

航空機の横系PIO現象に対する非線形最適制御による抑制と自作シミュレータによる検証

M2016SC009 小塚健太

指導教員：坂本登

1 はじめに

PIO(Pilot-Induced Oscillation)は、「パイロットが引き起こす振動現象」と言われており、航空機が単に振動するのではなく、航空機の制御系とパイロットの操作との干渉で起きる、意図しない持続的かつ制御不可能な振動現象である。F-16の飛行テスト時、大きな横揺れを発生するなど、航空機事故原因の要因の一つであることが知られている。この現象は、航空機のシステムに対してフライ・バイ・ワイヤが取り入れられた頃から発生している。本来、フライ・バイ・ワイヤは不安定な飛行機に対し、安定性と操縦性の向上を与えるために設計されたものである。しかし、このシステムが本来の意図とは違う形で航空機に対し、予測不可能な不安定な問題を起こす可能性がある。このような問題を事前に防ぐには、航空機的设计段階で慎重にフライトシミュレータによる検証が必要になる。縦系のPIO現象の抑制については非線形最適制御の一つ、中心安定多様体法を用いた研究報告がある[1]。しかし、横系に対する抑制については線形制御での報告例ですら報告が少ない。本研究では、横系のPIO現象に対して速度飽和をモデルに組み込んで、非線形最適制御問題として中心安定多様体法を適用し制御器設計を行う。また、自作フライトシミュレータを用いて官能評価を行い制御器の性能を確認する。

2 対象のモデル

本報告で考えるパイロットモデルを含んだ航空機の横系の制御系をブロック線図にすると図1のようになる。ただし、図1において ϕ_{dem} がロール角コマンド、 p_{dem} は制御器に与えられるロールレートコマンドである。本節では、図1に示す航空機モデル、アクチュエータモデル、パイロットモデルについて述べる。

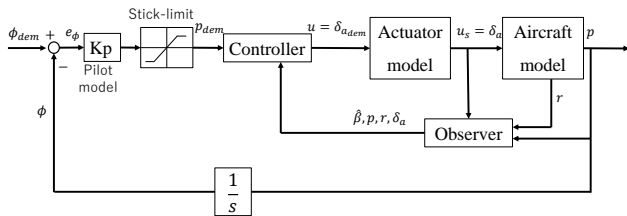


図1 航空機の横系の制御系

2.1 航空機モデル

一般的に航空機モデルは6自由度非線形運動方程式で表されるが、制御対象としては横方向の運動についてのみを考える。本報告では、文献[2]にある戦闘機F-16モデルを数値例として横方向のPIO解析を行う。飛行条件、

表1 ノミナルな飛行条件

変数	記号	値	単位
高度	h	0	[ft]
対気速度	V	153.0	[m/s]
迎角	α	0.03691	[rad]
横滑り角	β	0	[rad]
ピッチ角	θ	0.03691	[rad]
ロール角	ϕ	0	[rad]
ロールレート	p	0	[rad/s]
ヨーレート	r	0	[rad/s]
エレベータ舵角	δ_e	-0.7588	[deg]
エルロン舵角	δ_a	0	[deg]

高度0[ft]、速度153.0[m/s]でトリムを取ったときのノミナルな飛行条件を表1に示す。また、表1の飛行条件下で線形化した横方向の線形化モデルを(1)式に示す。

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = A_s \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \end{bmatrix} + B_s \delta_a \quad (1)$$

$$A_s = \begin{bmatrix} -0.322 & 0.0364 & -0.9917 \\ -30.6427 & -3.6776 & 0.6645 \\ 8.5416 & -0.0254 & -0.4765 \end{bmatrix},$$

$$B_s = \begin{bmatrix} 2.7 \times 10^{-4} \\ -0.7208 \\ -0.0416 \end{bmatrix}.$$

2.2 アクチュエータモデル

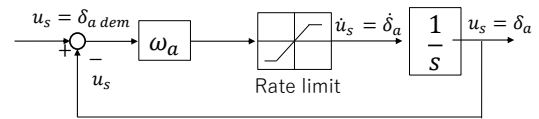


図2 アクチュエータモデルのブロック線図

アクチュエータモデルを図2に示す。パイロットの操作量から制御器によって生成されるアクチュエータへの指令値 δ_{adem} は、アクチュエータモデルによって実際の舵面の動き δ_a として実現される。本報告で扱うF-16モデルのアクチュエータモデルは一次遅れモデルで表せ、(2)式で表せる。

$$T_A(s) = \frac{\omega_a}{\omega_a + s} \quad (2)$$

ただし、折点角周波数 $\omega_a = 20.2$ [rad/s]である。また、アクチュエータの位置飽和と速度飽和はそれぞれ以下のようになる。

- δ_a の上限 $\bar{\delta}_a$: 21.5[deg], 下限 $\underline{\delta}_a$: -21.5[deg]
- $\dot{\delta}_a$ の上限 $\bar{d}\delta_a$: 60[deg/s], 下限 $\underline{d}\delta_a$: -60[deg/s]

図 2 より入力 u の速度飽和をモデルに組み込むため近似して表現すると次式となる。

$$\begin{aligned}\dot{u}_s &= \text{sat}_{\underline{d}\delta_a}^{\bar{d}\delta_a}(\omega_a(u - u_s)) \\ &= -\omega_a u_s + \text{sat}_{\underline{d}\delta_a + \omega_a u_s}^{\bar{d}\delta_a + \omega_a u_s}(\omega_a u)\end{aligned}$$

この式における速度飽和関数の”sat” は次のような意味を持つ。

$$\text{sat}_{\underline{u}}^{\bar{u}}(u) = \begin{cases} \bar{u} & (\bar{u} \leq u) \\ u & (\underline{u} \leq u \leq \bar{u}) \\ \underline{u} & (u \leq \underline{u}) \end{cases} \quad (3)$$

$\bar{u} \leq u$ または $u \leq \underline{u}$ のとき u は定数となる。

2.3 パイロットモデル

パイロットモデルはパイロットの感覚や操作量をモデリングする必要があるため、一般的にモデルにすることは困難である。本報告では、PIO 現象発生の予測する方法の一つである OLOP(Open Loop Onset Point) 基準 [4] を参考にパイロットモデルを定数ゲインとした。ここで、パイロットモデルへの入力は $\phi_{dem} - \phi$ 、出力は p_{dem} である。また、パイロットの操作量のレートリミットである。今回、OLOP 値から PIO 現象を予測する際、取り扱いが容易な PI 制御器を用いた。パイロットモデルは PIO 発生の可能性があるハイゲインと発生の可能性がないロウゲインを決定した。値はそれぞれ $K_{PH} = 13.96$, $K_{PL} = 1.55$ である。また、パイロットの操作量である p_{dem} は以下のように表せる。

$$q_{dem} = K_{pilot}(\phi_{com} - \phi)$$

3 速度飽和を考慮した出力レギュレーション問題

アクチュエータモデルをシステムに組み込むために状態変数 $x = [\beta, p, r, x_u]$ となるよう、式 (1) に拡大系をとると次式となる。

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{x}_u \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_s & B_s \omega_a^{-1} \\ 0_{1 \times 3} & -\omega_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ x_u \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_a \end{bmatrix} \text{sat}_{\underline{u} + x_u}^{\bar{u} + x_u}(u')\end{aligned}$$

ただし、 $x_u = \omega_a \delta_a$, $u' = \omega_a u$ である。本稿では、文献 [4] の記述を基に PIO 抑制問題を定式化する。図 1 中の制御器を設計する際の制御目標を以下に示す。

- 図 1 中のパイロットモデルを除く閉ループ系を内部安定化する。

- ロールレイトコマンド p_{dem} に対して、ロールレイト p を漸近安定させる。
- 速度飽和の制約にかからない領域では十分な飛行性能を確保している。

これより、出力レギュレーション問題として定式化することができる。ただし、目標信号はステップ信号とし、外部システムは $\dot{p}_{dem} = 0, p_{dem}(0) = 0$ とする。以上を踏まえて、制御対象のシステムと外部システムは次のようになる。以下の式において w は制御機に与えられる参照入力 p_{dem} である。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = C_m x \\ \dot{w} = Sw \\ e = Cx + w \end{cases} \quad (4)$$

ただし、

$$\begin{aligned}x &= \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ x_u \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} A_s & B_s \omega_a^{-1} \\ 0_{1 \times 3} & -\omega_a \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_a \end{bmatrix}, \\ C_m &= \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, w \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

とおいた。

4 制御器設計

システム 4 に対して非線形出力レギュレータを適用する。 e に対して相対次数を求めると以下のように二回目の微分で入力 u が陽に現れるの相対次数は 2 である。

$$\begin{aligned}\dot{e} &= CAx + CBu + Sw = CAx + Sw \\ \ddot{e} &= CA^2x + CABu + S^2w\end{aligned} \quad (5)$$

次に次式のような評価関数を考える。

$$J := \frac{1}{2} \int_0^\infty \left(\begin{bmatrix} \tilde{e} \\ e_\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_e & N \\ N^T & R_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ e_\gamma \end{bmatrix} \right) dt \quad (6)$$

ただし、

$$Q_e \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, R_e \in \mathbb{R}, N \in \mathbb{R}^{2 \times 1}, Q_e \succcurlyeq 0, R_e > 0$$

ここで

$$\begin{aligned}\tilde{e} &= \begin{bmatrix} e & \dot{e} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ S \end{bmatrix} w = F(x, w) \\ e_\gamma &= \ddot{e} = (CABu) + (CA^2 + S^2w) \\ &= D(x)u + E(x, w)\end{aligned}$$

とおくと、評価関数式 6 は

$$J := \frac{1}{2} \int_0^\infty (F^T Q_e F + (Du + E)^T R_e (Du + E) + (Du + E)^T N^T F + F^T N (Du + E)) dt \quad (7)$$

と書きなおすことができる。評価関数 (7) 式を最小化するため動的計画法を適用し Hamilton-Jacobi-Bellman 方

程式を導出し、さらに中心安定多様体法 [5] を適用することにより最終的に得られる最適入力は次式となる。

$$u^* = \text{sat}_{\underline{u}}^{\bar{u}} \left(-D_R^{-1} (B^T p_x(x, w) + D^T N^T F + D^T R_e E) \right)$$

ここで、 $D_R = D^{\text{TR}_e D}$ である。また、重み行列は試行錯誤より以下の結果となった。今回、設計した非線形制御器は速度飽和にかかっていない領域では線形レギュレータ問題を解いた制御器と同等の性能を有している。そのため、速度飽和を考慮しない領域内で重み行列 Q_e, R_e を選んだ。選ぶ基準は目標値に対しオーバーシュートなく安定して追従が達成できていれば良しとした。

$$Q_e = \begin{bmatrix} 2750.6 & 1 \\ 1 & 0.1248 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} -30 \\ 0.0171 \end{bmatrix}, \\ R_e = 0.0012$$

5 H_∞ 設計法を用いた Anti-windup 補償器

本報告では、非線形レギュレータとの比較対象を H_∞ Anti-windup 補償器とする。文献 [6] に記述されている設計方法に倣い H_∞ Anti-windup 補償器を設計する。設計方法について簡単に説明する。

補償器を含んだ制御器の構成を図 3 に示す。図 3 において、 ref が参照入力、 y は観測出力、 u が制御入力、 u_m が実際の舵面の動き、 $K(s)$ はノミナル制御器、 $N(\cdot)$ は速度飽和要素、 $A(s)$ は補償器であり、 $u - u_m$ を入力とし v を出力する。公平な比較をするため、ノミナルコントローラ $K(s)$ は速度飽和を考慮しない領域で同じ制御性能になるように線形出力レギュレーション問題を解いた。標準的な H_∞ 問題として考えたいため、ノミナルコントローラと補償器に着目した一般化プラントを図 3 の枠線のようにおく。図 3 において、 z_1 は $u - u_m$ をローパスフィルタ W_1 で、 z_2 は v を定数行列またはハイパスフィルタでそれぞれ重みつけた出力である。一般化プラント図 3 において $A(s)$ は u_m から $\begin{bmatrix} z_1^T & z_2^T \end{bmatrix}^T$ への伝達関数 G_{z-u_m} とし、十分小さな $\gamma > 0$ に対して $\|G_{z-u_m}\| \leq \gamma$ を満たすように H_∞ 準最適問題を反復することで得られる。

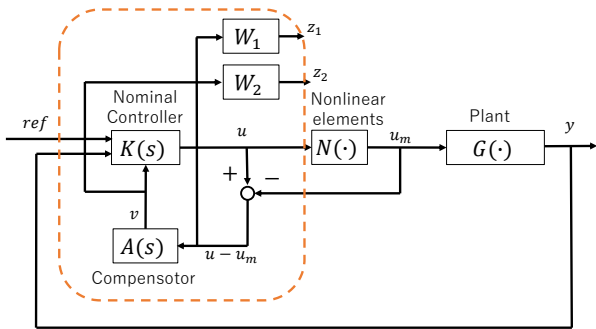


図 3 H_∞ 型 Anti wind Up 補償器のブロック線図

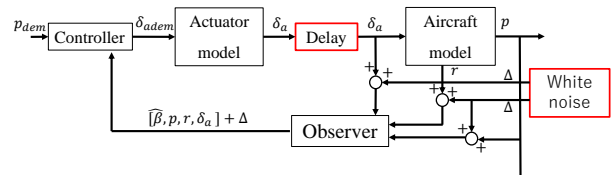


図 4 ノイズと遅れのブロック線図

6 シミュレーション結果

シミュレーションでは、線形出力レギュレーションの制御器、ノミナルが線形出力レギュレーションの制御器で H_∞ 型 Anti windup 補償器をつけた制御器、非線形最適レギュレーション問題に対して中心安定多様体法により設計した非線形制御器の合計 3 つの制御器の応答を比較する。図 3 の重み W_1, W_2 は試行錯誤の結果次のように選んだ。

$$W_1 = \frac{1}{5s + 20} \\ W_2 = \text{diag}(0.3, 0.1)$$

まず、速度飽和にかからない領域で 3 つの制御器の性能がほぼ同じがを確認するためロウパイロットゲイン $K_{PL} = 1.55$ を用いたシミュレーションの結果を図 5 に示す。図 5 より、速度飽和にかからない領域での制御性はほぼ一致していることが確認できる。

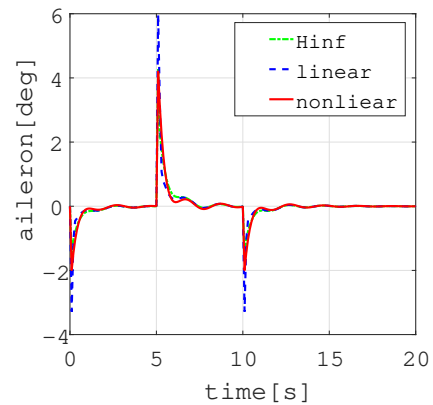
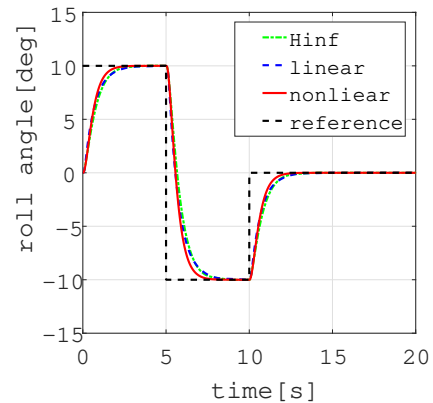


図 5 速度飽和の影響：小

次に、速度飽和にかかった場合を考えるためハイパイ

ロットゲイン $K_{PH} = 13.96$ を用いたシミュレーションの結果を図 6 に示す。図 6 より補償器がある場合と非線形制御器の場合では参照入力に追従しているが、補償器がない場合は、PIO 現象が発生して不安定な振動現象が起きていることが確認できる。この結果より、補償器と非線形制御器は PIO 現象を回避できていることが分かる。

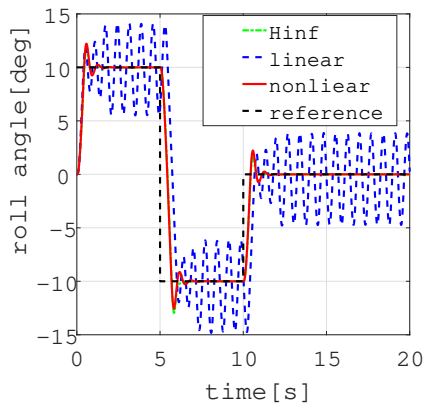


図 6 速度飽和の影響：大

次に Anti-windup 補償器と非線形制御器のロバスト安定性の評価を行う。図 1 に対してノイズと遅れを付け加えたブロック線図を図 4 に示す。実世界を考えたときにセンサ値のノイズとアクチュエータの無駄時間があげられる。現実世界は、この二つの不確かさが組み合わさっているが、補償器と非線形制御器がどちらの不確かさにどれくらい耐えられるかを確認するために、ノイズと遅れをそれぞれ試した。ノイズはパワースペクトルが 0.003 の強さであるときのシミュレーションを図 7 に示す。また、アクチュエータの無駄時間が 0.05[s] であるときのシミュレーションを図 8 に示す。図 7, 8 より、今回、設計した非線形制御器は遅れに強いがノイズに弱い。また、補償器はノイズに強いが遅れに弱いという結果となった。

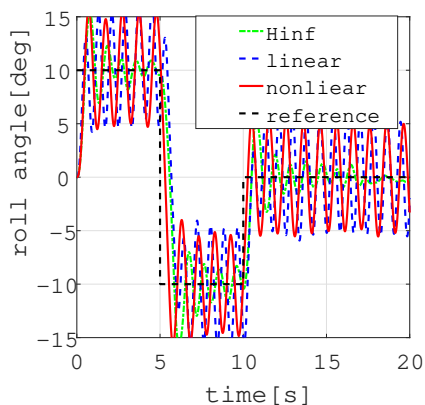


図 7 PSD : 0.003, 遅れなし

7 おわりに

本研究では、速度飽和を考慮に入れた非線形最適制御器を設計し、参照入力に対して速やかに追従していること

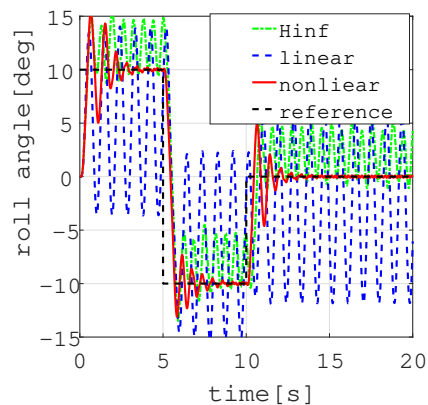


図 8 遅れ : 0.05[s], ノイズなし

を確認できた。線形制御器では PIO が発生したが、Anti-windup 補償器、非線形最適制御器は PIO を抑制できている。ロバスト性においては、ノイズと遅れに対し Anti-windup 補償器と非線形最適制御器の結果が一長一短な結果となった。この原因は軌道が状態空間上にうまく広がっていないためと考えられる。そのため、非線形制御器の重み等を再選定することにより、ノイズに対して Anti-windup 補償器と同等のロバスト性を有した制御器設計が期待できる。また、自作シミュレータを用いて実際に人がジョイスティックにより機体を操作し、線形、非線形制御の簡易的な官能評価を行った。今後はあらゆる人に一定の評価基準を設けた官能評価を行う必要がある。

参考文献

- [1] A.T.Tran, N. Sakamoto, et al., "Pilot induced oscillation suppression controller design via nonlinear optimal output regulation method". Aerospace Science and Technology 68, pp.278-286, 2017.
- [2] B. Stevens, F. Lewis, "Aircraft Control and Simulation". John Wiley and Sons, New York, 1992.
- [3] Gregory P. Gilbreath, "Prediction of Pilot-Induced Oscillations due to Actuator Rate Limiting Using the Open-Loop Onset Point Criterion". AFIT/GAE/ENY/01M-02, Air Force Institute of Technology, 2002.
- [4] H. Duda, "Prediction of Pilot-in-the-Loop Oscillations Due to Rate Saturation". Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 20, No. 3, 1997.
- [5] N. Sakamoto and B. Rehak., "Iterative methods to compute center and center-stable manifolds with application to the optimal output regulation problem". In Proc. of IEEE Conference on Decision and Control, 2011.
- [6] Gatley S., Turner M., "A Comparison of Rate-Limit Compensation Schemes for Pilot-Induced-Oscillation Avoidance", Aerospace Science and Technology, Vol.10, pp.37-47, 2006.