

# 特性変動と外乱を考慮した クレーンジブシステムに対するロバスト安定化

M2011MM050 村上恵介

指導教員：高見勲

## 1 はじめに

世の中に存在する機械システムの大半は何らかの状態変動をおこし多数の非線形要素が存在する. 今後ますます求められていくであろう大規模で複雑なシステムを正確にモデリングをすることはまず不可能である. これらの非線形要素はシステムの制御性能を劣化させる原因でありロバスト性を保証するという概念は必要不可欠なことである. 建設現場や港, 工事現場などで物資の運搬に広く用いられるジブクレーンでも非線形要素が制御性能の劣化を招き, 甚大な事故に繋がりがかねない. クレーンの制御には, 安全性の維持, 高速性, 運搬時の吊荷の振動の抑制が求められる. この実現のために, ロープ長の変動による振り子の特性変動の影響を緩和, 抑制するロバスト制御系設計法が報告されている [1]. また吊荷の慣性モーメントは吊荷の質量に比例して大きくなり, 吊荷の質量が小さいほど慣性モーメントも小さくなる. ボールねじなどの駆動系に存在する非線形要素, 特に非線形摩擦は正確な位置決め制御を実現するために無視できない要素である. 本研究で扱うジブクレーンにも滑車の位置によって摩擦係数が異なることが確認されている. 本研究ではジブクレーンに対するロープ長, 吊荷の質量, 滑車・レール間に生じる摩擦の3点に対してロバスト安定な制御系の設計をおこなう. まずロープ長の変動, 吊荷の質量の変動を顧慮したロバスト制御系の設計を行う. その際, 状態方程式で変動を含む項が非線形で表されるため, 厳密にポリトープで表すことが困難であり, 設計結果が保守的になる傾向がある. しかし, ディスクリプタ表現を利用することで複雑な不確かさの扱いが比較的容易に表現可能なことが報告されている [2][3]. LFT を用いて不確かなパラメータ (ロープ長, 吊荷の質量) を取りだすことでシステムをポリトープで表現する. 非線形摩擦に関しては常に正確に設計に組み込むことはまず不可能である. また設計の際, 不確定なパラメータを数多く扱い設計の幅を広げすぎるとは制御性能の劣化に繋がる. 不確定な非線形要素を含む制御系に対して適応制御による広い応用性が報告されている [4]. モデル規範型適応制御 (MRAC) はリアプノフの漸近安定解析に基づいた解析が可能であり, 非線形摩擦に対する安定性の保証, 制御性能の改善が報告されている [5]. 本研究では予測可能な非線形要素 (ロープ長の変動, 吊荷の質量) に対しロバスト  $H_2$  制御系で対応し, 設計に組み込むことが困難な要素 (レール・滑車間の摩擦) に対し MRAC を設計に組み込むことで保証する. これにより複数の非線形要素に対して安定性を保証すると共に制御性能の実現をめざす. 設計したコントローラを用いてシミュレーション, 実験により有効性の検証をおこなう.

## 2 制御対象

本研究で使用するジブクレーンの簡略図を下に示す. 滑車の位置  $\xi$  [m], 吊り荷の振れ角  $\gamma$  [rad], ロープ長  $l$  [m] はセンサーで測定できる. 吊り荷の水平方向の位置  $y$  [m] ( $y = \xi - l \sin \gamma$ ) を制御し, 操作量は横行き用モータへの入力電流  $I_j$  [A] である. 以下の前提のもとでモデル化

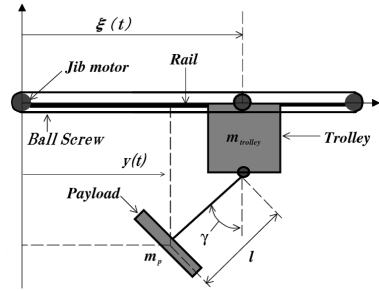


図1 ジブクレーンの概略図

する. i) ロープは質量のない剛体棒である. ii) 吊り荷は質点である. iii) 吊り荷はタワーとレールで構成される2次元空間内で運動する. iv)  $\gamma$  は十分小さく,  $\sin \gamma \simeq \gamma$ ,  $\cos \gamma \simeq 1$ ,  $\dot{\gamma}^2 \simeq 0$  のように近似できる. ここで, 一般化座標  $q(t)$  を  $q(t) = [\xi(t) \ \gamma(t)]^T$  とおくと, 吊り荷振動系の数学モデルは式 (1) と与えられる.

$$E(l, m_p, m_p l, m_p l^2) \ddot{q} + F \dot{q} + G(m_p l) q = H I_j \quad (1)$$

$$E = \begin{bmatrix} m_p + m_j & -m_p l \\ -m_p l & m_p l^2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_p g l \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} k_t \\ 0 \end{bmatrix}$$

$m_p$  [kg]: 吊荷の質量

$m_j$  [kg]: 巻上げシステムの等価質量

$k_t$  [N.m/A]: ジブモータのトルク定数

ここで, 状態変数を  $x_p = [q^T \ \dot{q}^T]^T$ , 操作量を  $u_p = I_j$  とすると, ディスクリプタ表現は式 (2), (3) で与えられる.

$$E_p(l, m_p, m_p l, m_p l^2) \dot{x}_p = A_p(m_p l) x_p + B_p u_p \quad (2)$$

$$y = C(l) x_p \quad (3)$$

$$E_p = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}, A_p = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -G & -F \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ H \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -l & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 3 制御系設計

本研究では、ロープ長  $l$ 、ペイロードの質量  $m_p$  の変動を考慮したロバストコントローラ的设计, モデルに組み込むことができない非線形摩擦を考慮した MRAC の設計を行う。これにより複数の特性変動に対して安定性を理論的に保証する。クレーンシステムの重要な制御目的の1つとして、吊り荷を偏差なく目標値に追従させることが挙げられる。本研究では、制御量  $y$  を目標値  $r$  に追従させるために状態変数に偏差の積分  $x_e$  を追加し、状態変数を  $x(t)$ 、操作量を  $u(t)$  として拡大系を構成する。

$$x_e = \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad e = r - y$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_e(t) \\ q(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix}$$

また、信号の  $H_2$  ノルムはインパルス応答の2乗面積を表しており過渡応答のよさを表す尺度に適しているため、制御性能の評価指標には  $H_2$  ノルムを採用する [8]。

#### 3.1 ロバスト制御系設計

ロープ長、吊荷の質量の変動を考慮したロバスト制御系設計をおこなう。式 (2) からディスクリプタ表現の枠組みにおいて、ジブクレーンは行列  $E_p$  に変動パラメータを含むシステムであることがわかる。このような特徴を持つシステムに対して冗長なディスクリプタ変数を導入することで、計算可能な LMI 条件を導出できることが知られている [3]。本研究では、ディスクリプタ変数を  $\hat{x} = [x^T \ \ddot{q}^T]^T$  と与えることで、まず、式 (2) を式 (4) のように表現する。

$$\hat{E}\dot{\hat{x}} = \hat{A}(l, m_p, m_p l, m_p l^2)\hat{x} + \hat{B}u \quad (4)$$

$$\hat{E} = \text{block diag}(1, I, I, 0)$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & -J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \\ -G & -F & 0 & -E \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix}, \quad J = [1 \quad -l]$$

式 (4) からわかるように、変動を含むパラメータを  $\hat{A}$  行列に集約できていることがわかる。しかし行列  $\hat{A}$  には  $m_p l$ ,  $m_p l^2$  と不確かさを含む2次,3次の項が含まれるため厳密なポリトープを形成することができない。そこで2次,3次の項を持たない形式に LFT を用いて変換を行う [3]。本研究では、行列  $\hat{A}$  を式 (5) と定義する。ただし  $\Delta$  は式 (6) とする。

$$\hat{A} = A_n + B_\delta \Delta (I - D_\delta \Delta)^{-1} C_\delta \quad (5)$$

$$\Delta = \text{diag}(l, m_p, m_p, l, l, m_p, l) \quad (6)$$

このとき、式 (4) と等価なシステムは式 (7) で表現できる。

$$\begin{cases} \hat{E}\dot{\hat{x}} = A_n \hat{x} + B_\delta w_\delta + \hat{B}u \\ z_\delta = C_\delta \hat{x} + D_\delta w_\delta \\ w_\delta = \Delta z_\delta \end{cases} \quad (7)$$

最後に、新たなディスクリプタ変数を  $x_d = [\hat{x}^T \ z_\delta^T]^T$  と与えることで式 (7) は式 (8) と与えられる。これにより  $x_d$  の係数行列  $A_d$  に  $(I - D_\delta \Delta)^{-1}$  という項を含まない形式に変換する。以上の変換を行うことで、厳密なポリトープが形成可能となる。

$$E_d \dot{x}_d = A_d x_d + B_{du} u \quad (8)$$

$$A_d = \begin{bmatrix} A_n & B_\delta \Delta \\ C_\delta & -I + D_\delta \Delta \end{bmatrix}, \quad E_d = \begin{bmatrix} \hat{E} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{du} = \begin{bmatrix} \hat{B} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_\delta = \begin{bmatrix} B_{\delta 1}^T \\ B_{\delta 2}^T \\ B_{\delta 3}^T \end{bmatrix}^T, \quad C_\delta = \begin{bmatrix} C_{\delta 1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_\delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}$$

ロバスト  $H_2$  制御仕様を考慮した場合の一般化制御対象を式 (9) と定義する。

$$E_d \dot{x}_d = A_d x_d + Iw + B_{du} u \quad (9)$$

$$z = C_d x_d + Du$$

$$C_d = \begin{bmatrix} Q^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ R^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

ただし、 $w$  は外乱入力、 $z$  は評価出力、 $Q$  は状態変数  $x$  に対する重み行列、 $R$  は制御入力  $u$  に対する重みである。ロープ長  $l$ 、吊荷の質量  $m_p$  の上限下限を含む  $A_d$  を式 (10) と表す。

$$A_{d1} = A_d(\bar{l}, \bar{m}_p), \quad A_{d2} = A_d(\bar{l}, \underline{m}_p),$$

$$A_{d3} = A_d(l, \bar{m}_p), \quad A_{d4} = A_d(l, \underline{m}_p)$$

$$A_d = \sum_{i=1}^4 \alpha_i A_{di}, \quad \sum_{i=1}^4 \alpha_i = 1, \quad (10)$$

式 (9)、式 (10) により不確かさの上下界の範囲において安定化し、 $H_2$  ノルムを最小化する状態フィードバックゲイン  $K$  を求める LMI 条件は式 (11)-(17) で与えられる。

$$\text{minimize} : \gamma \quad (11)$$

$$\text{subject to} : X_{11} > 0 \quad (12)$$

$$X_d = \begin{bmatrix} X_{11} & 0 & 0 \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$Y_d = [Y \ 0 \ 0] \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{A_{di} X_d + B_{du} Y_d\} & B_{dw} \\ B_{dw}^T & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} X_i & (C_d X_{11} + DY)^T \\ C_d X_{11} + DY & W \end{bmatrix} > 0 \quad (16)$$

$$\text{Trace}(W) < \gamma^2 \quad (17)$$

$$(i = 1, 2, 3, 4)$$

式 (11)-(17) を満たす  $X_{11}$ ,  $Y$  を得ることから、ディスクリプタ表現の枠組みにおけるフィードバックゲイン  $K$  は式 (18) のように与えられる。

$$K = Y X_{11}^{-1} \quad (18)$$

### 3.2 モデル規範型適応制御系設計

本研究では観測可能な不確かさ  $(l, m_p)$  に対して前章で得たロバスト  $H_2$  制御系の枠組みで対応する。観測、予測が困難であり設計の際にモデルに組み込むことのできない不確かさ（非線形摩擦）に対して MRAC を組み込むことで対応する。MRAC を組み込んだモデルの簡略図を図 2 に示す。まずの不確かな非線形摩擦を加えた実プラント

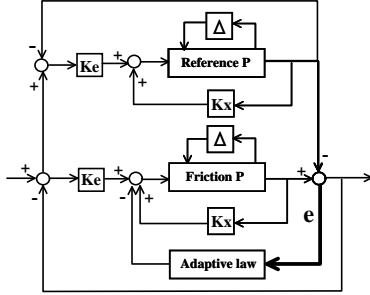


図 2 MRAC を加えたモデルの簡略図

$P_{nom}$  を式 (19) と与える。 $A(t), B(t), C(t)$  は変動パラメータ  $l, m_p$  の各上下端の範囲のみで変化するパラメータとする。

$$\begin{cases} \dot{x}_f = A(t)x_p + B(t)(u + W^T \phi(x)) \\ y_f = C(t)x_p \end{cases} \quad (19)$$

$W$ : 未知パラメータ

プラントへの入力  $u$  は式 (20) となる。 $u_{nom}$  はフィードバックゲイン  $K$  と状態変数  $x_p, x_e$  より式 (21) と表す。ただし  $K = [K_r \ K_x]$  である。 $u_{ad}$  は実プラントとリファレンスプラントの偏差量である未知パラメータを打ち消すような入力であり式 (22) で表す。

$$u = u_{nom} - u_{ad} \quad (20)$$

$$u_{nom} = K_x x_p + K_r x_e \quad (21)$$

$$u_{ad} = \widehat{W}(t)^T \phi(x) \quad (22)$$

$W = 0$  の時の不確かさを含まないリファレンスプラント  $P_r$  とし式 (23) で与える。ただし  $A_r(t) = A(t) + B(t)K_x, B_r(t) = B(t)K_r$  である。

$$\begin{cases} \dot{x}_r = A_r(t)x_p + B_r(t)x_e \\ y_r = C_r(t)x_p \end{cases} \quad (23)$$

適応制御の安定性基準は追従誤差に影響される。追従誤差を  $e$  とし式 (24) であたえ、 $\dot{e}$  を式 (25) とあたえる。ただし  $\widehat{W}(t) = \widehat{W}(t) - W$  であり、不確かなパラメータの見積もりの誤差を示す。

$$e = x_f - x_r \quad (24)$$

$$\dot{e} = A_r(t)e + B(t)\widehat{W}(t)^T \phi(x) \quad (25)$$

適応則  $\dot{\widehat{W}}$  は式 (26) で与える [5][6][7]。 $\nu, \sigma$  はそれぞれ適応ゲイン、 $\sigma$  修正ゲインである。 $P$  は  $A_{r_i}$  を式 (27) と表すことで式 (28) により得る。

$$\dot{\widehat{W}} = -\nu \phi(x) e^T P B(t) - \sigma \widehat{W}, \quad \nu > 0, \sigma > 0, \quad (26)$$

$$A_{r1} = A_r(\bar{l}, \bar{m}_p), A_{r2} = A_r(\bar{l}, \underline{m}_p),$$

$$A_{r3} = A_r(l, \bar{m}_p), A_{r4} = A_r(l, \underline{m}_p)$$

$$A_r = \sum_{i=1}^4 \alpha_i A_{r_i}, \quad \sum_{i=1}^4 \alpha_i = 1 \quad (27)$$

$$P A_{r_i} + A_{r_i}^T P < 0, \quad P > 0, \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (28)$$

$\dot{\zeta} = [e^T \widehat{W}^T]^T$  と置くことで式 (24), 式 (26) は式 (29) と表される。

$$\dot{\zeta} = \tilde{A} \zeta + \tilde{B} \sigma W \quad (29)$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_r(t) & B_r(t)\phi(x)^T \\ -\nu\phi(x)B(t)^T P & -\sigma I_N \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_N \end{bmatrix}$$

ここで  $\phi(x)$  はプラントの制御範囲の基底関数であり、本研究では外乱として滑車・レール間の摩擦を想定している。その際、適応則の影響を受けるパラメータ  $\phi(x) \in [\underline{\phi}(x) \ \bar{\phi}(x)]$  に対して適応則を含む  $\tilde{A}$  の安定性を式 (30) により示す。

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 &= A_k(A_{r1}, \underline{\phi}(x)), \tilde{A}_2 = A_k(A_{r1}, \bar{\phi}(x)), \tilde{A}_3 = A_k(A_{r2}, \underline{\phi}(x)), \\ \tilde{A}_4 &= A_k(A_{r2}, \bar{\phi}(x)), \tilde{A}_5 = A_k(A_{r3}, \underline{\phi}(x)), \tilde{A}_6 = A_k(A_{r3}, \bar{\phi}(x)), \\ \tilde{A}_7 &= A_k(A_{r4}, \underline{\phi}(x)), \tilde{A}_8 = A_k(A_{r4}, \bar{\phi}(x)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \sum_{k=1}^8 \beta_k \tilde{A}_k, \quad \sum_{k=1}^8 \beta_k = 1 \\ \tilde{A}_k &= \begin{bmatrix} A_{r_i} & B_{r_i} \phi(\Theta_j)^T \\ -\nu \phi(\Theta_j) B_i^T P & -\sigma I_N \end{bmatrix}, \quad (i = 1, \dots, 4), (j = 1, 2) \end{aligned}$$

$$X \tilde{A}_k + \tilde{A}_k^T X < 0, X > 0, \quad (k = 1, \dots, 8) \quad (30)$$

### 3.3 基底関数 $\phi(x)$ の設計

プラントの制御範囲における基底関数  $\phi(x)$  は偏差  $e$  を打ち消すようなパラメータを選択する。 $\phi_1(x)$  を観測可能な状態変数より式 (31) と表す。

$$\phi_1(x) = [\zeta \ \gamma \ \dot{\zeta} \ \dot{\gamma}]^T \quad (31)$$

本研究で外乱として想定する滑車・レール間の摩擦によって生じる偏差  $e$  では、トロリーの位置  $\zeta$ 、加速度  $\dot{\zeta}$  へ大きく影響を及ぼし、揺れ角  $\gamma$  角加速度  $\dot{\gamma}$  へ与える影響は小さい。以上を考慮し  $\phi_2(x)$  を式 (32) と表す。

$$\phi_2(x) = [\zeta \ \zeta|\zeta| \ \dot{\zeta} \ \dot{\zeta}|\dot{\zeta}|]^T \quad (32)$$

## 4 設計結果, 検証

設計結果を基にシミュレーション、及び実験をおこなう。ただし、実験機で再現可能なロープの巻き上げ動作を考慮し、各変動パラメータの上下界を  $l[m] \in [0.3 \ 0.7], m_p[kg] \in [0.147, 0.45]$  とする。実験機ではレール・滑車間の摩擦は

トロリーの位置によって変化が確認できた。シミュレーションでは実験をおこなう状況を考慮し、最大静止摩擦力、クーロン摩擦を2.3[N]、粘性摩擦係数を4.2[Ns/m]と与えた。設計したコントローラの有用性の検証のためにシミュレーションをおこなう。目標値は吊荷の位置  $y$ [m] に対して0.3[m]と与える。

#### 4.1 ロバスト $H_2$ 実験

まず3.1節で示したロバスト  $H_2$  コントローラの検証をおこなう。ロープ長、吊荷の質量のに変動に対してロバスト安定性を保証していることを示すために、ロープ長の巻き上げ、吊荷の質量を上下界で変化させ、シミュレーションによる有用性を確認したのち、実験をおこなう。ロープ長は5[s]かけて0.5[m]の巻き上げる。吊荷の質量を上下界で変化させた実験結果を図3に示す。ロープ長、吊荷の

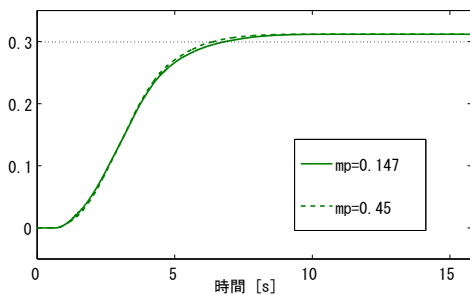


図3 ロバスト  $H_2$  巻き上げ 実験

質量が変化しても安定化できていることがわかる。しかし15[s]経過しても定常偏差が無くならない事が確認できる。

#### 4.2 モデル規範型適応制御 シミュレーション

次に設計に MRAC を組み込んだコントローラの有用性の検証をおこなう。本研究で考慮する未知パラメータ(非線形摩擦)によって生じる偏差  $e$  は  $\xi, \dot{\xi}$  に影響を及ぼす。 $\xi, \dot{\xi}$  の上下界の範囲に対して安定条件を確認したのちシミュレーションをおこなう。MRACによる影響を観測するためには実プラントとリファレンスプラントとの偏差量が大きいことが好ましい。実際の摩擦パラメータの3倍の数値を与えシミュレーションをおこなった結果を図4に示す。図5はリファレンスモデルとの偏差量を現わす。図4より、設計にMRACを組み込むことにより、オー

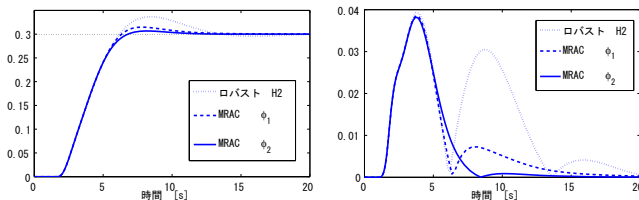


図4 MRAC 巻き上げシミュレーション  
図5 レファレンスモデルとの偏差量の偏差量

バーシュートの減少が確認できる。また図5より適切な基底関数を設計することにより収束時間の減少と出力の振動が軽減されていることが確認できる。

#### 4.3 モデル規範型適応制御 実験

実験結果を図6に示す。MRACを設計に加えることにより、定常偏差の減少が確認できる。基底関数  $\phi_2$  による制御性能の向上の要因として、位置、速度の2乗を設計に取り込んだことによる適応則の過敏化が挙げられる。

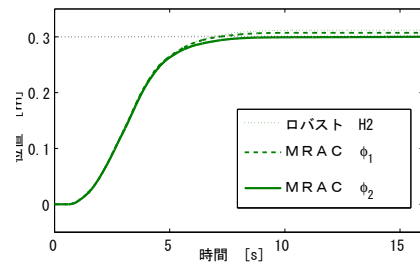


図6 MRAC 巻き上げ 実験

### 5 おわりに

#### 5.1 研究成果

本研究の成果を以下に示す。

- ・ロープ長、吊荷の質量の変動に対してロバスト安定なコントローラを設計おこない、シミュレーション、実験により有用性を確認できた。
- ・ロバスト  $H_2$  コントローラに適応則を加えることでロバスト性の改善がシミュレーション、実験により確認できた。
- ・MRAC設計において適切な基底関数を選択することにより制御性能が改善が確認できた。

#### 参考文献

- [1] 高木, 西村: タワークレーンの吊り荷ケーブル長変動に対する起伏・旋回方向のゲインスケジュールド分散制御, 日本機械学会論文集C編, 69-680, 914/922 (2003)
- [2] 増淵, 示村: ゲインスケジューリング系の設計におけるディスクリプタ形式の利用について, システム制御情報学会誌, 12-7, 390/394 (1999)
- [3] 陳, 柴田: ディスクリプタ表現の冗長性を利用したシステム解析, システム/制御/情報: システム制御情報学会誌, 47-5, 211-216 (2003)
- [4] 山本: 適応制御系における安定性の改善, 鳥取大学工学部研究報告, 1983, 14(1), 43-49
- [5] 適応制御による非線形追従制御系の設計 (電気自動車の走行制御への適用), 日本機械学会論文集C編 60-577, 3116-3123 (1994)
- [6] Bong-Jun Yang, Tansel Yucelen, Anthony J. Jong-Yeob Shin: An LMI-based Stability Analysis for Adaptive Controllers, American Control Conference, 2593-2598, (2009)
- [7] Nhan T. Nguyen, Kalmanje Krishnakumar, Jovan Boskovic: An Optimal Control Modification to Model-Reference Adaptive Control for Fast Adaptation, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, AIAA 2008-7283, 2008.
- [8] 劉: 線形ロバスト制御, コロナ社, (2002)