\ e &= \hat{h}(\xi, w) \end{aligned}$$

したがって、 ξ 座標系で表されるシステム Σ_ξ 、評価関数 J_ξ は以下で表される。

$$\Sigma_\xi : \begin{cases} \dot{\xi} = \hat{f}(\xi) + \hat{g}(\xi)u \\ e = \hat{h}(\xi, w) \\ \dot{z} = e \\ \dot{w} = Sw \end{cases} \quad (8)$$

$$J_\xi = \frac{1}{2} \int_0^\infty (e^T Q_1 e + z^T Q_2 z + \dot{e}^T R \dot{e}) dt, \quad (9)$$

$$Q_1 \geq 0, Q_2 \geq 0, R > 0$$

ただし、 $\partial \phi(x)/\partial x$ は

$$\det \left\{ \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \right\} \neq 0$$

である。

2.3 step2: arctan の導入

step1 では制約式 $C(x)$ を含むシステムになっているが、不等式制約を考慮したシステムになっていない。そこで、システム Σ_ξ 第 1 式の n 番要素である ξ_n をシグモイド関数などに置き換えることで、システム Σ_ξ (8) 式は不等式制

約を考慮したシステムとなる。本稿では、 \arctan の関数を用いるが、他の関数でも適用は可能である。新たに変数 $\nu \in \mathbb{R}$ を導入し、システム Σ_ξ 第 1 式の n 番要素である ξ_n を \arctan の関数 $\eta(\nu)$ を用いて

$$\begin{aligned} \xi_n &= \eta(\nu) = a \cdot \arctan(b \cdot \nu) + c, \\ \nu &\in \mathbb{R}, a, b, c = \text{const.} \end{aligned} \quad (10)$$

と定義する。ここで、パラメータ a, b, c を適切に決めれば、 ν がどのような応答を示しても ξ_n は不等式制約 (5) 式の制約内で応答を示すことになる。初期値を考えるとときなど、常に (10) 式が成り立つことに注意されたい。(10) 式の両辺を時間微分すると、

$$\dot{\xi}_n = \frac{\partial \eta(\nu)}{\partial \nu} \dot{\nu}$$

で表現される。システム Σ_ξ 第 1 式の n 番要素 $\dot{\xi}_n = \hat{f}_n(\xi) + \hat{g}_n(\xi)u$ より、

$$\frac{\partial \eta(\nu)}{\partial \nu} \dot{\nu} = \hat{f}_n(\xi) + \hat{g}_n(\xi)u$$

の関係が成り立つ。ここで、 $\dot{\nu}$ を新たな制御入力 \bar{u} を

$$\bar{u} = \dot{\nu}$$

とする。 ξ 座標系の制御入力 u は新たな制御入力 \bar{u} を使って以下のように表される。

$$u = -\frac{\hat{f}_n(\xi)}{\hat{g}_n(\xi)} + \frac{\partial \eta(\nu)}{\partial \nu} \bar{u} = \psi(\xi, \nu, \bar{u}) \quad (11)$$

ただし、 $u = \psi(\xi, \nu, \bar{u})$ を入力変換と呼ぶ。入力変換 (11) 式をシステム Σ_ξ 第 1 式に代入することで、 ξ, ν で表されるシステム $\Sigma_{\xi, \nu}$ 、評価関数 $J_{\xi, \nu}$ が以下のように導出される。ここで ξ_n との関係を持つ ν を導入したため、 ν を含む拡大システムとなる。

$$\Sigma_{\xi, \nu} : \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\nu} \end{bmatrix} = \bar{f}(\xi, \nu) + \bar{g}(\xi, \nu)\bar{u} \\ e = \hat{h}(\xi, \nu, w) \\ \dot{z} = e \\ \dot{w} = Sw \end{cases} \quad (12)$$

$$J_{\xi, \nu} = \frac{1}{2} \int_0^\infty (e^T Q_1 e + z^T Q_2 z + \dot{e}^T R \dot{e}) dt, \quad (13)$$

$$Q_1 \geq 0, Q_2 \geq 0, R > 0$$

システム $\Sigma_{\xi, \nu}$ (12) 式は不可制御となる。そこで、(10) 式より、 ξ_n を $\eta(\nu)$ に置き換えることで、可制御であるシステム $\Sigma_{\xi, \nu}$ (12) 式、評価関数 $J_{\xi, \nu}$ (13) 式は以下に書き換えら

れる。

$$\Sigma_{\bar{\xi}, \nu} : \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\bar{\xi}} \\ \dot{\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{f}_1, \dots, \bar{f}_{n-1}(\bar{\xi}, \nu) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \quad \quad \quad + \begin{bmatrix} \bar{g}_1, \dots, \bar{g}_{n-1}(\bar{\xi}, \nu) \\ 1 \end{bmatrix} \bar{u} \\ e = \bar{h}(\bar{\xi}, \nu, w) \\ \dot{z} = e \\ \dot{w} = S w \end{cases} \quad (14)$$

$$J_{\bar{\xi}, \nu} = \frac{1}{2} \int_0^\infty (e^T Q_1 e + z^T Q_2 z + \dot{e}^T R \dot{e}) dt, \quad (15)$$

$$Q_1 \geq 0, Q_2 \geq 0, R > 0$$

ただし, $\bar{\xi} = [\xi_1, \dots, \xi_{n-1}]^T$ である。ここで, システム $\Sigma_{\bar{\xi}, \nu}$ (14) 式と評価関数 $J_{\bar{\xi}, \nu}$ (15) 式を以下のように定義する。

$$\Sigma_{\bar{x}} : \begin{cases} \dot{\bar{x}} = \tilde{f}(\bar{x}) + \tilde{g}(\bar{x})\tilde{u} = \begin{bmatrix} \bar{f}_1, \dots, \bar{f}_{n-1}(\bar{\xi}, \nu) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \quad \quad \quad + \begin{bmatrix} \bar{g}_1, \dots, \bar{g}_{n-1}(\bar{\xi}, \nu) \\ 1 \end{bmatrix} \bar{u} \\ e = \tilde{h}(\bar{x}, \tilde{w}) = \bar{h}(\bar{\xi}, \nu, w) \\ \dot{z} = e \\ \dot{w} = S \tilde{w} \end{cases} \quad (16)$$

$$J_{\bar{x}} = \frac{1}{2} \int_0^\infty (e^T Q_1 e + z^T Q_2 z + \dot{e}^T R \dot{e}) dt, \quad (17)$$

$$Q_1 \geq 0, Q_2 \geq 0, R > 0$$

ただし, $\tilde{x} = [\bar{\xi}^T, \nu]^T$, $\tilde{u} = \bar{u}$, $\tilde{w} = w$ である。また, システム $\Sigma_{\tilde{x}}$ は次のように線形化する。

$$A = \left. \frac{\partial \tilde{f}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \right|_{\tilde{x}=0}, B = \tilde{g}(0),$$

$$C = \left. \frac{\partial \tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w})}{\partial \tilde{x}} \right|_{\tilde{x}=0, \tilde{w}=0}, Q = \left. \frac{\partial \tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w})}{\partial \tilde{w}} \right|_{\tilde{x}=0, \tilde{w}=0}$$

2.4 step3: 中心安定多様体法の適用

不等式制約を考慮した非線形システム $\Sigma_{\tilde{x}}$ (16) 式と評価関数 $J_{\tilde{x}}$ (17) 式に対して積分型非線形最適サーボ制御器の設計を行う。動的計画法を用いて Hamilton-Jacobi 方程式の導出を行う。システム $\Sigma_{\tilde{x}}$ (16) 式と評価関数 $J_{\tilde{x}}$ (17) 式の最適制御問題に対する Pre-Hamiltonian: H_D は

$$H_D(\tilde{x}, z, \tilde{w}, p_{\tilde{x}}, p_z, p_{\tilde{w}}, \tilde{u}) =$$

$$p_{\tilde{x}}^T (\tilde{f} + \tilde{g}\tilde{u}) + p_z^T \tilde{h} + p_{\tilde{w}}^T S \tilde{w} + \frac{1}{2} F_{\tilde{x}\tilde{w}}^T Q_1 F_{\tilde{x}\tilde{w}}$$

$$+ \frac{1}{2} z^T Q_2 z + \frac{1}{2} (E_{\tilde{x}\tilde{w}} + D_{\tilde{x}}\tilde{u})^T R (E_{\tilde{x}\tilde{w}} + D_{\tilde{x}}\tilde{u})$$

となる。ただし,

$$F_{\tilde{x}\tilde{w}} = F_{0\tilde{x}}\tilde{x} + F_{0\tilde{w}}\tilde{w} + O(|\tilde{x}|^2, |\tilde{w}|^2)$$

$$E_{\tilde{x}\tilde{w}} = E_{0\tilde{x}}\tilde{x} + E_{0\tilde{w}}\tilde{w} + O(|\tilde{x}|^2, |\tilde{w}|^2)$$

$$= L_{\tilde{f}}\tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w}) + L_s\tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w})$$

$$D_{\tilde{x}} = D_0 + O(|\tilde{x}|) = L_{\tilde{g}}\tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w})$$

である。 $O(|\tilde{x}|^2, |\tilde{w}|^2)$, $O(|\tilde{x}|)$ は非線形部分を表し, $F_{\tilde{x}\tilde{w}}, E_{\tilde{x}\tilde{w}}, D_{\tilde{x}}$ の線形部分 $F_{0\tilde{x}}, F_{0\tilde{w}}, E_{0\tilde{x}}, E_{0\tilde{w}}, D_0$ と Lie 微分 $L_{\tilde{f}}\tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w}), L_{\tilde{g}}\tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w}), L_s\tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w})$ は以下のように定義する。

$$F_{0\tilde{x}} = C, F_{0\tilde{w}} = Q, E_{0\tilde{x}} = CA, E_{0\tilde{w}} = QS, D_0 = CA,$$

$$L_{\tilde{f}}\tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w}) = \frac{\partial \tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w})}{\partial \tilde{x}} f(\tilde{x}), L_{\tilde{g}}\tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w}) = \frac{\partial \tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w})}{\partial \tilde{x}} g(\tilde{x}),$$

$$L_s\tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w}) = \frac{\partial \tilde{h}(\tilde{x}, \tilde{w})}{\partial \tilde{w}} S \tilde{w}$$

H_D を最小化する制御ベクトル u^* は

$$\frac{\partial H_D}{\partial \tilde{u}} = \tilde{g}^T p_{\tilde{x}} + D_{\tilde{x}}^T R E_{\tilde{x}\tilde{w}} + (D_{\tilde{x}}^T R D_{\tilde{x}}) \tilde{u} = 0$$

を解くことで

$$u^*(\tilde{x}, \tilde{w}, p_{\tilde{x}}) = -(D_{\tilde{x}}^T R D_{\tilde{x}})^{-1} (\tilde{g}^T p_{\tilde{x}} + D_{\tilde{x}}^T R E_{\tilde{x}\tilde{w}})$$

と得られる。Hamilton-Jacobi 方程式は $u^*(\tilde{x}, \tilde{w}, p_{\tilde{x}})$ を H_D に代入することで以下のように得られる。

$$p_{\tilde{x}}^T (\tilde{f} + \tilde{g}u^*(\tilde{x}, \tilde{w}, p_{\tilde{x}})) + p_z^T \tilde{h} + p_{\tilde{w}}^T S \tilde{w} + \frac{1}{2} F_{\tilde{x}\tilde{w}}^T Q_1 F_{\tilde{x}\tilde{w}}$$

$$+ \frac{1}{2} z^T Q_2 z + \frac{1}{2} (E_{\tilde{x}\tilde{w}} + D_{\tilde{x}}u^*(\tilde{x}, \tilde{w}, p_{\tilde{x}}))^T R$$

$$(E_{\tilde{x}\tilde{w}} + D_{\tilde{x}}u^*(\tilde{x}, \tilde{w}, p_{\tilde{x}})) = 0$$

また Hamilton 正準系は, 以下のように求まる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{z} \\ \dot{\tilde{w}} \\ \dot{p}_{\tilde{x}} \\ \dot{p}_z \\ \dot{p}_{\tilde{w}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}\tilde{x} + \bar{P}\tilde{w} + \bar{R}p_{\tilde{x}} \\ C\tilde{x} + Q\tilde{w} \\ S\tilde{w} \\ \bar{Q}_1\tilde{x} + \bar{Q}_2\tilde{w} - \bar{A}^T p_{\tilde{x}} - C^T p_z \\ -Q_2 z \\ \bar{Q}_2^T \tilde{x} + \bar{Q}_3 \tilde{w} - \bar{P}^T p_{\tilde{x}} - Q^T p_z - S^T p_{\tilde{w}} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} N_{\tilde{x}0}(\tilde{x}, \tilde{w}, p_{\tilde{x}}) \\ N_{z0}(\tilde{x}, \tilde{w}) \\ N_{\tilde{w}0}(\tilde{w}) \\ N_{p_{\tilde{x}}0}(\tilde{x}, \tilde{w}, p_{\tilde{x}}, p_z) \\ N_{p_z0}(z) \\ N_{p_{\tilde{w}}0}(\tilde{x}, \tilde{w}, p_{\tilde{x}}, p_z, p_{\tilde{w}}) \end{bmatrix}$$

ただし,

$$\bar{A} = A - BD_0^{-1}E_{0\tilde{x}}, \bar{P} = -BD_0^{-1}E_{0\tilde{w}},$$

$$\bar{R}_B = -(BD_0^{-1})R^{-1}(BD_0^{-1})^T, \bar{Q}_1 = -F_{0\tilde{x}}^T Q_1 F_{0\tilde{x}},$$

$$\bar{Q}_2 = -F_{0\tilde{x}}^T Q_1 F_{0\tilde{w}}, \bar{Q}_3 = -F_{0\tilde{w}}^T Q_1 F_{0\tilde{w}}$$

である。ここで, $N_{\tilde{x}0}, N_{z0}, N_{\tilde{w}0}, N_{p_{\tilde{x}}0}, N_{p_z0}, N_{p_{\tilde{w}}0}$ は Hamilton 正準系の非線形項である。また, $N_{\tilde{x}0}, N_{z0}, N_{\tilde{w}0}, N_{p_{\tilde{x}}0}, N_{p_z0}$ は $\tilde{x}, z, \tilde{w}, p_{\tilde{x}}, p_z$ の関数であり, $p_{\tilde{w}}$ に依存しないことがわかる。Hamilton 正準系を対角化したシステムに対して中心安定多様アルゴリズムを適用することで, Hamilton 正準系の解 $\tilde{x}(t), z(t), \tilde{w}(t), p_{\tilde{x}}(t), p_z(t)$ が得られる。その解に対して多項式近似もしくは線形補間等を用いて媒介変数 t を消去することで $p_{\tilde{x}}(\tilde{x}, z, \tilde{w})$ が導出され

る。したがって不等式制約を考慮したフィードバック形式の積分型非線形最適入力

$$u^*(\tilde{x}, z, \tilde{w}) = -(D_{\tilde{x}}^T R D_{\tilde{x}})^{-1}(\tilde{g}^T p_{\tilde{x}}(\tilde{x}, z, \tilde{w}) + D_{\tilde{x}}^T R E_{\tilde{x}} \tilde{w})$$

が設計できる。

3 数値例題

数値例題に対して第2章で示す提案手法を適用し、Hamilton 正準系の解を時間応答で示し評価を行う。

3.1 問題設定

状態 x_1, x_2 の座標系で表されるシステム Σ_x を以下に示す。

$$\Sigma_x : \begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 10x_1 + 5x_2 \\ 0.001x_1 + x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ e = w - x_1 \\ \dot{z} = e(x, w) \\ \dot{w} = Sw, S = 0 \end{cases}$$

また、以下のような不等式制約を課す。

$$-2.7 < x_2 < 2.7$$

重み行列を $Q_1 = 1e^{-4}$, $Q_2 = 10$, $R = 10$, \arctan の関数で表現される (10) 式の定数を $a = 2.7/(\pi/2)$, $b = 10$, $c = 0$ と定める。Hamilton 正準系を導出し、中心安定多様体アルゴリズムを5回適用する。

3.2 Hamilton 正準系の解を時間応答で評価

提案法の有用性を示すために、Hamilton 正準系を解くことで得られる提案手法の解と、線形最適制御器でのシミュレーション結果を図1から4に示す。このとき、目標値を1とする。また、線形最適制御器では提案手法と同様の評価関数を用いることで設計する。提案手法において、多項式近似もしくは線形補間などによって十分な精度でフィードバック形式の最適入力を導出できると仮定して評価する。

状態 x_2 において、線形最適制御器では $\text{time} = 1[\text{s}]$ あたりで制約を超える応答を示しているが、提案手法では制約を満たす応答が得られた。このことから、不等式制約を満たす制御器が設計可能であると言える。評価関数について、提案手法では $J_{NL} = 3.219$ 、線形最適制御器では $J_L = 3.217$ であった。本例題では線形システムについて取り扱っているため、線形システムに対して設計した線形最適制御による応答が最適な応答であり、提案法より線形最適制御での評価関数が小さくなることは必然的である。

4 おわりに

本研究では、座標変換を用いることで不等式制約を考慮した非線形システムの導出を行った。また、誤差方程式の積分補償を加えた拡大システムを考えた。そして積分補償を加えた非線形システムに対して、中心安定多様体法を適用することで、不等式制約を考慮した積分型非線形最適

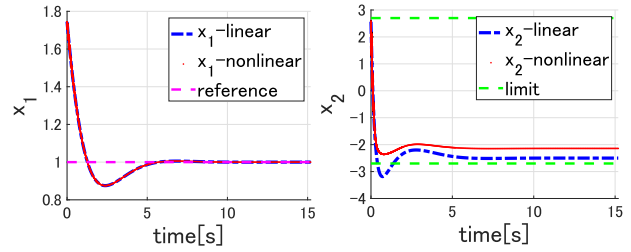


図1 状態 x_1 の時間応答

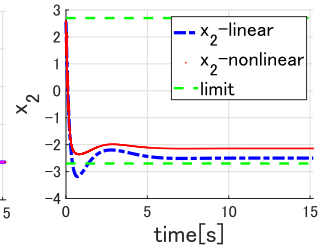


図2 状態 x_2 の時間応答

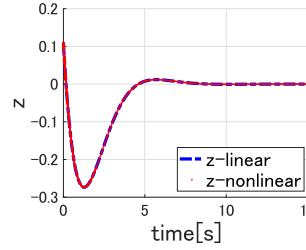


図3 積分値 z の時間応答

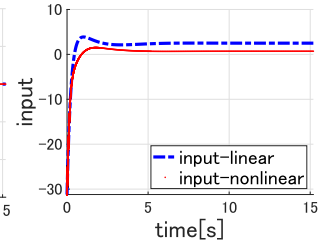


図4 制御入力 u の時間応答

サーボ制御器の設計を実現した。また数値例題によって、不等式制約を満たす制御器設計が可能であることを示した。

参考文献

- [1] B. A. Francis and W. M. Wonham. The internal model principle of control theory, *Automatica*, 12, 457/465 (1976)
- [2] A. Isidori and C. I. Byrnes. Output regulation of nonlinear system, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35, 131/140 (1990)
- [3] J. Huang. *Nonlinear output regulation: theory and applications*, SIAM, (2004)
- [4] N. Sakamoto and A. J. van der Schaft. Analytical approximation methods for the stabilizing solution of the Hamilton-Jacobi equation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53-10, 2335/2350 (2008)
- [5] Y. Abe, G. Nishida, N. Sakamoto and Y. Yamamoto. Symplectic Numerical Approach for Nonlinear Optimal Control of Systems with Inequality Constraints, *International Journal of Modern Nonlinear Theory and Application*, 4-4, 234/248 (2015)
- [6] A. T. Tran and N. Sakamoto. A general framework for constrained optimal control based on stable manifold, *55th IEEE Conference on Decision and Control*(2016)
- [7] N. Sakamoto and B. Rehak. Iterative methods to compute center and center-stable manifolds with application to the optimal output regulation problem, *Proc. of the 50th Conference on Decision and Control*, Orlando, December, 4640/4645 (2011)