

ホームセンターにおける売場の効率性の指標についての研究

M2012MM033 太田貴文

指導教員：鈴木敦夫

1 はじめに

我々が受託研究を行っているホームセンターでは、オペレーションズ・リサーチを用いて様々な問題に取り組んでいる.[1][2] 厳しい経済環境の中、このホームセンターでは更なる経費削減、利益向上が求められている。その中でも本研究では、売場の指標としてこのホームセンターで利用されている「特化率」について考える。

「特化率」とは、このホームセンターが、各店舗の売上の特徴を掴み、店舗の改装をより効率よく行うために利用しているものである。上記の値は部門と呼ばれる商品のグループ毎に「ある店舗での売上」÷「比較対象となる店舗での売上の平均」という形で算出している。しかし、異常に大きな値が発生することがある；具体的にどのような効果があるのかわからないといった、定量的な裏付けが無いことによる様々な問題点がある。そこで、この問題を解決するために、「特化率」の特徴を数理的に調べることを本研究の目的とする。具体的には、以下のことを行う。

第1に、特化率の定義とそのホームセンターでの利用について述べる。特化率はこのホームセンターが独自に作りだしたものである。例として、特化率の各店舗での具体例を述べる。

第2に、研究で利用するデータの分析について述べる。データは受託研究を行っているホームセンターから提供を受けたものである。このデータをどのように分類し、利用するかについて述べる。また、データの正規性を確認するためにいくつかの検定を行った。

第3に、シミュレーションを用いて特化率の分布を求める。モンテカルロ法を用いたシミュレーションにより、パーセント点を計算することで、算出された特化率の分布を求める。

第4に、変数変換を用いて特化率の分布を求める。シミュレーションを用いて算出した特化率の値と比較する。更に、変数変換を行う際の元の分布の平均、分散を変化させることで、パーセント点がどのように変化するかを調べる。実際にそれぞれの値を変化させた場合のパーセント点を載せ、変化について述べる。

2 特化率の定義及び具体例

「特化率」とは、前述のように、このホームセンターが独自に作りだしたものである。部門毎に以下のように計算される。

r_{ij} : 店舗 i , 部門 j の特化率
 s_{ij} : 店舗 i , 部門 j の販売実績

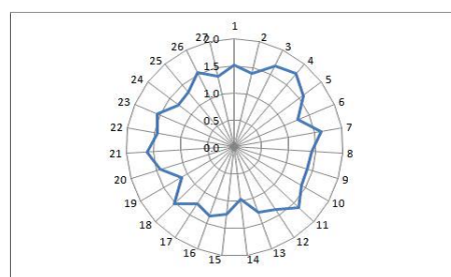
として、特化率は、

$$r_{ij} = \frac{s_{ij}}{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n s_{kj}}$$

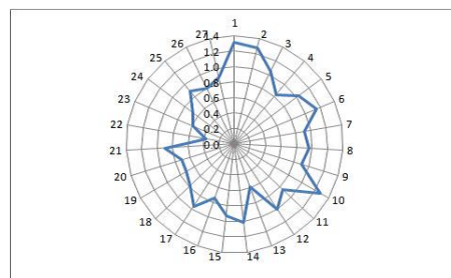
となる。ただし

$$i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$$

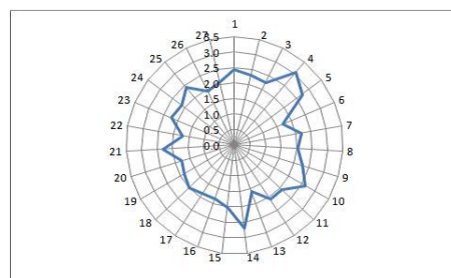
である。以下に特化率の例として、図1に店舗A、店舗B、店舗Cの特化率を表示したレーダーチャートを載せる。本研究の研究対象としている部門の数は27であり、それぞれの店舗毎に27の特化率の値があるため、それらを一覧で表示するためにレーダーチャートを用いる。



(a) 店舗 A



(b) 店舗 B



(c) 店舗 C

図1 特化率

店舗Aのレーダーチャートを見てみると、全体的にバランス良く特化率の値が算出されており、6,14,19部門の特化率の値が少し低いといった特徴がある。このことから、店舗Aでは、6,14,19部門の商品が売れにくいのではと予想することが出来る。店舗Bのレーダーチャートからは、極端に22部門の特化率の値が低いということがわかる。

全体的にバランスが良く売れているのでは無く、よく売れている商品とあまり売れない商品の差が大きいと推測できる。店舗 C は店舗 A と同じようにバランスが良く、さらに全体的に特化率の値が高い。安定した利益を挙げていると考えられる。

このように、特化率を調べまとめるだけでも、ある程度の店舗の特徴は掴むことができる。しかし、現状ではこれらの特徴を定義的に裏付けすることはできない。本研究ではより定量的な判断を行うことを目的とする。

3 データについて

研究対象とするのはホームセンターから提供された過去一年分の部門別の売上である。委託研究を行っているホームセンターでは、商品の分類の方法として、「部門」というものを用いており、その中で 1~27 部門について、本研究では取り扱う。前述の部門以外は、店舗によって扱われている店舗と扱われていない店舗があり、一部でしか取り扱われていない部門は、今回取り除くこととした。またホームセンターには、大規模、中規模、小規模の三種類の大きさの店舗があり、その中でも最も数が多い、中規模の店舗を研究対象とする。大店舗や小店舗は店舗数が少なく、定量的な分析を行うためには不向きであると考えたためである。また、一部の専門店も研究対象から取り除いた。特化率の計算には平均を用いるため、極端な値に対して影響されやすい。そのため、あくまで特化率の運用ガイドラインの作成を目的とする本研究では、売上の分布が極端となる専門店を取り除くべきだと考えたためである。よって、中規模で、かつ専門店以外の店舗である、57 店舗の 27 部門を研究対象とする。

3.1 尖度と歪度

シミュレーションを行うために、売上の分布の正規性を確認した。シミュレーションを行う上で分布をあてはめる必要があり、連続分布の中で最も代表的な分布が正規分布であったためである。まず、それぞれの部門の分布の尖度、歪度を計算した。研究対象としている分布が正規分布からの程度離れているかを調べるために、今回の研究では、上記の二つの値を計算した。図 2 及び図 3 に全部門の尖度と歪度を計算した結果を載せる。全ての分布で尖度、歪度の絶対値は 1 より小さい値となり、正規分布として扱っても良いのではないかと考えた。

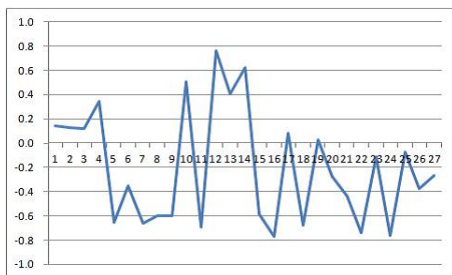


図 2 全部門の尖度のまとめ

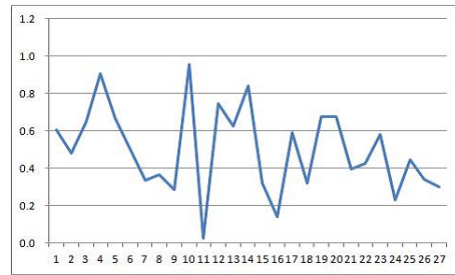


図 3 全部門の歪度のまとめ

3.2 正規性の検定

更に詳しく調べるために、正規性検定ツール ver1.002 というソフトを用いて、正規性の検定を行った。このソフトは、エクセルのマクロを用いて正規性を検定するものであり、「アンダーソン・ダーリング検定」と「ダゴスティーノ・パーソン検定」の二種類の検定を同時に行うことができる。アンダーソン・ダーリング検定とは、仮説検定の一種であり、有限個の標本が帰無仮説で提示された分布と異なっているかどうかを調べるために用いられる検定である。また、ダゴスティーノ・パーソン検定は、正規性からの逸脱についての適合度検定であり、ある標本が正規分布母集団由来かどうかを検定する検定である。この二種類の検定を用い、対象となるデータの正規性を検定した。検定を行った結果、対象としている分布の中で、3分の2程度の分布が正規分布に近いものであるということを確認することができた。尖度、歪度の値、そして検定の結果から、正規性を仮定しても良いと判断したため、正規性を仮定する。

4 シミュレーションによるパーセント点の計算

特化率の評価の方法として、パーセント点を用いた意味づけがある。パーセント点とは、ある分布関数において、上側確率（下側確率、両側確率）が Q % となる値である。パーセント点を計算することで、特化率としてある値が算出された際に、分布全体の中でどの程度の位置にあるのかを視覚的にわかりやすくすることが目的である。部門ごとに、全店舗の特化率を対象とし、モンテカルロ法を用いたシミュレーションにより、パーセント点を求めた。

具体的には、以下のように行った。部門 j の販売実績の平均 m_j 標準偏差 σ_j ($j = 1, \dots, 57$) とし、平均 m_j 、標準偏差 σ_j の正規分布に従う乱数 s_{ij} を 57 個発生させて、

$$r_{ij} = \frac{s_{ij}}{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n s_{kj}}$$

を計算した。表 1 に例として、計算した部門 1 のパーセント点を載せる。

表 1 パーセント点 (部門 1)

パーセント点	部門 1
1 %	-1.26
10 %	-0.61
20 %	-0.19
30 %	0.15
40 %	0.47
50 %	0.81
60 %	1.2
70 %	1.7
80 %	2.48
90 %	4.01

パーセント点を求めたことにより、例えば特化率の値が x から y へと変化した場合、「上側確率が % から % に変化した」という形の、定量的な尺度を与えることができた。

5 変数変換を用いた特化率の分布関数の計算

第 4 章では、モンテカルロ法を用いたシミュレーションにより、パーセント点を計算したが、更に別の方法でパーセント点を求め、より正確なパーセント点を計算するということを考えた。具体的には、変数変換を用いて特化率の分布の分布関数を計算し、分布関数の値からパーセント点を求める。

各部門の販売実績が正規分布に従うときに、特化率は正規分布に従う 2 つの確率変数の商の確率変数である。厳密には、2 つの確率変数は独立では無いので、この従属性について、独立と仮定して分布を求め、前述のシミュレーション結果と比較する。

独立な確率変数 X, Y の商の分布 $p_{X/Y}(t)$ は $z = x/y, w = y$ と変数変換を行うことで以下のように求まる。

$$p_{X/Y}(z)dz = \int_{w=-\infty}^{w=\infty} p_X(zw)p_Y(w)wdzdw$$

変数を $X_1(\mu_1, \sigma_1), X_2(\mu_2, \sigma_2)$ とし、 $z = X_1/X_2, w = X_2$ と変数変換を行い、計算を行った。

実際に正規分布の確率密度関数を代入し、計算を行った結果、以下ようになった。

$$p_{X/Y}(z)dz = \exp\left(\frac{B^2 - AC}{A^2D}\right) \frac{B}{AE} \sqrt{\frac{D}{A}} \pi$$

ただし

$$A = \sigma_1^2 + z^2\sigma_2^2$$

$$B = \mu_2\sigma_1^2 + z\mu_1\sigma_2^2$$

$$C = \mu_2^2\sigma_1^2 + \mu_1^2\sigma_2^2$$

$$D = 2\sigma_1^2\sigma_2^2$$

$$E = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2}$$

部門 A の特化率を計算する際の分子、分母の分布の平均、分散を求め、確率密度関数を計算し、 $z = -5, -4, \dots, 13$ を代入して密度関数を作成したところ、図 4 のようになった。

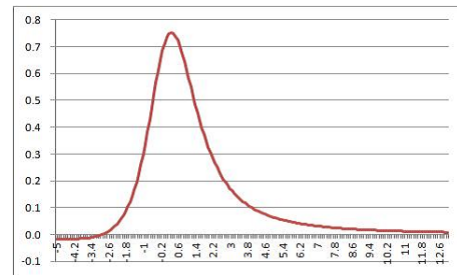


図 4 正規分布の商の分布の確率密度関数例

次に、台形則を用いて積分を行い、パーセント点を計算した。

台形則は積分区間を等間隔に分割し、各分割区間で被積分関数を両端の 2 点を通る 1 次式で近似する方法である。分点を $x_i = \frac{b-a}{n}i + a (i = 0, \dots, n)$ とし、 $y_i = f(x_i), h = \frac{b-a}{n}$ と置くと、

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\approx h \sum_{i=0}^{n-1} \frac{y_i + y_{i+1}}{2} \\ &= h \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_i \right) \end{aligned}$$

となる。誤差項は $-\frac{1}{12}h^2 [f'(x)]_a^b$ である。

上記の計算式を用いて確率変数の式を積分し、分布関数を作成し、そこからパーセント点を計算した。今回は $a = -5, b = 13, h = 10000$ という値を代入し計算したため、誤差項がほぼ 0 となり、結果として第 4 章で求めたパーセント点と値が一致した。このことから、上記の計算式を用いて計算を行うことで、シミュレーションを行うことなく、パーセント点を求め、特化率の意味づけができるということになった。

6 平均、分散の変動によるパーセント点の変化について

パーセント点の分布が、元の分布の平均、分散の値が変化した場合にどのように変化するかを調べるために、第 5 章で計算した、部門 A の特化率を計算する際の平均、分散を変更し、再度計算を行った。

具体的には、 $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$ の値をそれぞれ 0.5 倍、0.8 倍、1.3 倍、1.5 倍した場合にパーセント点がどのように変化するかを調べた。

まず、 μ_1 の値を変化させた場合を図 5 に示す。

このグラフの特徴として、一つだけ非常に高い値を出力したものが存在しているということである。これは元の分布に対して、 μ_1 の値を 1.5 倍した場合のパーセント点を表すグラフであり、100 パーセント点を表す点である。 μ_1 の

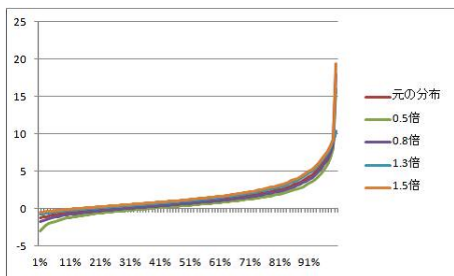


図 5 μ_1 の値を変化させた際の結果まとめ

値を変化させた結果、グラフの端の値は大きく変化し、その一方で中心付近は μ_1 の変化に対してほとんど値が変わらないという結果になった。

次に、 μ_2 の値を変化させた場合を図 6 に示す。

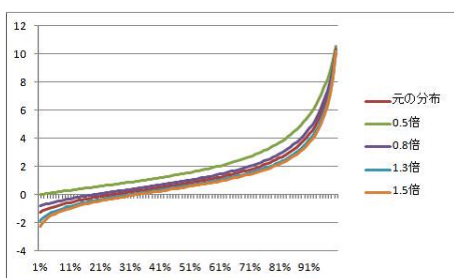


図 6 μ_2 の値を変化させた際の結果まとめ

このグラフの特徴としては、 μ_2 の値を変化させても、ほぼグラフの形やパーセント点の値に変化は無かったということである。

μ_2 の値を変化させても、大きくパーセント点が変わることは無いということが確認できた。

次に、 σ_1 の値を変化させた場合を図 7 に示す。

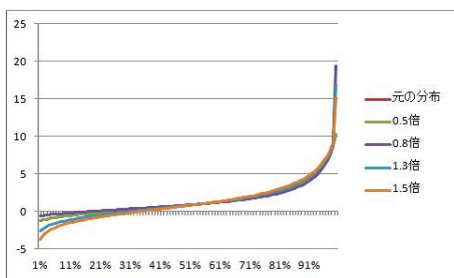


図 7 σ_1 の値を変化させた際の結果まとめ

このグラフの特徴として、 μ_1 のグラフと同じように、非常に高い値を出力したものが存在しており、ということである。 μ_1 のグラフと同じように、元の分布に対して、 σ_1 の値を 1.5 倍した場合のパーセント点を表すグラフであり、100 パーセント点を表す点である。ほぼ μ_1 の値を変化させた場合と同様に、グラフの端の値は大きく変化し、その一方で中心付近は σ_1 の変化に対してほとんど値が変わらないという結果になった。

最後に、 σ_2 の値を変化させた場合を図 8 に示す。

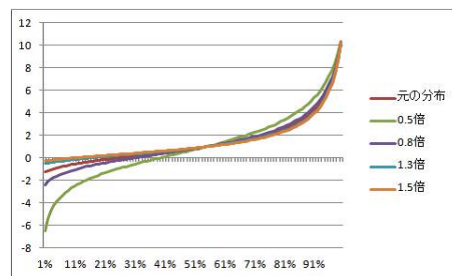


図 8 σ_2 の値を変化させた際の結果まとめ

このグラフの特徴として、非常に低い値を出力したものが存在しているということが挙げられる。この値を出力しているのは、元の分布に対して、 σ_2 の値を 0.8 倍した場合のパーセント点を表すグラフであり、1 パーセント点を表す点である。ただ、上記の場合の 1 パーセント点を除いた部分を見ると、 σ_2 の変化に対してほとんど値が変わらないという結果になった。

$\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$ の 4 つの値をそれぞれ変化させ、具体的にパーセント点を計算した結果、端の部分を除いて、 $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$ の値が変化しても、それほど大きなパーセント点の値の変化は現れないという結果になった。特化率を計算した結果、0.8~1.5 程度の値になることが多く、それ以上の値は非常に発生確率が低いため、異常値として判断することができる。そのため、実際に特化率を評価する際には、上記のグラフで現れた非常に大きな値や小さな値は用いられることは無く、どのような平均、分散を持った分布でも、上記の方法でパーセント点を計算することで、妥当な評価が行えるという結果になった。

7 まとめ

本研究では、特化率について正規性を検定し、正規乱数を用いてパーセント点を計算した上で、その性質について調べた。正規分布の商の分布について確率密度関数を計算し、台形則を用いて積分を行い、平均や分散が変化した際にどのように値が変化するかを調べた。結果として、シミュレーションを用いてパーセント点を計算した場合と、変数変換を用いてパーセント点を計算した場合に、大きな差異は現れないという結果になった。

特化率のパーセント点を計算する場合は、どのような平均、分散の値でも、シミュレーションを必要とせず、変数変換を用いて計算を行えば良いということがわかった。

参考文献

- [1] 三浦 英俊, 鈴木 敦夫, 松田 眞一, 芥 正裕 : 商品の補充作業を軽減する店舗の棚割について, オペレーションズ・リサーチ, 58 号, 第 9 巻, pp540-544, 2013.
- [2] 鈴木 敦夫 : ホームセンターのサービスイノベーション - 最適店舗レイアウトとシフト作成 -, オペレーションズ・リサーチ, 56 号, 第 8 巻, pp439-444, 2011.