

# 国際会議における部屋割り当て問題のモデル化とその解法

M2013SS003 伊藤喜紀

指導教員：佐々木美裕

## 1 はじめに

世界各地で開催されている国際会議の規模は、大学の部屋を数部屋使って行う小規模なものから、世界中から研究者が集まる大規模なものまでさまざまである。大規模な国際会議では、複数のホテルや国際会議場を発表会場として使用することもある。このような状況の中、各セッションに参加する人の発表会場間や部屋間の移動を考慮すると、関連が高い内容のセッションが近い部屋で開催されることが好ましい。

本研究ではこれらの点に着目し、各セッションが行われる時間は既知とし、関連性の高いセッションが全日程を通してなるべく近い部屋に割り当てられるように、国際会議全日程の最適な部屋割り当てをを求めるモデルを提案する。本研究では、国際会議における部屋割り当て問題に対し2つのモデル化を提案し、それらのモデルの精度の検証を行う。

## 2 国際会議における部屋割り当ての現状

OR の分野でも大規模な国際会議である INFORMS Annual meeting(以下 INFORMS とする) を例に説明する。INFORMS は毎年開催されている国際会議であり、その前身は TIMS/ORSA という国際会議である。TIMS/ORSA の開催期間を含むと、INFORMS は 50 年以上前から開催されている歴史のある国際会議である。その長い歴史の中で、INFORMS の 1 回の開催で行われるセッション数は徐々に増加している。1995 年に開催された会議では 1 時限帯に行うセッション数が 30 にも満たなかったのに対し、2011 年に開催された際には 1 時限帯でセッション数が 69 と 1995 年と比べてセッション数が倍以上となっている。またセッション数の増加に伴い発表も 1 会場ではなく複数の会場を用いて行われている。このセッション数と発表会場の増加の結果、参加者の移動の負担も年々増していくことになる。

次に 2011 年に開催された INFORMS の時間割の一部の図 1 を用いて、国際会議の大まかな流れを説明する。2011 年の INFORMS は日曜日から水曜日の 4 日間で開催され、図 1 の 1 行目の「SA」は日曜日の 1 時限目であることを示している。「SA」の次の時間帯は「SB」であり、アルファベットの 1 文字目が曜日を、2 文字目が時限を表している。また 1 日の時限数は最高で 5 時限となっている。そして各時限帯には各セッションが割り当てられており、セッションごとに割り当てられた部屋が Room に記載されている。図 1 はその一部であるが、本来ならば各時限帯にはそれぞれ 69 のセッションがある。また「SA」、「SB」の時限帯を見ると同じ名前

のセッションが今後同名セッションという名で呼ぶ。

Track	Room	SA	SB
		8:00-9:30	11:00-12:30
1	C - Room 201A	Nicholson Student Paper Prize	Nicholson Student Paper Prize
2	C - Room 201B	Risk Mgt	Risk Mgt
3	C - Room 202A	Computer Science	Opt. - Computational Opt & Software
4	C - Room 202B	Computing	Computing
5	C - Room 203A	Supply Chain	Tutorials
6	C - Room 203B	Quantitative Finance	Quantitative Finance
7	C - Room 204	Applied Probability	Applied Probability

図 1 INFORMS の時間割の一部

## 3 理想的な割り当てのための制約

2 節で説明した国際会議の現状を踏まえたうえで、参加者の利便性を考慮し、全てのセッションを部屋に割り当てるために必要とされる制約を 2 点説明する。その際の前提条件として本研究では各セッションが行われる時間をすでに既知とし、部屋の割り当てのみを考える。

- ① 同時限帯で関連の高いセッション同士は、なるべく近い部屋に割り当てる。
- ② 1 つの部屋に着目した時、異なる時間帯、曜日に存在する同名セッションは同部屋に割り当てる。

①の制約は、同時限帯に存在するセッションの関連性を考慮した制約である。大きな国際会議では多くの参加者が集まる。その参加者らが研究しているテーマは異なっており、参加者それぞれが興味のあるセッションが存在するはずである。セッション同士の関連性を考慮して同時限帯の全セッションを各部屋に割り当てることで、同時限帯の参加者が、自分の興味のある別のセッションへと移動することの負担を減らすことが出来る。

次に②の制約の説明を行う。こちらは異なる時間帯で同名セッションが存在することに配慮した制約である。複数の同名セッションが異なる時間帯に存在している時、それらのセッションを同部屋に割り当てることで参加者の次の時限帯の移動も少なく済み、参加者の混乱を減らすことが出来る。上記した 2 点を考慮して、本研究ではこの国際会議部屋割り当て問題に対し 2 つの定式化を行った。

## 4 1 時限における部屋割り当て問題

3 節で説明した制約を考慮した定式化を行った結果、2 次割り当て問題の手法を用いることで、国際会議における 1 時限の部屋割り当てを行えることが分かったため、以下にその詳細を示す。

#### 4.1 定式化

関連度と部屋間の距離は定数であり、値が小さいほど関連が高く、部屋間の距離が短いものとする。

##### 記号の定義

$S$  : セッションの集合

$R$  : 部屋の集合

$P$  : セッション  $s_1 \in S$  とセッション  $s_2 \in S$  の関連度

$D$  : 部屋  $r_1 \in R$  と部屋  $r_2 \in R$  の距離

##### 変数

$$x_{sr} = \begin{cases} 1 & : \text{セッション } s \in S_{ht} \text{ を部屋 } r \in R \text{ に} \\ & \text{割り当てる} \\ 0 & : \text{上記以外} \end{cases}$$

##### Minimize

$$\sum_{s_1 \in S} \sum_{s_2 \in S} \sum_{r_1 \in R} \sum_{r_2 \in V_i \setminus r_1} D_{s_1 s_2} P_{r_1 r_2} x_{s_1 r_1} x_{s_2 r_2}, \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{s \in S} x_{sr} = 1, \quad r \in R, \quad (2)$$

$$\sum_{r \in R} x_{sr} = 1, \quad s \in S, \quad (3)$$

$$x_{sr} \in \{0, 1\}, \quad s \in S, r \in R \quad (4)$$

目的関数 (1) の意味は、各セッション同士の優先度と部屋間の距離を最小化する、となる。制約条件 (2), (3) は各セッション  $s$  ( $s \in S_{ht}$ ) に各部屋  $r$  ( $r \in R$ ) を必ず 1 つ割り当てる、となり、制約条件 (4) はバイナリ制約である。

## 5 最適化ソフトウェアによる計算実験

4 節で説明した定式化の計算実験を行った。使用した最適化ソフトウェアは IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.5.1.0 であり、計算環境は (プロセッサ : Intel(R)Core(TM)i7 CPU 960 @ 3.20GHz 3.20 GHz 実装メモリ : 24.00 GB) となる。

$n$ =セッション数=部屋数とし、CPLEX で計算実験を行う。定数  $P$ ,  $D$  に関しては今回はランダムデータを使用した。また目的関数 (1) は非線形であるが、参考文献 [1] を参考に線形化を行っている。

表 1 CPLEX による計算実験結果

$n$	5	10	20
計算時間	1 秒以下	1 分 35 秒	不明

$n=5$ ,  $n=10$  の場合には 2 分を超えることなく解が出たのに対し、 $n=20$  の場合には 1 週間程 CPLEX で計算を行っても解を求めることが出来なかった。

2 節にあるように、ある時限帯に 69 のセッションが開催される場合もある。現状 CPLEX で求解するには限界があることが分かった。よって本研究では久保, J.A. ペゾロソ [2] や柳浦, 茨木 [4] による著書や二次割り当て問題のライブラリーとなっている QAPLIB[3]などを参考に 3 つの近似解法 (多出発局所探索法と禁断探索法, GRASP 法) を実装した。詳細に関しては予稿のページの都合上省略する。

## 6 国際会議全体の部屋割り当て問題

二次割り当て問題として 1 時限の割り当てを行った結果を踏まえ、国際会議全日程の割り当て問題のモデル化を行う。問題を小さくするためにセッションと部屋をグループ化してモデル化することで、変数を減らし計算の負担を少なく手法の提案をする。

### 6.1 セッションと部屋のグループ化

ここでこの発見的解法のモデル化に必要なセッションと部屋のグループ化について図 2 を用いて説明する。以下セッションを  $i \in I$  としそれぞれのグループをセッショングループと部屋グループと名づけ、それぞれの記号をセッショングループは  $j \in J$ , 部屋グループを  $k \in K$  と定義する。

#### セッショングループ

あるセッションから見て関連が高いセッションが集まったグループのことをセッショングループとして定義する。図 2 でセッショングループ  $j_1 \in J$  はセッション  $i_1 \in I$  から見て関連が高いセッションが集まったグループになる。

#### 部屋グループ

近い部屋同士が集まった集合を部屋グループとして定義する。何らかの近さの基準を設定し、その近い部屋同士が集まったグループになる。

### 6.2 各セッションを各部屋グループに割り当てる

図 2 を用いて発見的解法の考え方を説明する。使用する記号は 6.1 節と同じ記号を用いる。またセッション  $i_1 \in I$  と  $i_2 \in I$  の関連度を  $P_{i_1 i_2}$  とし、セッションとセッショングループ間の枝の重みを  $G_{ij}$  とする。

下に記された図 2 ではセッション  $i \in I$  が色分けされている。ここではこの色分けされたセッション同士が関連度  $P_{i_1 i_2}$  が高く、同じ部屋グループに割り当てられ方が好ましいことを示す。図 2 ではセッション  $i_1$  とセッション  $i_4$  などのセッション同士が同じ部屋グループに割り当てられることが好ましい。この時、セッションとセッショングループ間の枝の重み  $G_{ij}$  を  $G_{i_1 i_4} = G_{i_4 i_1} = P_{i_1 i_4}$  とすることで各セッションから見てどのセッションの関連性が高いのかどうかの重み付けを行う。同時限に同名セッションが割り当てられている場合や、No Session となっている場合もある為、あるセッション  $i \in I$  から見て同名セッションであるならば重みを重く、No Session であるならば重みを最低の値に設定する。

上記の重みを全ての枝  $G_{ij}$  に設定し、部屋グループの部屋数の容量制約を満たすよう、セッショングループに割り当てられるセッションの重みの最大化を目指すことで各セッションの関連性の最大化を行う手法となる。

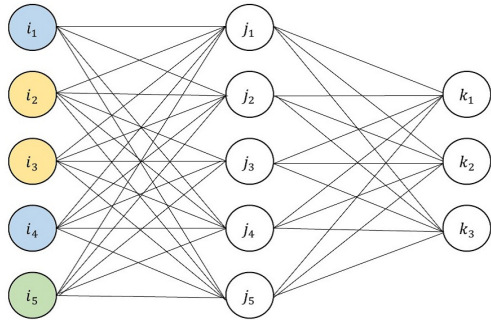


図2 発見的解法の考え方

### 6.3 問題の段階化

6.2 節は1時限の割り当て問題となる。この問題を参考に、国際会議割り当て問題を段階化し、全てのセッションを各部屋グループに割り当てる方法について説明する。各セッションを部屋グループに割り当てる問題を以下グループ割り当て問題と記述する。

記号の定義

$H$  : 開催日の集合

$T$  : 時限の集合

$S_{ht}$  : 第  $h \in H$  日の時限  $t \in T$  に関くセッションの集合

$R$  : 部屋グループの集合

段階の手順

手順1 開催日  $h_1 \in H$  の時限  $t_1 \in T$  を選択し、第  $h_1 \in H$  日の時限  $t_1 \in T$  のセッション  $S_{h_1 t_1}$  を各部屋グループ  $r \in R$  に割り当てるグループ割り当て問題を解く。

手順2 時限  $t \in T$  を更新し、次の時限  $t_2 \in T$  においてグループ割り当て問題を解く。その時、前時限  $t_1 \in T$  に割り当てられたセッションと同名のセッションが存在しているならばそれを考慮したグループ割り当て問題(手順1以降のグループ割り当て問題)を解く。

手順3 手順2を反復し、全ての  $h \in H$  の全ての時限  $t \in T$  で開かれる全セッション  $S_{ht}$  を各部屋グループ  $r \in R$  に割り当てる。

手順4 全ての  $h \in H$  の全ての時限  $t \in T$  で開かれる全セッション  $S_{ht}$  を各部屋に割り当てる部屋割り当て問題を解く。

### 6.4 グループ割り当て問題の定式化

記号の定義

問題を定式化するにあたり、以下の記号を定義する。セッション、セッショングループ、部屋グループ、セッション

とセッショングループ間の枝の記号に関しては6.1節と同じ記号を用いる。今回は予稿のページの都合上、手順1の基本的な定式化のみ示す。

$S_k$  : 各部屋グループの部屋数

以下は決定変数

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & : \text{セッション } i \in I \text{ はセッショングループ} \\ & j \in J \text{ に割り当てられた} \\ 0 & : \text{上記以外} \end{cases}$$

$y_{jk}$  : セッショングループ  $j \in J$  から部屋グループ  $k \in K$  に割り当てられたセッション数

$$z_{jk} = \begin{cases} 1 & : \text{セッショングループ } j \in J \text{ から部屋グループ} \\ & k \in K \text{ にセッションが割り当てられた} \\ 0 & : \text{上記以外} \end{cases}$$

Maximize

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} G_{ij} x_{ij}, \quad (5)$$

s.t.

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1, \quad i \in I, \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = \sum_{k \in K} y_{jk}, \quad j \in J, \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K} z_{jk} \leq 1, \quad j \in J, \quad (8)$$

$$y_{jk} \leq M z_{jk}, \quad j \in J, k \in K, \quad (9)$$

$$y_{jk} \geq z_{jk}, \quad j \in J, k \in K, \quad (10)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj}, \quad i \in I, j \in J, \quad (11)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk} \leq S_k, \quad k \in K, \quad (12)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in I, j \in J, \quad (13)$$

$$z_{jk} \in \{0, 1\}, \quad j \in J, k \in K \quad (14)$$

目的関数(5)の意味は、セッション  $i \in I$  とセッショングループ  $j \in J$  間の枝の重み  $G_{ij}$  を最大化することを意味する。制約条件(6)は、各セッション  $i \in I$  は必ずいずれかのセッショングループ  $j \in J$  に割り当てられることを表わしている。制約条件(7)は、各セッショングループ  $j \in J$  に割り当てられたセッション数と各部屋グループ  $k \in K$  に割り当てられたセッション数が等しいことを表している。制約条件(8)は、各部屋グループ  $k \in K$  には必ず1つのセッショングループ  $j \in J$  からセッション  $i \in I$  が割り当てられることを表している。制約条件(9)(10)は、決定変

数  $z_{jk}$  の為の制約条件である。制約条件 (11) は、セッショングループ  $j_n \in J$  に、いずれかのセッション  $i \in I$  が割り当てられるならば、必ずそのセッショングループ  $j_n \in J$  にはセッション  $j_n \in I$  が割り当てられるようにすることを表している。制約条件 (12) は、各部屋グループ  $k \in K$  に割り当てられるセッション数が、部屋グループ  $k \in K$  の部屋数を超過しないようにすることを表している。制約条件 (13)(14) は、バイナリ制約である。

## 7 実際のデータを用いた計算結果

2011 年度に開催された INFORMS のセッションを用いて計算実験を行った。今回は日曜日のデータを用いて 1 日の割り当てを行った結果を示す。データの詳細は以下の表 2 のようになる。また部屋グループに関してはこちらで近い部屋同士のグループを作成した。関連度に関しては、実際に数値として得ることが難しいため、手作業で作成したデータとなっている。

表 2 日曜日のデータの詳細

時限数	セッション数	部屋数	部屋グループ数
4	69	69	17

日曜日は 4 時限あるため、今回は 1 時限目である「SA」を手順 1 として解き、その解を参考に以降の時限の割り当てを行った。結果を全て掲載するのはページの都合不可能なため、それぞれの計算時間と実際に計算し出力した結果の問題点のみ説明する。

### 7.1 各データの計算時間

計算時間は以下の表 3 のようになった。計算環境に関しては 5 章の環境と同じになる。

表 3 各データの計算時間

データ	計算時間
S A	5 秒 17
S B	48 秒 33
S C	20 秒 50
S D	13 秒 48
部屋割り当て問題	1 秒 47

### 7.2 結果の問題点

本研究のモデルは、実際のセッション間の移動人数や聴講数を詳細に知ることが難しいために、部屋の容量制約を考慮しないモデルとなっている。

また今回は、関連度に関してもあるセッションに対して各セッションがどれだけ関連が高いかを正確に数値として表してはいない。そして部屋の距離といった重みをつける部分に関しても重みの設定が明確ではないため、重みの設定を変更した時、割り当て内容が大きく変わる結果が得ら

れる可能性も十分にある。

上記した中でも 1 番難しい問題が関連度の設定であると本研究では考える。過去の各セッション間の移動人数や、研究論文の参考文献の傾向から関連度を作成する方法があるかもしれないが、いずれも関連度を作成するためのデータとして得ることが非常に困難となる。

## 8 おわりに

国際会議の部屋割り当て問題を、2 つの視点からモデル化をし、最終的には割り当て結果として結果を確認することが出来た。

関連度や実際の参加人数などははっきりと分からないため、実際の時間割と比較するには見比べて判断するしかないが、今回の研究で得た結果は実際の時間割と割り当て傾向が大きく変化しているところは見られなかった。今後の課題としては、7.2 節で上げた問題点に対応していくことが挙げられる。

## 参考文献

- [1] E.M. Loiola, N.M.M. de Abreu, P.O. Boaventura-Netto, P. Hahn, T. Querido (2007): "A survey for the quadratic assignment problem", *European Journal of Operational Research* 176, 657-690.
- [2] 久保幹雄, J.P. ペドロソ (2009): 『メタヒューリスティクスの数理』, 共立出版株式会社.
- [3] QAPLIB - A Quadratic Assignment Problem Library (<http://www.opt.math.tu-graz.ac.at/qaplib/>)
- [4] 柳浦睦憲, 茨木俊秀 (2001): 『組み合わせ最適化—メタ戦略を中心として—』, 朝倉書店.
- [5] Y. Li, P.M. Pardalos, M.G.C. Resende (1994): "A greedy randomized adaptive search procedure for the quadratic assignment problem", In P. Pardalos, H. Wolkowicz (eds.), *Quadratic assignment and related problems*, 237-261.