

南山大学における定期試験時間割編成モデルの研究

M2016SS002 五上 裕士

指導教員：佐々木 美裕

1 はじめに

授業や試験の時間割編成は学校や大学にとって重要な作業である。大規模な時間割編成を手作業で行うのは困難である。そのため、時間割編成作業の業務改善に関するさまざまな研究がされている [1, 2, 3, 7]。南山大学でも、定期試験時間割を膨大な時間をかけて職員が手作業で作成していたため、過去に定期試験時間割編成システムを開発する研究を小野内 [4] が行った。このシステムにより業務効率は各段に上がった。しかし、瀬戸キャンパスが名古屋キャンパスと統合したことにより、試験数、試験室数が増え、問題の規模が大きくなったため、従来のシステムでは対応できなくなった。キャンパス統合後の名古屋キャンパスの定期試験時間割編成に対応した研究を鈴木・山田 [5] が行った。しかし、一部未完成であり、実用化できていない。

本研究では、過去に定期試験時間割編成を研究した小野内 [4] と鈴木・山田 [5] のモデルを参考に、名古屋キャンパスの定期試験時間割編成に対応したモデルを作成する。また、定期試験時間割編成を自動で作成するシステムを作成し、教務課で実際に利用できるユーザインタフェースを開発する。

2 言葉の定義

2.1 2時限連続試験

南山大学では、定期試験時の1時限の時間は50分に設定されており、理工学部の試験を除き、原則として各試験は50分で実施している。変則的に90分、120分、150分、180分で実施する試験については、連続する2時限を使用して実施している。このように、試験の時間が50分を超え、1時限では実施できない試験を、2時限連続試験と呼ぶことにする。2時限連続試験はあらかじめ決められた時限でのみ実施される。また、理工学部の試験は原則80分で実施し、2時限連続試験として実施する場合と、新たに設けられた80分試験枠で実施する場合がある。表1に時間割表を示す。

表1 各試験の時間割表

	50分試験	80分試験	2時限連続試験
1限	9:20~10:10		9:20~
2限	10:35~11:25		
3限	11:50~12:40	11:50~13:10	
4限	13:40~14:30		13:40~
5限	14:55~15:45	14:55~16:15	
6限	16:40~17:30	16:40~18:00	
7限	18:40~19:30	18:40~20:00	

2.2 試験室グループ

受験者数の多い試験は、複数の試験室を使って試験を実施することがある。複数の試験室で試験を実施する場合、試験監督が試験室を巡回することを考慮して試験室間の距離が近い試験室に割り当てることが望ましい。よって、隣接する試験室をあらかじめグループ化し、各試験にグループ化した試験室を割り当てる。このグループを試験室グループと呼ぶ。鈴木・山田 [5] も試験室グループを導入して試験室割り当てを行っている。

2.3 試験監督

試験監督には、主監督と応援監督の2種類がある。講義担当教員が試験監督を行う場合、主監督と呼び、講義担当教員ではない教員が試験監督を行う場合、応援監督と呼ぶ。各試験には必ず主監督が割り当てられ、試験を複数の教室で実施する場合には主監督と応援監督が割り当てられる。

3 本研究のモデル

本研究では、過去の研究のモデルをベースにキャンパス統合後の定期試験に対応した定期試験時間割編成モデルを提案する。問題を3つに分けて定式化する。はじめに、試験時間割を作成する。次に、作成した試験時間割を用いて、試験室割り当てを行う。最後に、試験時間割と試験室割り当ての結果をもとに、試験監督割り当てを行う。

試験時間割作成では、鈴木・山田 [5] のモデルに加え、夜遅くに試験をなるべく実施しないなど柔軟な割り当てを行う定式化をする。また、試験室割り当て問題、試験監督割り当て問題の実行可能性を保証するために、試験時間割作成の段階で試験室割り当てと試験監督割り当ての制約の一部を考慮して定式化をする。例えば、試験室割り当て問題を解くために、各曜日時限に実施する試験数を制限する制約を追加する。試験監督割り当て問題を解くために、教員の都合を考慮した制約や、同じ曜日時限に各教員の講義担当の試験を複数実施しない制約を追加する。

試験室割り当て問題では、できるだけ通常の講義を行っている教室棟の試験室グループに試験を割り当てる問題として定式化する。また、各試験に割り当てた試験室数が必要な試験監督人数になるため、使用する試験室数をできるだけ少なくするという目的を追加する。

試験監督割り当て問題では、小野内 [4] のモデルに加えて、キャンパス統合後の定期試験に対応した制約を加えた定式化をする。例えば、昼休憩を設けるために、3限と4限に連続して試験監督を行わないという制約を追加する。

4 モデルの定式化

4.1 記号の定義

問題を定式化するにあたり、以下の記号を定義する。

T : 試験を実施する曜日時限の添字集合
 E : 試験を実施する科目の添字集合
 U : 教員の添字集合
 L : 2 時限連続試験の集合
 N : 50 分または 80 分試験の集合
 S : 2 時限連続試験を開始することができる時限の集合
 Q : 各曜日の 3 時限の集合
 m_e : 試験 $e \in E$ の受験者数
 c_{te} : 試験 $e \in E$ を曜日時限 $t \in T$ に割り当てたときのペナルティ
 F : 使用できる試験室の収容人数の総和
 α : パラメータ ($0 < \alpha \leq 1$)

$$p_{tu} = \begin{cases} 1: \text{教員 } u \in U \text{ は曜日時限 } t \in T \text{ に試験監督を} \\ \text{行うことができる} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

$$r_{eu} = \begin{cases} 1: \text{教員 } u \in U \text{ は試験 } e \in E \text{ の講義担当教員である} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

$$b_{ij} = \begin{cases} 1: \text{試験 } i \in E \text{ と試験 } j \in E \text{ は同時に試験を} \\ \text{実施することができる} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

$$g_e = \begin{cases} 1: \text{試験 } e \in E \text{ は 80 分試験である} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

$$o_t = \begin{cases} 1: \text{曜日時限 } t \in T \text{ は 80 分試験を実施することができる} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

c_{te} は、定期試験時間割を通常の講義時間割に近い時間割にするために設定するペナルティパラメータである。試験 $e \in E$ が通常の講義を行っている曜日時限 $t \in T$ に割り当てられたときは $c_{te} = 0$ とし、通常の講義を行っている曜日時限以外に割り当てたときは正の値とする。また、夜遅くの時限になるべく試験を実施しないように 5 時限, 6 時限, 7 時限に試験が割り当てられたときは 1 時限, 2 時限, 3 時限, 4 時限に割り当てられたときよりも大きい値をとる。 c_{te} の総和を最小化することによって定期試験時間割を通常の講義時間割に近い時間割にすることを実現する。

b_{ij} は、学生が同じ曜日時限に複数の試験を受験しない、教員が同じ曜日時限に複数の試験監督を行わないために設定する。任意の 2 つの試験 $i \in E$ と $j \in E$ について、両方受験する学生がいる場合は、この 2 つの試験を同じ曜日時限に実施することはできないので、この場合、 $b_{ij} = 0$ と設定する。同様に、任意の 2 つの試験 $i \in E$ と $j \in E$ の講義担当教員が同じならばこの 2 つの試験を同じ曜日時限に実施することはできないので、 $b_{ij} = 0$ と設定する。上記以外は、試験を同時に実施することが可能であるため、 $b_{ij} = 1$ と設定する。田原 [3] も同様の記号を用いてモデル化している。

次に、以下の決定変数を定義する。

$$x_{te} = \begin{cases} 1: \text{試験 } e \in E \text{ を曜日時限 } t \in T \text{ に実施する} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

$$y_{te} = \begin{cases} 1: \text{2 時限連続試験 } e \in L \text{ を曜日時限 } t \in S \text{ に} \\ \text{実施する} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

4.2 試験時間割作成

4.1 節で定義した記号と決定変数を用いると、試験時間割を作成する問題は以下のように定式化できる。

$$\text{Minimize} \quad \sum_{t \in T} \sum_{e \in E} c_{te} x_{te} \quad (1)$$

subject to

$$x_{te} + r_{eu} \leq p_{tu} + 1, \quad t \in T, e \in E, u \in U \quad (2)$$

$$x_{ti} + x_{tj} \leq b_{ij} + 1, \quad t \in T, i \in E, j \in E \quad (3)$$

$$x_{ti} + x_{(t+1)j} \leq b_{ij} + 1, \quad t \in Q, i \in E, j \in E \quad (4)$$

$$g_e + x_{te} \leq o_t + 1, \quad t \in T, e \in E \quad (5)$$

$$\sum_{e \in E} m_e x_{te} \leq \alpha F, \quad t \in T \quad (6)$$

$$\sum_{t \in T} x_{te} = 1, \quad e \in N \quad (7)$$

$$\sum_{t \in T} x_{te} = 2, \quad e \in L \quad (8)$$

$$\sum_{t \in S} y_{te} = 1, \quad e \in L \quad (9)$$

$$x_{te} + x_{(t+1)e} \geq 2y_{te}, \quad t \in S, e \in L \quad (10)$$

$$x_{te} \in \{0, 1\}, \quad t \in T, e \in E \quad (11)$$

$$y_{te} \in \{0, 1\}, \quad t \in S, e \in L \quad (12)$$

目的 (1) は、ペナルティの総和を最小化することである。(2) は、各試験は講義担当教員の都合の良い曜日時限に実施することを表す。(3) は、各学生は同時に複数の試験を受験することができないことを表す。(5) は、80 分試験は 80 分試験を実施できる曜日時限に割り当ててことを表す。(6) は、試験室を割り当てる際に試験室が足りなくなことを防ぐために、各曜日時限に受験できる受験者数は試験室の総収容人数 F の α 倍までとすることを表す。(7) は、各試験はいずれかの曜日時限に割り当ててことを表す。(8)(9)(10) は、2 時限連続試験は 2 時限連続試験を開始できる曜日時限から連続する 2 時限で実施することを表す。(11)(12) は、変数は 0-1 変数であることを表す。

4.3 試験室割り当て問題

試験室割り当て問題では、試験時間割作成で得られた最適解を定数として扱う。

はじめに、試験室割り当て問題を定式化するにあたり、以下の新しい記号を定義する。

K : 試験室の集合

H : 試験室グループの集合

A_h : 試験室グループ $h \in H$ の収容人数
 ϕ_h : 試験室グループ $h \in H$ の試験室の数
 δ_{eh} : 試験 $e \in E$ の通常の講義を行っている教室と試験室グループ $h \in H$ の距離

$$v_{hk} = \begin{cases} 1: \text{試験室 } k \in K \text{ は試験室グループ } h \in H \text{ に含まれる} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

$$x_{te}^* = \begin{cases} 1: \text{試験 } e \in E \text{ を曜日時限 } t \in T \text{ に実施する} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

$$y_{te}^* = \begin{cases} 1: 2 \text{ 時限連続試験 } e \in L \text{ を曜日時限 } t \in S \text{ に実施する} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

x_{te}^* と y_{te}^* はともに試験時間割作成で得られた最適解であり、試験室割り当て問題では定数として扱う。

次に、以下の決定変数を定義する。

$$w_{teh} = \begin{cases} 1: \text{試験 } e \in E \text{ を曜日時限 } t \in T \text{ に教室グループ } h \in H \text{ で実施する} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

$$z_{teh} = \begin{cases} 1: 2 \text{ 時限連続試験 } e \in L \text{ を曜日時限 } t \in S \text{ に教室グループ } h \in H \text{ で実施する} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

以上の記号と決定変数を用いて試験室割り当て問題を定式化する。

Minimize

$$\sum_{t \in T} \sum_{e \in E} \sum_{h \in H} (\delta_{eh} + \psi_h) w_{teh} \quad (13)$$

subject to

$$m_e w_{teh} \leq A_h, \quad t \in T, e \in E, h \in H \quad (14)$$

$$\sum_{h \in H} w_{teh} = x_{te}^*, \quad t \in T, e \in E \quad (15)$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{e \in E} v_{kh} w_{teh} \leq 1, \quad t \in T, k \in K \quad (16)$$

$$\sum_{h \in H} z_{teh} = y_{te}^*, \quad t \in S, e \in L \quad (17)$$

$$w_{teh} + w_{(t+1)eh} \geq 2z_{teh}, \quad t \in S, e \in L, h \in H \quad (18)$$

$$w_{teh} \in \{0, 1\}, \quad t \in T, e \in E, h \in H \quad (19)$$

$$z_{teh} \in \{0, 1\}, \quad t \in S, e \in L, h \in H \quad (20)$$

目的 (13) は、試験 $e \in E$ が割り当てられた試験室グループと通常の講義を行っている教室棟の距離の総和と使用する試験室数の総和の最小化することである。(14) は、試験室グループの収容人数以下の受験者数の試験を割り当てることを表す。(15) は、各試験はいずれかの試験室グループで実施することを表す。(16) は、1室で同時に2つ以上の試験を実施できないことを表す。(17) は、各2時限連続試験はいずれかの試験室グループで実施することを表す。(18) は、2時限連続試験は2時限同じ試験室で試験を実施することを表す。(19)(20) は、変数は0-1変数であることを表す。

4.4 試験監督割り当て問題

試験監督割り当て問題では、試験室割り当て問題と同様に試験時間割作成で得られた最適解を用いて定式化する。はじめに、試験監督割り当てをするにあたり、以下の新しい記号を定義する。

D : 試験日の添字集合

Q : 各曜日の3時限の集合 ($Q \subset T$)

T_d : 試験日 $d \in D$ に試験を実施する曜日時限の集合 ($T_d \subset T$)

σ_e : 試験 $e \in E$ に必要な試験監督数

ρ_u : 教員 $u \in U$ が試験監督を行う回数の下限

η_u : 教員 $u \in U$ が試験監督を行う回数の上限

$$\gamma_{eu} = \begin{cases} 1: \text{教員 } u \in U \text{ は試験 } e \in E \text{ の試験監督を行うことができる} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

次に、以下の決定変数を定義する。

$$\nu_{du} = \begin{cases} 1: \text{教員 } u \in U \text{ は試験日 } d \in D \text{ に試験監督を行う} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

$$\omega_{tu} = \begin{cases} 1: \text{教員 } u \in U \text{ は曜日時限 } t \in T \text{ に試験監督を行う} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

$$\psi_{eu} = \begin{cases} 1: \text{教員 } u \in U \text{ は試験 } e \in E \text{ の試験監督を行う} \\ 0: \text{上記以外} \end{cases}$$

以上の記号と決定変数を用いて試験監督割り当て問題を定式化する。

Minimize

$$\sum_{d \in D} \sum_{u \in U} \nu_{du} \quad (21)$$

subject to

$$\omega_{tu} \leq \nu_{du}, \quad d \in D, t \in T_d, u \in U \quad (22)$$

$$\sum_{t \in T_d} \omega_{tu} \geq \nu_{du}, \quad d \in D, u \in U \quad (23)$$

$$\omega_{tu} \leq \psi_{eu}, \quad t \in T, d \in D, u \in U \quad (24)$$

$$\psi_{eu} \geq r_{eu}, \quad e \in E, u \in U \quad (25)$$

$$\rho_u \leq \sum_{e \in E} \psi_{eu} \leq \eta_u, \quad u \in U \quad (26)$$

$$\sum_{u \in U} \psi_{eu} = \sigma_e, \quad e \in E \quad (27)$$

$$\sum_{e \in E} x_{te}^* \psi_{eu} = \omega_{tu}, \quad t \in T, u \in U \quad (28)$$

$$\omega_{tu} + \omega_{(t+1)u} \leq 1, \quad t \in Q, u \in U \quad (29)$$

$$\psi_{eu} \leq \gamma_{eu}, \quad e \in E, u \in U \quad (30)$$

$$\nu_{du} \in \{0, 1\}, \quad d \in D, u \in U \quad (31)$$

$$\omega_{tu} \in \{0, 1\}, \quad t \in T, u \in U \quad (32)$$

$$\psi_{eu} \in \{0, 1\}, \quad e \in E, u \in U \quad (33)$$

目的 (21) は、教員 $u \in U$ が試験監督を行う日数の総和を最小化することである。(22)(23) は、各教員は試験監

督担当日に少なくとも1回は試験監督を行い、試験監督担当日でない日は試験監督を行わないことを表す。(24)は、各教員が試験監督を行うことができる曜日時限でのみ試験監督を行うことを表す。(25)は、講義担当教員は主監督を行うことを表す。(26)は、各教員が試験監督を行う回数の上限と下限を表す。(27)は、各試験に必要な数の試験監督を割り当てることを表す。(28)は、各教員は各曜日時限で割り当てられた試験の試験監督を行う。(29)は、昼休みを設けるために各教員は3限と4限に連続して試験監督を行わないことを表す。(30)は、各教員は試験監督を行える試験の試験監督を行うことを表す。(31)(32)(33)は、変数は0-1変数であることを表す。

5 計算実験

2017年度南山大学名古屋キャンパス第1クォータの定期試験実データを使用して計算実験を行った。曜日時限数28、試験数446、教員数444、試験室数194、試験室グループ数503である。使用した最適化計算ソフトウェアはGurobi 7.5.1、計算環境はプロセッサ: Intel(R) Core(TM) i7-6700K CPU @ 4.00GHz 4.00GHz 実装メモリ: 32GBである。

c_{te} は、次のように設定した。通常講義を行っている曜日時限の場合 $c_{te} = 0$ 、通常講義を行っている曜日時限以外の1時限から4時限までの場合 $c_{te} = 50$ 、5時限の場合 $c_{te} = 200$ 、6時限の場合 $c_{te} = 500$ 、7時限の場合 $c_{te} = 1000$ とした。

δ_{eh} は、次のように設定した。通常講義を行っている教室が試験室グループに含まれている場合 $\delta_{eh} = 0$ 、通常講義を行っている教室棟にある試験室グループの場合 $\delta_{eh} = 10$ 、通常講義を行っている教室棟以外の試験室グループの場合 $\delta_{eh} = 1000$ とした。

表2に計算結果と実際の試験時間割の比較を示し、表3に計算結果と実際の試験時間割の比較を示す。表4に試験監督割り当ての計算結果を示す。

表2 計算結果と実際の時間割の比較

	同じ曜日時限に実施する試験	5時限以降に実施する試験
計算結果	353	5
実際の試験時間割	257	80

表3 計算結果と実際の試験室割り当ての比較

	通常講義と同じ試験室	通常講義と同じ教室棟
計算結果	379	379
実際の試験時間割	87	182

表4 試験監督割り当ての計算結果

	試験監督を行う日数3日	試験監督を行う日数4日
計算結果	14	3

試験時間割作成では、通常講義と同じ曜日時限に実施する試験を実際の試験時間割よりも多くすることができた。また、5時限以降に実施する試験が少ない試験時間割を作成することができた。このことから、学生、教員、職員にとって、負担の少ない試験時間割が作成できた。試験室割り当てでは、ほとんどの試験を通常講義と同じ試験室で実施する割り当てを作成できることがわかった。試験監督割り当てでは、3日以上試験監督を行う教員を減らすことができた。

6 おわりに

本研究では、名古屋キャンパスの定期試験時間割に対応したモデルを作成し、Excel上で作成したシステム(図1)を用いて定期試験時間割編成を行った。その結果、データ処理から計算終了までを約15分で行うことに成功した。また、通常講義に近い定期試験時間割を作成することができた。今後は、作成したシステムを時間割編成担当の方に使用していただき、フィードバックをもとに改良を行う。



図1 定期試験時間割編成システム

参考文献

- [1] B. McCollun, P. McMullan, E.K. Murke, A.J.Parkes, R. Qu:「A New Model for Automated Examination Timetabling」, *Annals of Operations Research*, 194(1), pp. 291-315, 2012.
- [2] 神荻明果:「小学校における時間割作成問題」, 筑波大学大学院 システム情報工学研究科, 2006年度修士論文, 2007.
- [3] 久保田敬:「時間割編成問題に対する近似解法の研究」, 中央大学大学院 理工学研究科, 2003年度修士論文, 2004.
- [4] 小野内雄一:「大学の定期試験時間割編成モデルの研究」, 南山大学大学院 数理情報研究科, 2013年度修士論文, 2014.
- [5] 鈴木麻子, 山田大輝:「大学の定期試験時間割編成問題-南山大学名古屋キャンパスを例として-」, 2016年度卒業論文, 2017.
- [6] 田原久嗣:「大学定期試験タイムテーブルリング」, 成蹊大学大学院 理工学研究科, 2012年度修士論文, 2013.
- [7] 吉川昌澄:「学校時間割り自動編成」, オペレーションズ・リサーチ, 第46巻, 第9号, pp. 461-468, 2001.