

クレーンにおけるジブの旋回とトロリーの移動の同時制御

M2013SC009 児島 圭

指導教員：大石 泰章

1 はじめに

クレーンは、建設現場や工場で広く利用されており、吊り荷の運搬を行うための機械である。このクレーンを制御する目的として、正確に吊り荷を運搬すること、運搬の際の吊り荷の振動を抑制することの2点が挙げられる。これまでのクレーンの研究では、クレーンのジブ(荷をつるすために水平に突き出した腕)上を移動するトロリーの位置決めおよびその際の吊り荷の振動抑制のための研究が多くされてきた[1][2][3]。しかし、吊り荷をより効率的に運搬するためには、トロリーの水平移動だけでなく、クレーンの旋回運動に対する研究も重要であると考えられる。旋回運動に対する研究は、ロープ長に関するロバスト性を研究したもの[4][5]、また、ロープ長やトロリー位置といった複数の変動するパラメータに対して、制御系設計を行うもの[6]などがある。旋回運動においては、吊り荷に対して遠心力が働くため、円周方向の振動だけではなく半径方向の振動についても制御することが重要である。既存の研究では、旋回運動とトロリーの位置決めを独立に行う分散制御を用いていた。

そこで今回の研究では、クレーンの旋回運動とトロリーの位置決めを同時に集中制御で行い、吊り荷の円周方向の振動と半径方向の振動を共に抑制することを考える。具体的には、旋回運動とトロリーの位置決めの両方を含む数学モデルを求め、目標とする旋回角度とトロリーの位置を目標値に対して偏差なく収束させるために、拡大偏差系を構成しサーボ系を設計する。この場合、制御対象の状態空間表現は、係数がトロリーの位置に依存するようなものとなる。そこで、トロリーのジブ上の位置を変動するパラメータとみなし、変動範囲内での安定性を保証するフィードバックゲインの導出を行う。

2 制御対象

トロリーの水平移動、吊り荷の巻上げ・巻下げ、ジブの旋回運動の3つの自由度を持つQuanser社の3自由度クレーンを使用する[7]。その外観を図1に示す。また、物理パラメータを表1に示す。



図1 3自由度クレーン

表1 3自由度クレーンの物理パラメータ

項目	表記	値
旋回角度	θ	[rad]
吊り荷の円周方向の振れ角	α	[rad]
吊り荷の半径方向の振れ角	γ	[rad]
トロリーの位置	l	0.1 ~ 0.6 [m]
タワーモータの入力電流	u_t	[A]
トロリーモータの入力電流	u_j	[A]
重力加速度	g	9.81 [m/g ²]
吊り荷の質量	m	0.147 [kg]
トロリーの質量	M	0.6 [kg]
旋回運動の慣性モーメント	J_θ	0.8771 [kgm ²]
ロープの長さ	p	0.7 [m]
タワーモータのトルク	K_t	
トロリーモータのトルク	K_j	

3 モデリング

3自由度クレーンの概略図を図2、横から見た図を図3に示す。この概略図に基づいてジブの旋回運動とトロリーの並進運動の両方を記述する数学モデルを作る。

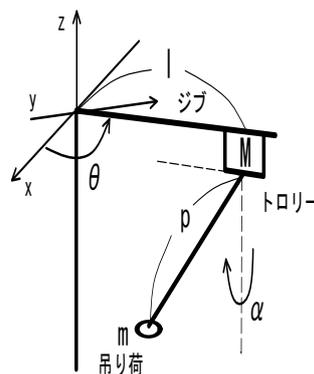


図2 概略図

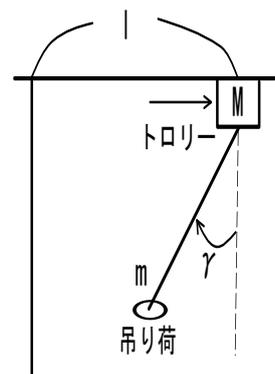


図3 横から見た図

ラグランジュの運動方程式をたて、 $\theta \cong 0$, $\alpha \cong 0$, $\gamma \cong 0$ として線形化を行う。ただし、トロリー位置 l については線形化を行わない。出力を $y(t) = [\theta(t) \ l(t)]^T$, 入力 $u(t) = [u_t \ u_j]^T$ としモータの関係式をまとめた。状態変数と求めた運動方程式は以下である：

$$x(t) = [\theta \quad \alpha \quad l \quad \gamma \quad \dot{\theta} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{l} \quad \dot{\gamma}]^T, \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (2)$$

ただし

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{mlg}{J_\theta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(ml^2 + J_\theta)g}{J_\theta p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mg}{2m+M} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{(m+M)g}{(2m+M)p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_t}{J_\theta} & -\frac{K_t l}{J_\theta p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_j}{2m+M} & -\frac{K_j}{(2m+M)p} \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

行列 A, B の中には状態変数の一部であるトロリーの位置 l が含まれている。次章ではこのトロリー位置 l の変動を考慮した制御系設計を行う。

4 制御系設計

4.1 サーボ系の設計

目標値と制御量の定常偏差が生じないように、サーボ系の設計を行う [2]。状態変数の拡大系を $x_e(t) = [\theta \quad \alpha \quad l \quad \gamma \quad \dot{\theta} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{l} \quad \dot{\gamma} \quad \int \theta_{\text{ref}}(t) - \theta(t) dt \quad \int l_{\text{ref}}(t) - l(t) dt]^T$ とすると拡大系は以下で与えられる：

$$\dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + B_e u(t). \quad (6)$$

ただし

$$A_e = \begin{bmatrix} A & O_{8 \times 2} \\ -C & O_{2 \times 2} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$B_e = \begin{bmatrix} B \\ O_{2 \times 2} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

この拡大系に対して制御系設計を行えばサーボ系が得られる。

4.2 制御方針

行列 A_e, B_e 中に含まれるトロリー位置 l は値が変動するので、不確かなものとして扱う。すなわち $l \in [\underline{l}, \bar{l}]$ ($\underline{l} = 0.1, \bar{l} = 0.6$) なる任意の値をとるものとして状態フィードバックゲインの導出を行う。

式 (6) で求めた状態空間表現において、行列 A_e と B_e を l の関数として考え、最適レギュレータを求めるためのパラメータ依存線形行列不等式を考える。しかし、行列 A には l^2 が存在しており、パラメータに対して非線形に依存する線形行列不等式を解かねばならない。そこで、二乗和多項式を扱う方法を用いる。これにより、保守的でない設計が可能である [9]。

4.3 ロバスト制御器設計

最適レギュレータ理論を用いた状態フィードバックゲイン K の設計を行う。すなわち評価関数

$$J = \int_0^\infty (x_e(t)^T Q x_e(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (9)$$

を最小化する状態フィードバック形式のコントローラを求める [8]。

ここでは、パラメータ l が不確かであることを考慮して最適レギュレータ問題を解く必要がある。そのためには次の最適化問題を解き、 $K := HX^{-1}$ に対して $u(t) = Kx_e(t)$ を制御入力とすればよい [10]：

$$\text{最小化 } \text{trace}(W) \quad (10)$$

$$\text{条件 } \left(\begin{array}{c|c} W & Q^{\frac{1}{2}} X \\ \hline X Q^{\frac{1}{2}} & H^T R^{\frac{1}{2}} \\ \hline & X \end{array} \right) \succeq 0, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} -A_e(l)X - B_e(l)H - X A_e^T(l) - H^T B_e^T(l) \\ - I \succeq 0 \quad (l \leq l \leq \bar{l}). \end{aligned} \quad (12)$$

$\text{trace}(W)$ の最小値が達成される評価関数 J の値に等しい。

4.4 フィードバックゲインの導出

式 (12) のようなパラメータに依存する線形行列不等式を制約にもつ最適化問題を二乗和多項式を使って解くことができる [9]。式 (10)~(12) の問題を SDPT3 を用いて解き、得られた X, H に対して $K := HX^{-1}$ と定める。SDPT3 での計算時間は 108.2[s] であった。決定した重み行列 Q, R を以下に与える。

$$Q = \text{diag}[100 \ 2000 \ 50 \ 4500 \ 0.025 \ 0.25 \ 0.1 \ 2.5 \ 5000 \ 6000], \quad (13)$$

$$R = \text{diag}[0.1 \ 0.001]. \quad (14)$$

5 振動抑制の効果

5.1 旋回運動の影響

旋回運動における吊り荷への影響を確認する。円周方向および半径方向の振動抑制の制御を行わないように、導出したフィードバックゲイン行列 K の (1,1) 成分と (1,9) 成分以外の値を 0 にして、クレーンを 90[deg] 旋回させる実機実験を行った結果を以下に示す。その際のトロリー位置 l の値は 0.6[m] に固定する。点線が目標軌道である。制御入力が大きくなりすぎないように、ランプ状の目標軌道を生成している。

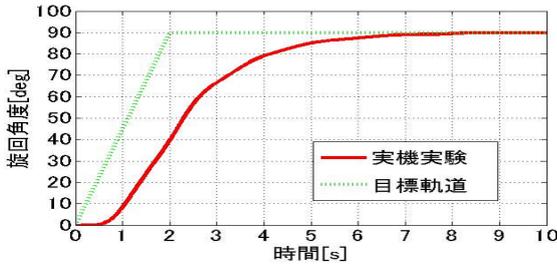


図 4 クレーンの旋回角度

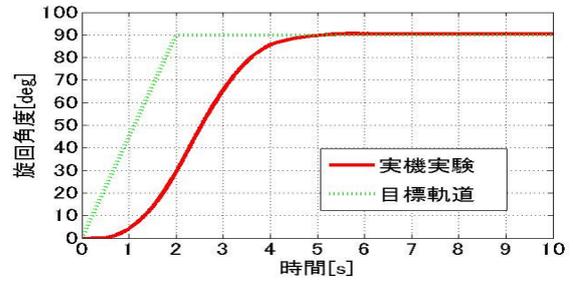


図 7 クレーンの旋回角度

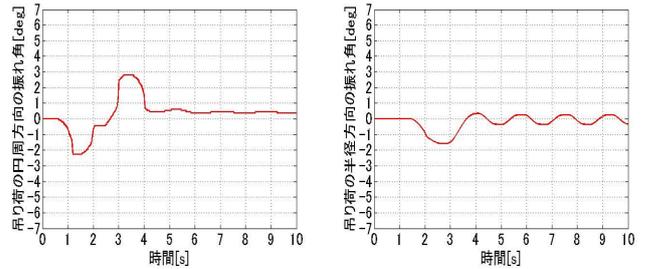


図 8 吊り荷の円周方向の振れ角 図 9 吊り荷の半径方向の振れ角

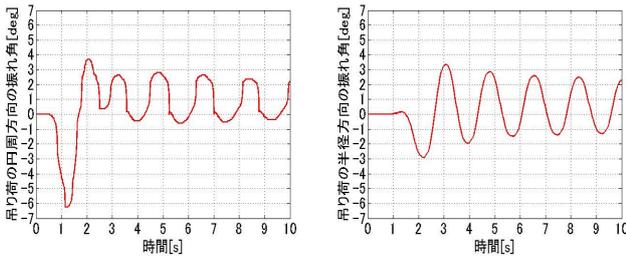


図 5 吊り荷の円周方向の振れ角 図 6 吊り荷の半径方向の振れ角

図 4 から目標角度に向かってクレーンが旋回していることが確認できる。図 5 と図 6 はそれぞれ円周方向と半径方向の吊り荷の振れ角を表しており、旋回運動の影響によってどちらも振幅が約 3[deg] 程の振動をしていることがわかる。以上の結果から、クレーンの旋回運動は円周方向だけではなく半径方向の振動も生成することが確認できる。

5.2 同時制御による振動抑制

次に導出したフィードバックゲイン K を用いて、クレーンの旋回運動とトロリーの制御を同時に行う。クレーンを 90[deg] 旋回させる実機実験を行った結果を図 7, 図 8, 図 9 に示す。

図 4 に比べ、図 7 の方が目標角度への収束が速いことが確認できる。さらに図 8, 図 9 から円周方向と半径方向の振れ角を両方とも制御しており、振幅の幅が小さくなっていることが確認できる。以上から、クレーンの旋回運動の制御とトロリーの制御を同時に行うことができたと考えられる。次章では、トロリーの位置を変化させたときの性能の評価を行う。

6 トロリー位置に対するロバスト性

6.1 クレーンの旋回運動の制御

導出したフィードバックゲインを用いて、トロリー位置の変動を考慮したクレーンの旋回運動について実機実験を行う。トロリーの位置 l が 0.1[m], 0.6[m] の 2 つの場合で、クレーンを 90[deg] 旋回させたシミュレーションと実験結果を以下に示す。

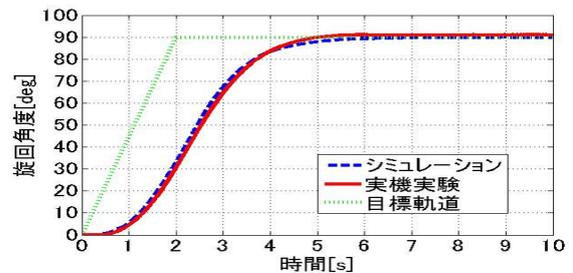


図 10 クレーンの旋回角度 (トロリー位置が 0.1m の場合)

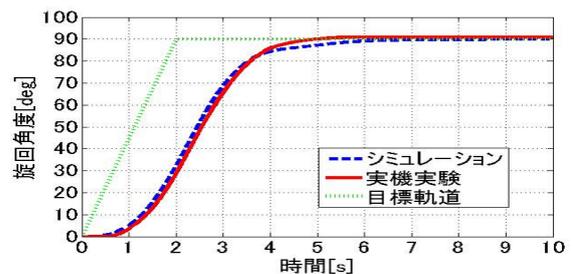


図 11 クレーンの旋回角度 (トロリー位置が 0.6m の場合)

図 10, 図 11 ともに, クレーンが 90[deg] に収束していることが確認できる. トロリー位置のパラメータの変動を考慮したクレーン旋回運動が実現できたと考えられる. さらに, シミュレーションの結果が実機実験とほぼ一致していることから有効なロバスト制御器の設計を行うことができたと言える.

6.2 トロリーの位置決め制御

トロリーの位置決め制御を行う. 初期値を 0.1[m], 目標値を 0.6[m] としてシミュレーションと実機実験を行った結果を図 12 に示す. また, その際の吊り荷の半径方向の振れ角を図 13 に示す. ただし, 初期状態は $x(t) = [0 \ 0 \ 0.1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ である.

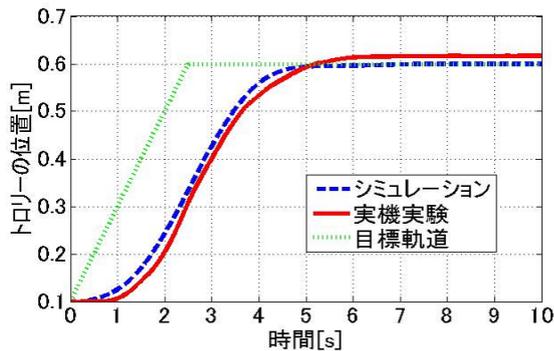


図 12 トロリーの位置

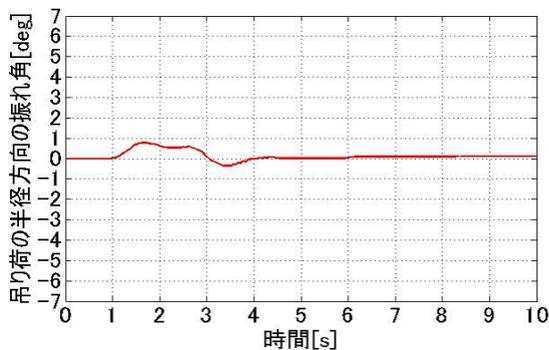


図 13 吊り荷の半径方向の振れ角

図 12 の結果から, シミュレーションではトロリーの位置が 0.1[m] から 0.6[m] に向かって収束しているが, 実機実験ではわずかに定常偏差が残ってしまっている. また, シミュレーションよりも動き出しが遅くなっている. これは摩擦による影響だと考える. 図 13 から振れ角が 1[deg] 以内に収まっており, 0[deg] に近い値に収束していることが確認できる.

7 おわりに

本研究では, クレーンの旋回運動とトロリーの並進運動を集中制御で同時に制御し, 吊り荷の円周方向の振動と半径方向の振動を同時に抑制することを考えた. しかし, 旋回運動とトロリーの制御を独立に分散制御した場

合との比較をすべきであると考えており, これが今後の課題である. また今回は, 吊り荷の巻上げ・巻下げの自由度を扱うことは考えていない. クレーンのロープの長さの変動にも対応した制御系を考えることも課題である.

参考文献

- [1] 神野雅幸: パラメータ依存リアプノフ関数に基づくクレーンのゲインスケジューリング制御, 南山大学大学院数理情報研究科修士論文, 2012
- [2] 村上恵介: 特性変動と外乱を考慮したクレーンジブシステムに対するロバスト安定化, 南山大学大学院数理情報研究科修士論文, 2012
- [3] 石田将一: ジブクレーンに対するロープ長の時間変化を考慮したゲインスケジューリング制御, 南山大学大学院数理情報研究科修士論文, 2011
- [4] 田中啓介: 旋回クレーンの吊り荷ロープ長変動に対するロバスト LQ 制御, 南山大学情報理工学部卒業論文, 2012
- [5] 高木清志, 西村秀和: タワークレーンの吊り荷ケーブル長変動に対する起伏・旋回方向のゲインスケジュールド分散制御, 日本機械学会論文集 (C 編), vol. 69, No. 680, pp. 914–922, 2003–04
- [6] 青木卓也, 高見勲, 大石泰章: 二乗和多項式に基づくクレーンのゲインスケジュールド制御, 計測自動制御学会論文集, vol. 45, No. 4, pp. 208–214, 2009–04–30
- [7] 3 DOF Crane,
http://www.quascer.com/products/3dof_crane
- [8] 川田昌克: MATLAB/Simulink による 現代制御入門, 森北出版, 2011
- [9] 大石泰章: 2 乗和多項式とその非線形制御への応用, システム/制御/情報, Vol. 58, No. 11, pp. 449–455, 2014
- [10] 蛭原義雄: LMI によるシステム制御, 森北出版, 2012