取引システムの統計的有効性に関する研究

M2011MM053 成田 和人

指導教員：石崎 文雄

1　はじめに

株式などの金融商品を取引するために，明確に定義されたルールに基づきシステマティックで機械的な取引を行う取引システムを利用した取引手法が現在よく使われている．そのような取引システムの中で代表的なものの一つは，いわゆるテクニカル分析に基づいた取引システムである．テクニカル分析は，過去の価格の動きに関する情報を利用して未来の価格のトレンドを予測する分析方法である．テクニカル分析を行うことで，市場の心理状態の変化をとらえ，そのことにより取引から利益を得ることが出来ると考えられてきた．テクニカル分析に基づいた取引システムでは，取引はテクニカル分析の結果に基づいて明確に定義されたルールに従って機械的に行われる．

株式などの金融資産の資産価格過程を，幾何ブラウン運動でモデル化することが伝統的には行われてきた．しかしながら, 近年の実証研究の結果は，資産価格過程の対数収益の分布は非対称性およびヘビーテイルの性質を持っていて，将来の価格の動きは過去の価格の動きの履歴に依存する性質があると考える方が自然であるということを示している．また，資産価格過程の対数収益の絶対値は長期記憶性を持つと考えられている．そのため，これらの性質を持たない幾何ブラウン運動で資産価格過程をモデル化することは適切ではないと考えられるようになってきている．資産価格過程が幾何ブラウン運動に従うと仮定した場合は，過去の価格の動きの履歴に基づいて取引を行う取引システムの有効性は完全に否定されることになる．そのため，学術的な世界においては，伝統的には取引システムの有効性は完全に否定されており，ゆえに取引システムの有効性に関する研究もほとんど行われてこなかった．しかしながら，資産の収益率の分布が非対称性およびヘビーテイルの性質を持っている，あるいは，対数収益の絶対値は長期記憶性を持っているように将来の価格の動きは過去の価格の動きの履歴に依存する性質がある非効率性が市場にあるならば，有効性を持つ取引システムが存在するかもしれない．Brock 他 [3] は，単純なテクニカル手法を使用することで，統計的に意味のある利益を得ることが出来る可能性があることを 60 年間の Dow Jones Index を調べて報告している．

本研究では，テクニカル分析に基づいた取引システムに着目し，為替時系列データを使用し，取引システムの統計的な有効性を調べる．有益な情報やパターンを効率的に抽出することや観測データに基づいて構築したモデルを用いて将来の現象を予測した際の統計的な評価を行うことが必要であることから，本研究においては現実の市場価格にブートストラップ法 [7, 8] を適用し，取引システムの統計的な有効性を調べる．特に，本研究では，資産価格過程として幾何ブラウン運動ではなく，将来の価格動向が過去の価格の履歴に依存する AR モデルや RW モデル，確率ボラティリティモデルである GARCH モデル，対数収益の符号を反転させた符号反転モデルの 4 つのモデルを想定する．4 つのモデルから生成される仮想的な価格過程に取引システムを適用する．その取引の結果に統計的な解析を行い，取引システムの統計的な有効性を調べ，その有効性を論じる．RW，AR，GARCH モデルより生成される資産価格過程の対数収益の絶対値は短期記憶性しか持たない．一方，対数収益の符号を反転させた符号反転モデルは，観測された資産価格過程の対数収益の絶対値をそのままの形で保存する．したがって，資産価格過程の対数収益の絶対値が長期記憶性を持つならば，符号反転モデルにおいて生成された対数収益の絶対値も長期記憶性を持つことになる．

2　長期記憶性

本節では，価格過程の対数収益の絶対値が長期記憶性を持つかどうか確認する．本研究では，価格過程の対数収益の絶対値が長期記憶性を保有しているかどうかを視覚的に調べる方法として，自己相関関数を観察する．

2.1　長期記憶性の確認

図 1 は，EURJPY の 1 時間の対数収益の絶対値の自己相関関数を示したものである．図の縦軸は相関係数，横軸は時間を表す．図 1 から，相関係数が大きい値をとる期間が比較的長期に継続していることから EURJPY の 1 時間の対数収益の絶対値は長期記憶性を持っていると考えることができる．予稿の枚数の制約上，AR モデル，RW モデル，GARCH モデル，符号反転モデルの 4 つのモデルから生成された価格過程の対数収益の絶対値の自己相関関数の図は予稿では省略する．符号反転モデル以外の 3 モデルにおいては，相関係数が時間に関係なく 0.08 から-0.08 間で 0 に近い値をとっており，長期記憶性は確認できなかった．しかし，符号反転モデルは，モデルの構造上，元の価格過程の自己相関関数と同一のものとなる．したがって，符号反転モデルの生成する価格過程の対数収益の絶対値は，長期記憶性を持つことになると考えることができる．

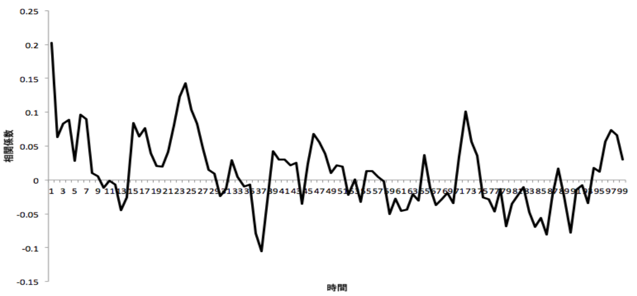

図 1　自己相関 (EURJPY)

3　ブートストラップを用いた統計的解析

本研究では，現実の市場価格にブートストラップ法を適用し，RW モデル，AR モデル，GARCH モデル，符号反転モデルから生成される仮想的な価格動向に取引システムを適用する．その取引結果に統計的な解析を行い，統計的な解析を行うことで取引システムの統計的な有効性を詳しく調べ，その有効性を論じる．以下にその手順の概要を説明する．

1. 資産価格過程のモデルを仮定する．本研究では資産価格過程のモデルとして，RW モデル，AR(1) モデル，GARCH(1,1) モデル，符号反転モデルを想定する．
2. 得られたモデルの残差を正規化する．資産価格過程がモデルによって生成された過程であったとするならば，正規化残差は独立同一分布にしたがうことになる．
3. 推定された正規化残差を復元抽出により再標本化 (resample with replacement) する．この標本を使用して，元の価格時系列データと同じ長さの新しい価格時系列を作る．ここで，符号反転モデルだけは正規化残差を復元抽出により，再標本化されないため手順 4 に移る．
4. ブートストラップされた価格時系列 (すなわち，手順 3 で生成された新しい価格時系列) に取引システムを適用する．
5. 選ばれた資産価格過程モデルのもとで，手順 1-4 を n 回繰り返し，取引システムの PF や TNP の経験分布を得る．
6. 手順 5 でシミュレートされた取引システムの結果において，PF あるいは TNP が元の価格時系列データに取引システムを適用した場合のそれらよりも大きいものの割合を調べる．

4　資産価格過程モデル

金融時系列において観測される現象として，時系列の変動が大きくなるとしばらく変動の大きい時期が持続し，変動が小さくなるとしばらく変動の小さい時期が持続する．これはボラティリティ・クラスタリングと言われる [9].

資産価格過程を表すために伝統的によく使われてきた確率過程モデルには，将来の価格の動きが価格の履歴とは独立な RW モデルや将来の価格の動きが価格の履歴に依存する AR モデルがある．しかしながら，これら RW モデルや AR モデルはボラティリティ・クラスタリングを表現できないモデルである．一方，ボラティリティ・クラスタリングを表現できる確率過程モデルとして ARCH モデルやそれを拡張した GARCH モデルが提案されている．本節では，それらの確率過程モデルの特徴を要約する [6].

4.1　ブートストラップ

本研究では，現実の市場価格にブートストラップ法を適用し，4 つのモデルから生成される仮想的な価格動向に取引システムを適用する．その取引結果に統計的な解析を行い，取引システムの統計的な有効性を調べるため最適なモデルを調べる．そのためには，複雑な現象と予測，また新しい発見のために，現象の情報源であるデータをさまざまな統計的手法を用いて分析し，有益な情報やパターンを効率的に抽出することが必要である．また，観測データに基づいて構築したモデルを用いて将来の現象を予測した際の評価を行うことも必要である．このような問題に対して，複雑な理論や数式に基づく解析を，計算機を用いた大量の反復計算で置き換えて実行するブートストラップ法を 4 つのモデルに適用する．

4.2　RW モデル

RW モデルとは，ランダムウォーク (random walk) を使用したモデルである．$\{z_n\}_{n=1}^{\infty}$ は互いに独立で同一分布にしたがう確率変数の列とする．このとき，$x_0 = a$ (a は定数),

$$x_n = a + z_1 + z_2 + \cdots + z_n \tag{1}$$

により，確率過程 $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ を定義する．このとき $\{x_n\}$ をランダムウォークと呼ぶ．ブートストラップ法を適用した RW モデルは以下の式となる．このとき，ε_n は独立同分布である．

$$r_n = \varepsilon_n \tag{2}$$

4.3　AR モデル

経済時系列データのような時系列データを表す線形定常確率過程の確率モデルとして最も代表的なものとして AR モデル (autoregressive mode : 自己回帰モデル) がある．AR モデル $\{x_n\}$ は以下の式で表現される．

$$x_n = \sum_{k=1}^{P} \alpha_1 x_{n-1} + \varepsilon_n \tag{3}$$

ここに，x_n は離散時間の時刻 n におけるシステムの出力を表す．また α_n は任意の定数，ε_n はノイズ (残差) で，AR モデルの性質を決定するパラメータであることから AR パラメータとよばれる．式 (4) によって定義される AR モデルは，現在のシステムの出力を決定するために過去 p 個の出力が使われているため，p 次の AR モデルと呼ばれる．ブートストラップ法を適用した AR モデルは以下の式となる．

$$P_n = P_{n-1} \exp(r_n) \tag{4}$$

4.4　ARCH

ARCH(autoregressive conditional heteroskedasticity) モデルは，Engle[4] によって提案されたモデルであり，ボラティリティ変動の持続性を考慮し，現在のボラティリティσ_n^2 を，過去の収益率の予期できないノイズ (残差) の 2 乗 $\varepsilon_{n-1}^2, \varepsilon_{n-2}^2, \ldots, \varepsilon_{n-l}^2$ の線形関数として表したものである．ARCH モデル $\{x_n\}$ は以下の式で表現される．

$$x_n = c + \varepsilon_n \tag{5}$$

$$\varepsilon_n = z_n + \sigma_n \tag{6}$$

$$\sigma_n^2 = a_0 + \sum_{l=1}^{p} a_1 \varepsilon_{n-1}^2 \tag{7}$$

ここに，c は x_n の平均を表す定数，z_n は独立同一分布にしたがう確率変数である．

4.5 GARCH

GARCH(Generalized ARCH) モデルは，Bollerslev[2] によって提案され，ARCH モデルの過去の収益率の予期できないノイズ (残差) の 2 乗に，過去のボラティリティを加えたモデルである．GARCH モデル $\{x_n\}$ は，ARCH モデルの σ_n^2 に関する式を以下の式に置き換えたものとして定義される．

$$\sigma_n^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_1 \varepsilon_{n-1}^2 + \sum_{j=1}^{q} b_1 \sigma_{n-1}^2 \tag{8}$$

ブートストラップ法を適用した GARCH モデルは以下のようになる．

$$P_{n+1} = P_n \exp(r_n) \tag{9}$$

4.6 符号反転

符号反転モデルは，符号を反転させるモデルである．ここに，$\{z_n\}$ は確率変数 [0,1] の一様分布に従い，$\{r \in [0,1]\}$ は独立同分布に従う確率変数である．

$$x_n = x_{n-1} e^{s_n v_n} \tag{10}$$

$$s_n = \begin{cases} -1 & (r \geq z_n) \\ 1 & (r < z_n) \end{cases}$$

5 テクニカル分析

テクニカル分析とは，過去の価格の動きに関する情報を利用して未来の価格のトレンドを予測する分析方法である．テクニカル分析を行うことで，市場の心理状態の変化をとらえ，そのことにより取引から利益を得ることが出来ると考えられてきた．本研究では，テクニカル分析をもとに明確に定義されたルールに基づきシステマティックで機械的な取引を行う取引システムを考える．テクニカル分析のための指標が現在までに数多く提案されているが，本研究では，特に MACD(Moving Average Convergence-Divergence)[1] と呼ばれるテクニカル指標にもとづいた明確なルールにしたがい機械的な売買を行う取引システムを考える．本節では，MACD とそれにもとづいた売買ルールを簡単に説明する．

5.1 EMA

EMA(Exponential Moving Average) は，株取引や為替取引のためのテクニカル分析のひとつで，トレンドの転換点を示すトレンド系チャートである．移動平均線の一種であるが，EMA はより現在のレートを重視して算出される移動平均線となっている．通常の移動平均線よりもトレンドが強く反映されており，値段に沿って動くチャートが形成される．時刻 t での株価を P_t とすると，EMA $\{E_t\}$ は，初期値を $E_0 = P_0$ として，$t > 0$ で以下のように計算される．

$$E_t = \alpha P_t + (1-\alpha) E_{t-1} \tag{11}$$

ここに，α は重み係数で $0 \leq \alpha \leq 1$ の定数である．重み係数 α が大きいほど現在の株価をより強く反映し，小さいほど過去の株価をより強く反映することになる．

5.2 MACD と MACD にもとづいた売買ルール

MACD 指標は，過去の価格に関連する 2 つの EMA を MACD とシグナルと呼ばれる 2 本の線に示したものである．MACD は EMA の重み係数 α を, $\alpha = 1/n$ とした長期 EMA と $\alpha = 1/m$ とした短期 EMA の差として構築される．ここに n，m は整数で，$n > m$ とする．時刻 t での長期 EMA を E_t^L $(t = 0, 1, \ldots)$，短期 EMA を E_t^S $(t = 0, 1, \ldots)$ で表すと，それぞれ以下の式で与えられる．

$$E_t^L = \frac{1}{n} P_t + \left(1 - \frac{1}{n}\right) E_{t-1}^L, \qquad t = 1, 2, \ldots \tag{12}$$
$$E_0^L = P_0$$

$$E_t^S = \frac{1}{m} P_t + \left(1 - \frac{1}{m}\right) E_{t-1}^S, \qquad t = 1, 2, \ldots \tag{13}$$
$$E_0^S = P_0$$

ここで, 時刻 t における MACD を M_t $(t = 0, 1, \ldots)$ で表すと，MACD は

$$M_t = E_t^S - E_t^L, \qquad t = 1, 2, \ldots \tag{14}$$
$$M_0 = 0$$

と定義される．

短期 EMA が長期 EMA よりも大きい場合，MACD は正の値をとる．短期間 EMA は長期 EMA よりも市場における短期的なトレンドを反映するので，この場合は市場が強気であると考えられる．逆に短期 EMA が長期 EMA よりも小さい場合，MACD は負の値をとり，この場合は市場が弱気であると考えられる．したがって，MACD はトレンドフォロー型の指標となっている．MACD は，市場に明確なトレンドがある場合は良い指標であるが，市場に明確なトレンドがない場合は，余分な売買を繰り返してしまうことで損失を重ねてしまう．このような余分な売買による損失を抑えるために，MACD 自体の EMA を考える．MACD 自体の EMA をシグナルと呼び，時刻 t でのシグナルを SL_t で表すと

$$S_t = \frac{1}{k} M_t + \left(1 - \frac{1}{k}\right) S_{t-1}, \qquad t = 1, 2, \ldots \tag{15}$$
$$S_0 = 0$$

と定義される．ここに k は整数である．

MACD にもとづいた売買ルールは，シグナルと MACD の両方の値を使用して次のように表現される．

- MACD がシグナルを下から上に横切ったとき，資産を買う．

- 逆に，MACD がシグナルを上から下に横切ったとき，資産を売る．

この売買ルールにしたがうと，あるポジションを閉じるとき必ず反対のポジションを取ることになるので，常にポジションを保持したまま市場にいることになる．

6 シミュレーション

本節では，テクニカル分析に基づいた取引システムの利益率に着目し，その有効性を調べる．特に資産価格過程として幾何ブラウン運動ではなく将来の価格動向が過去の価格の履歴に依存するモデル，確率ボラティリティモデル, 反転モデルを想定する．現実の市場価格にブートストラップ法を適用し，それらのモデルから生成される仮想的な価格動向に取引システムを適用した結果を報告する．本研究では為替の時系列データを IBI-Square Stocks(http://www.ibi-square.jp/kakodata.shtml) からユーロ/円 (EURJPY)，ドル/円 (USDJPY)，フラン/円 (CHFJPY)，ポンド/円 (GBPJPY) の 2010 年 1 月 9 日から 2010 年 9 月 10 日までの 1 時間足の為替時系列の終値を使用する．また，取引システムの MACD のデフォルトパラメータを m=10，n=20，k=9.

7 シミュレーション結果

4 つのモデルを適応した取引システムの結果を報告する．TNP は合計利益，PF は利益率を表す．表 1 から，PF は CHFJPY 以外は 1 よりも高くなった．中でも GBPJPY は 1.36 で PF が出ていることが確認できた．表 2 からは，反転率 0.7 の場合に CHFJPY より 1.31 の PF が見られ，他のモデルの取引システムの結果よりも高い PF が確認できた．

表 1 元データへの取引システムの適用結果

	EURJPY	USDJPY	CHFJPY	GBPJPY
TNP	21.0	0.81	−6.26	25.1
PF	1.34	1.02	0.74	1.36

表 2 符号反転モデルへの取引システムの適用結果

	EURJPY	USDJPY	CHFJPY	GBPJPY
TNP	0.99	−1.61	15.0	−10.4
PF	1.01	0.96	1.31	0.92

7.1 モデル比較

本節では，元データへの取引システムの適用した取引結果とシミュレーション結果からモデルの中で特に高い PF を得た CHFJPY の反転率 0.7 の符号反転モデルの比較を行う．ブートストラップした符号反転モデルから 100 個のデータを生成し，取引システムに適用させ PF と TNP を出す．その値が元データへの取引システムの適用した値よりも高い値が全体の 80%を超えた場合に符号反転モデルへの取引システムに有効性が説明できると仮定する．

7.2 モデル比較結果

元データへの取引システムに適用したものと符号反転モデルを取引システムに適用ものを比較した結果，TNP と PF はそれぞれ 69%と 91%となり，PF は全体の 80%を超えた．しかし，TNP は 80%を超えなかったため，符号反転モデルを用いた取引システムに有効性は説明できないとする．

8 おわりに

本研究では，テクニカル分析に基づいた取引システム，特に MACD にもとづいた売買ルールに機械的にしたがう取引システムに着目し，その統計的な有効性を調べた．シミュレーション結果より，CHFJPY の符号反転モデルから PF1.31 得た．しかし，統計的に符号反転のモデル比較すると PF は全体の 80%を超えたが TNP は 80%を超えず，符号反転モデルへの取引システムの有効性は説明できないとした．モデル比較のモデルから生成されるデータ数が少ないため，本研究のモデル比較結果はまだ精度が高いとは言えない．そのため，今後の課題としてデータ数を増やし取引システムの精度の高いモデル比較を行っていきたい．

参考文献

[1] G. Appel and F, Hitschler Stock Market Trading Systems, Traders Press,1980.

[2] T. Bollerslev, “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, 31,pp.307–327.1986.

[3] W. Brock,J. Lakonishok,and B. LeBaron, “Simple Technical Trading Rules and the Stochastic Properties of Stock Returns,” *Journal of Finance*,47(5),pp.1731–1764,1992.

[4] R. F. Engle,“Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation,” *Econometrica*,50(4),pp.987–1007, 1982.

[5] G. Fusai and A. Roncoroni, Implementing Model Quantitative Finance: Methods and Cases, Springer-Verlag,2008.

[6] E. Zivot and J. Wang, Modeling Financial Time Series with S-PLUS, Second Edition,Springer Science+Business Media, 2006.

[7] 乾 孝治, 室町 幸雄：“ 金融モデルにおける推定と最適化 ”，朝倉書店，2000.

[8] 小西貞則，越智義道，大森裕浩：“ 計算統計学法 ブートストラップ・EM アルゴリズム・MCMC”，朝倉書店，2008.

[9] 渡部敏明：“ ボラティリティ変動モデル ”，朝倉書店，2004.