

# ジブクレーンに対するロープ長の時間変化を考慮した ゲインスケジューリング制御

M2009MM007 石田将一

指導教員：高見勲

## 1 はじめに

ジブクレーンとは、動力によって荷を吊り上げ、これを水平方向に運搬することを目的とする装置である。クレーンの制御には、安全性を維持し、高速、正確で過渡時の吊り荷の振動と残留振動を抑制することが必要となる。このために、ロープ長の変動が制御系の安定性や制御性能に与える影響を緩和、抑制するロバスト制御系設計法が報告されている[1]~[3]。他にも、ジブクレーンのダイナミクスをLPV（線形パラメータ可変）システムで表現し、ロープ長の変動を考慮したGS（ゲインスケジューリング）制御系設計法が報告されている[4]~[15]。

本研究では、ジブクレーンの作業効率を向上させる手段として、滑車の横行きとロープの巻き上げの2動作を同時に行う際の制御系設計法を提案する。本研究の1つ目の特徴は、状態方程式に現れるロープ長変化の速度と加速度を省略することなく制御系設計を行うことである。これに対し、先行研究ではモデル導出まではロープ長を時変パラメータとして扱っているが、制御系設計時にはロープ長変化の速度と加速度を0として扱っている。このため、本提案法は従来の制御手法と比べて制御系設計結果の精度が向上する。また、状態空間表現の枠組みでロープ長変化の速度と加速度を考慮したロバスト制御系設計やGS制御系設計を行う場合、状態方程式に非線形に現れる変動パラメータを厳密にポリトープ表現することが困難なため、設計結果が保守的になる傾向がある。一方、ディスクリプタ変数を導入することで、設計結果の保守性を軽減できる場合があることや、パラメータ依存リアプノフ関数の扱いが容易となることが報告されている[16]~[20]。本研究の2つ目の特徴として、ジブクレーンのディスクリプタ表現に対して適切なディスクリプタ変数を導入し、変動パラメータをLFTを用いて扱いやすい形で取り出すことにより、変動パラメータの非線形性を無視することのないポリトピックLPVシステムを構成する。そして、ロープ長の時間変化を考慮したロバスト制御系設計法とパラ

メータ依存リアプノフ関数に基づくGS制御系設計法を示す。これにより、2動作を同時に行う場合のいかなるロープ長の変動に対しても安定な制御系を構築できることを理論的に保証する。また、両者の制御性能を $H_2$ ノルムを用いて評価したうえで、提案法の有効性をシミュレーションおよび実験を通して検証する。

## 2 制御対象

本研究では、ロープ長を時変パラメータとして扱った場合の吊り荷のダイナミクスを、ディスクリプタ表現の枠組みでモデル化する。その際に用いた概略図を図1に示す。観測量は、滑車の位置  $x_j$  [m]、吊り荷の振れ角  $\gamma$  [rad]、ロープ長  $l$  [m] であり、制御量は吊り荷の水平方向の位置  $y$  [m] ( $y = x_j - l \sin \gamma$ ) である。操作量は横行き用モータへの入力電流  $I_j$  [A] である。ただし、以下の前提のもとでモデル化する。i) ロープは質量のない剛体棒である。ii) 吊り荷は質点である。iii) 吊り荷はタワーとブームで構成される2次元空間内で運動する。iv) 滑車の移動での摩擦は無視できる。v)  $\gamma$  は十分小さく、 $\sin \gamma \approx \gamma$ 、 $\cos \gamma \approx 1$ 、 $\dot{\gamma}^2 \approx 0$  のように近似できる。ここで、一般化座標  $q(t)$  を  $q(t) = [x_j(t) \ \gamma(t)]^T$  とおくと、吊り荷振動系の数学モデルは式(1)と与えられる。

$$E(l, l^2)\ddot{q} + F(\dot{l}, l)\dot{q} + G(l, \dot{l})q = HI_j \quad (1)$$

$$E = \begin{bmatrix} m_j & -m_p l \\ -m_p l & m_p l^2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 & -2m_p \dot{l} \\ 0 & 2m_p l \dot{l} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & -m_p \dot{l} \\ 0 & m_p g l \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} k_t \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで、状態変数を  $x_p = [q^T \ \dot{q}^T]^T$ 、操作量を  $u_p = I_j$  とすると、ディスクリプタ表現は式(2),(3)で与えられる。

$$E_p(l, l^2)\dot{x}_p = A_p(l, \dot{l}, \ddot{l})x_p + B_p u_p \quad (2)$$

$$y = C(l)x_p \quad (3)$$

$$E_p = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}, A_p = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -G & -F \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ H \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -l & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## 3 制御系設計

本研究では、ロープ長に関する変動パラメータ  $l$  に加えて、ロープ長の変化速度  $\dot{l}$  と加速度  $\ddot{l}$  を考慮した状態フィードバックコントローラを設計する。これにより、ロープ長が時間と共に変化する場合の閉ループ系の安定性が理論的に保証される。その結果、ロープの巻き上げと滑車の横行きが同時に実行でき、運搬のサイクルタイム短縮が可

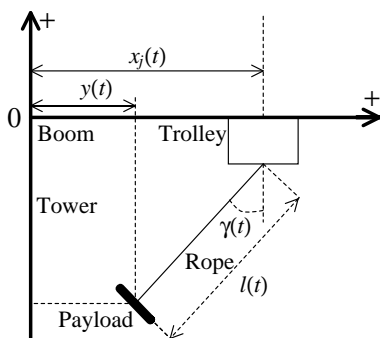


図1: ジブクレーンの概略図

能となる．クレーンの重要な制御目的として，吊り荷を偏差なく目標値に追従させることが挙げられる．そこで本研究では，制御量  $y$  を目標値  $r$  に追従させるために状態変数に偏差の積分  $x_e = \int_0^t e(\tau)d\tau$ ,  $e = r - y$  を追加し，状態変数を  $x(t) = [(q(t) - q(\infty))^T \dot{q}(t)^T x_e(t) - x_e(\infty)]^T$ ，操作量を  $u(t) = u_p(t) - u_p(\infty)$  として拡大系を構成する．ただし， $q(\infty)$ ,  $x_e(\infty)$ ,  $u_p(\infty)$  は定常値である．また，信号の  $H_2$  ノルムはその2乗面積を表しており過渡応答のよさを表す尺度に適しているため，制御性能の評価指標には  $H_2$  ノルムを採用する[21]．

### 3.1 GS制御系設計

一般にLPV システムの安定性はスケジューリングパラメータの変動範囲のみならず，その変化速度にも依存する．よって，スケジューリングパラメータの変化速度を考慮した設計を行うことで，考慮しない場合と比べて設計結果の保守性が改善できると考えられる．さらに，ジブクレーンに対して状態空間表現の枠組みでGS制御系設計を行う場合，制御入力行列にスケジューリングパラメータが含まれることや， $l^{-1}$ ,  $\dot{l}^{-1}$ ,  $\ddot{l}^{-1}$  という非線形な関数を形式的に線形なスケジューリングパラメータとして扱うため，設計結果が保守的になる傾向がある．これに対して本研究では，ジブクレーンのディスクリプタ表現に対して，適切なディスクリプタ変数の導入とLFTを組み合わせることでスケジューリングパラメータを扱いやすい形で取り出す方法を示す．また， $l$ ,  $\dot{l}$ ,  $\ddot{l}$  に対して厳密なポリトープを構成し，パラメータ依存リアプノフ関数に基づく制御系設計を行う方法を示す．ただし，以下では  $\text{He}\{M\} = M + M^T$  という記号を用いる．

設計に用いるスケジューリングパラメータ  $\theta$  およびその変化速度  $\dot{\theta}$  の上下界を頂点とするパラメータボックスを式(4),(5)と与える．

$$\Theta = \{\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T : \theta_i \in \{\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i\}\} \quad (4)$$

$$\Theta_d = \{\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3]^T : \dot{\theta}_i \in \{\underline{v}_i, \bar{v}_i\}\} \quad (5)$$

$$\theta_1 = l, \theta_2 = \dot{l}, \theta_3 = \ddot{l}, (i = 1, 2, 3)$$

式(2)から，ディスクリプタ表現の枠組みにおいて，ジブクレーンは行列  $E_p$  に変動パラメータを含むシステムであることがわかる．このような特徴を持つシステムに対して冗長なディスクリプタ変数を導入することで，計算可能なLMI条件を導出できることが知られている[16]．本研究では，ディスクリプタ変数を  $x_G = [x^T \ \ddot{q}^T]^T$  と与えることで，まず，式(2)を式(6)のように表現する．

$$E_G \dot{x}_G = A_G(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_1\theta_2, \theta_1^2)x_G + B_G u \quad (6)$$

$$E_G = \text{block diag}(I, I, 1, 0)$$

$$A_G = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \\ -J & 0 & 0 & 0 \\ -G & -F & 0 & -E \end{bmatrix}, B_G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix}, J = [1 \ \theta_1]$$

式(6)より，スケジューリングパラメータを行列  $A_G$  に集約できていることがわかる．次に，パラメータ依存リアプノフ関数を用いる場合に計算可能なLMI条件を導出するために，行列  $A_G$  を  $\theta_1\theta_2$  と  $\theta_1^2$  を含まない形式に等価

変換する．このような変換を行うためにスケジューリングパラメータをLFTで取り出す方法を適用する [19][20]．本研究では，行列  $A_G$  に含まれるスケジューリングパラメータの形に着目し，LFT形式のスケジューリングパラメータ  $\Delta$  を式(7)と与え，行列  $A_G(\theta)$  を  $\Delta$  を用いて式(8)と表す．

$$\Delta = \sum_{i=1}^3 \theta_i \Delta_i, (i = 1, 2, 3) \quad (7)$$

$$A_G(\theta) = A_n + B_\delta \Delta (I - D_\delta \Delta)^{-1} C_\delta \quad (8)$$

$$\Delta_1 = \text{diag}(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0),$$

$$\Delta_2 = \text{diag}(0, 0, 0, 0, 0, 1, 0)$$

$$\Delta_3 = \text{diag}(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$$

このとき，式(6)と等価なシステムは式(9)-(11)で表現できる．ただし，パラメータ依存リアプノフ関数に基づくGSコントローラを設計することを考慮し，行列  $A_n$ ,  $C_\delta$  がスケジューリングパラメータを含まないように変換する．

$$E_G \dot{x}_G = A_n x_G + B_\delta w_\delta + B_G u \quad (9)$$

$$z_\delta = C_\delta x_G + D_\delta w_\delta \quad (10)$$

$$w_\delta = \Delta z_\delta \quad (11)$$

$$A_n = \left[ \begin{array}{c|c} A_{n11} & A_{n12} \\ \hline A_{n21} & A_{n22} \end{array} \right], B_\delta = \left[ \begin{array}{c} B_{\delta 1} \\ B_{\delta 2} \end{array} \right]$$

$$C_\delta = \left[ \begin{array}{c|c} C_{\delta 1} & C_{\delta 2} \end{array} \right]$$

最後に，新たなディスクリプタ変数を  $x_d = [x_G^T \ z_\delta^T]^T$  と与えることで， $x_d$  の係数行列  $A_d$  に  $(I - D_\delta \Delta)^{-1}$  という項を含まない形式に変換する．以上の変換を行うことで，計算可能なLMI条件を導出できる．変換後のシステムは式(12)と与えられる．

$$E_d \dot{x}_d = A_d(\theta)x_d + B_d u \quad (12)$$

$$A_d = \left[ \begin{array}{c|c|c} A_{n11} & A_{n12} & B_{\delta 1} \Delta \\ \hline A_{n21} & A_{n22} & B_{\delta 2} \Delta \\ \hline C_{\delta 1} & C_{\delta 2} & -I + D_\delta \Delta \end{array} \right]$$

$$E_d = \left[ \begin{array}{c|c} E_G & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right], B_d u = \left[ \begin{array}{c} B_G \\ 0 \end{array} \right], (i = 1, 2, 3)$$

式(12)の形式で表現されるディスクリプタシステムに対する安定判別条件として次の結果がある．ただし本研究では，行列  $E_d$  の構造を考慮し，リアプノフ行列  $X_d(\theta)$  と変数行列  $Y_d(\theta)$  の候補を次の形に制約する．

$$X_d(\theta) = \begin{bmatrix} X(\theta) & 0 & 0 \\ X_{21}(\theta) & X_{22}(\theta) & X_{23}(\theta) \\ X_{31}(\theta) & X_{32}(\theta) & X_{33}(\theta) \end{bmatrix}, X(\theta) > 0$$

$$E_d \dot{X}_d(\theta) = \begin{bmatrix} \dot{X}(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, Y_d(\theta) = \begin{bmatrix} Y(\theta) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

[定理] (参考文献[20]) 式(12)のシステムが安定であるための十分条件は、式(13)を満足する  $X(\theta) > 0$ ,  $X_{21}(\theta)$ ,  $X_{22}(\theta)$ ,  $X_{23}(\theta)$ ,  $X_{31}(\theta)$ ,  $X_{32}(\theta)$ ,  $X_{33}(\theta)$ ,  $Y(\theta)$  が存在することである。

$$\text{He}\{A_d(\theta)X_d(\theta) + B_{du}Y_d(\theta)\} - E_d\dot{X}_d(\theta) < 0 \quad (13)$$

式(13)の左右からそれぞれ、 $[I \ B_\delta \Delta(I - D_\delta \Delta)^{-1}]$ とその転置をかけると式(14)を得る。

$$\text{He}\{A_G(\theta)X(\theta) + B_G Y(\theta)\} - \dot{X}(\theta) < 0 \quad (14)$$

従って、式(13)における  $X(\theta)$  は、元のディスクリプタ表現におけるリアプノフ行列ということがわかる。式(14)にはLFT形式のスケジューリングパラメータ  $\Delta$  とパラメータ依存リアプノフ行列  $X(\theta)$  の積が存在するが、式(13)にはこの積が存在しない。また、 $\Delta$  と  $X_{31}(\theta)$ ,  $X_{32}(\theta)$ ,  $X_{33}(\theta)$  との積が存在するが、 $X_d(\theta)$  を式(15)の形で与え、 $X_{31i}$ ,  $X_{32i}$ ,  $X_{33i}$  に対して式(16)の制約を与えることで、式(13)は  $\theta$  に対してマルチアフィンとなる。これはスケジューリングパラメータ  $\theta$  とその変化速度  $\dot{\theta}$  の端点でLMI条件を解くことにより、安定性を保証できることを意味する。

$$X_d(\theta) = \hat{X}_{d0} + \sum_{i=1}^3 \theta_i \hat{X}_{di}, \quad \hat{X}_{di} \quad (15)$$

$$\Delta_i [X_{31i} \ X_{32i} \ X_{33i}] = 0 \quad (16)$$

式(12)に対して、 $H_2$ 制御仕様を考慮した場合の一般化制御対象を式(17),(18)と与える。

$$E_d \dot{x}_d = A_d(\theta)x_d + B_{dw}w + B_{du}u \quad (17)$$

$$z = C_d x_d + Du \quad (18)$$

$$B_{dw} = \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_d = [C \ 0 \ 0], \quad C = \begin{bmatrix} Q^{\frac{1}{2}} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ R^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

ただし、 $w$  は外乱入力、 $z$  は評価出力、 $Q$  は状態変数  $x$  に対する重み行列、 $R$  は制御入力  $u$  に対する重みである。ここで、行列  $A_d$ ,  $X_d$ ,  $Y_d$  は式(19)のように表現できる。

$$[A_d(\theta) \ X_d(\theta) \ Y_d(\theta)] = \sum_{i=1}^8 \beta_i(\theta) [A_{di} \ X_{di} \ Y_{di}] \quad (19)$$

$$\beta_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^8 \beta_i = 1, \quad (i = 1, \dots, 8)$$

式(17)~(19)で表されるポリトピックLPVシステムを、スケジューリングパラメータ  $\theta$  とその変化速度  $\dot{\theta}$  の変動範囲内において安定化し、 $w$  から  $z$  までの  $H_2$  ノルムを最小化する状態フィードバックGSコントローラを求めるためのLMI条件は式(20)-(24)で与えられる。

$$\text{minimize} : \gamma \quad (20)$$

$$\text{subject to} : X_i > 0 \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{A_{di}X_{di} + B_{du}Y_{di}\} - S_k & B_{dw} \\ B_{dw}^T & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} X_i & (CX_i + DY_i)^T \\ CX_i + DY_i & W_i \end{bmatrix} > 0 \quad (23)$$

$$\text{Trace}(W_i) < \gamma^2 \quad (24)$$

$$(i = 1, \dots, 8), \quad (k = 1, \dots, 8)$$

式(20)-(24)を満たす  $X_i$ ,  $Y_i$  から  $X(\theta)$ ,  $Y(\theta)$  を得ることで、ディスクリプタ表現の枠組みにおけるGSコントローラ  $K_d$  は式(25)のように与えられる。

$$K_d(\theta) = Y(\theta)X(\theta)^{-1} \quad (25)$$

また、式(20)-(24)において、 $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $W_i$  を単一とし、 $S_k = 0$  とすると、ロープ長の時間変化を考慮した固定ゲインのロバストコントローラが導出できる。

## 4 設計結果

設計結果を以下に示す。ただし、実験機で再現可能なロープの巻き上げ動作を行うため、スケジューリングパラメータの上下界を  $\theta_1 \in [0.1, 0.7]$ ,  $\theta_2 \in [-0.25, 0.25]$ ,  $\theta_3 \in [-0.25, 0.25]$ ,  $\dot{\theta}_1 \in [-0.25, 0.25]$ ,  $\dot{\theta}_2 \in [-0.25, 0.25]$ ,  $\dot{\theta}_3 \in [-0.25, 0.25]$  と与える。

### 4.1 $H_2$ ノルムを用いた制御性能の比較

ディスクリプタ表現の枠組みで単一のリアプノフ関数に基いてGSコントローラを設計した場合と、パラメータ依存リアプノフ関数に基づきGSコントローラを設計した場合の閉ループ系の  $H_2$  ノルムの上界を、コントローラを  $\theta_1$  に依存させた場合、 $\theta_1, \theta_2$  に依存させた場合、 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  に依存させた場合に分けて表1, 2に示す。ただし、 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  を不確かさとしてロバストコントローラを設計した場合の  $H_2$  ノルムの上界は 5.29 であった。

表1, 表2から、パラメータ依存リアプノフ関数に基いた設計を行うことにより、設計結果の保守性が改善できていることがわかる。しかし、式(25)のGSコントローラを実装するには、スケジューリングパラメータの真の値を得ることが困難であることや、 $X(\theta)^{-1}$  を制御実行中に常に計算する必要があるため、このままでは実装が困難である。そこで、本研究で扱う実験機で再現できる状況において、達成される制御性能と実装の難しさを考慮した場合、ロバストコントローラで制御を行うことが妥当だと判断した。

表 1: 単一のリアプノフ関数に基づく設計結果

GSパラメータ	$\theta_1$	$\theta_1, \theta_2$	$\theta_1, \theta_2, \theta_3$
$H_2$ ノルムの上界	5.29	5.28	5.27

表 2: パラメータ依存リアプノフ関数に基づく設計結果

GSパラメータ	$\theta_1$	$\theta_1, \theta_2$	$\theta_1, \theta_2, \theta_3$
$H_2$ ノルムの上界	4.16	4.07	4.07

### 4.2 シミュレーションおよび実験結果

本研究で設計したコントローラの有用性を検証するためにシミュレーションおよび実験を行った。ただし、4.1節で示したように、ディスクリプタ表現の枠組みで導出した固定ゲインのロバストコントローラを用いる。目標値は吊り荷の位置  $y$  に対して 0.5 [m] と与えた。また、ロープ長の時間変化に対してロバスト安定性を保証できていることを示すために、ロープ長を時間と共に図2, 図4のように変化させた。巻き下げながら吊り荷の水平方向の位置決めを行った結果を図3に示す。また、巻き下げな

から吊り荷の水平方向の位置決めを行った結果を図5に示す。シミュレーションと実験共にロープ長が時変の場合でも安定化できていることがわかる。また、定常偏差なく目標値に追従していることがわかる。以上から、本提案法を用いることで、安全性を維持し、吊り荷の振動を抑制しながら、高速で正確な運搬ができることが示された。

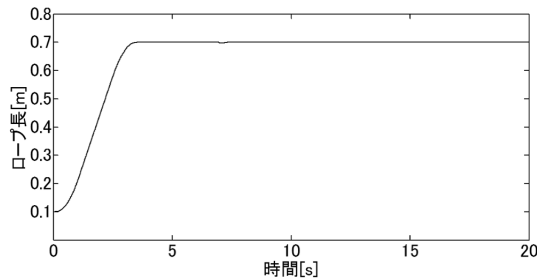


図 2: 巻き下げ時のロープ長

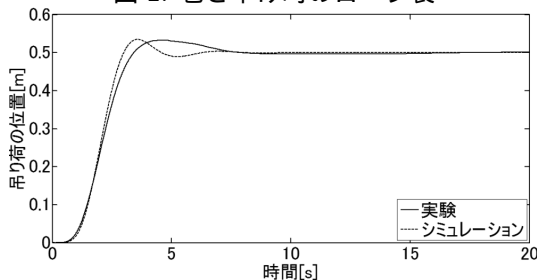


図 3: 巻き下げながらの実験結果

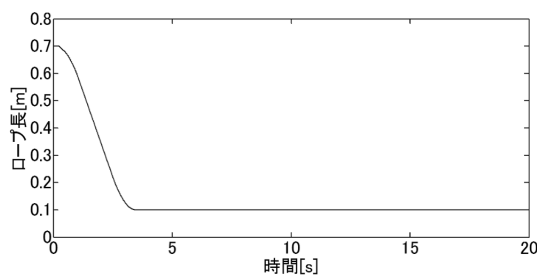


図 4: 巻き上げ時のロープ長

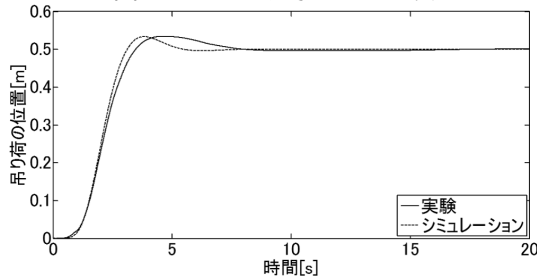


図 5: 巻き上げながらの実験結果

## 5 おわりに

本研究では、ジブクレーンに対するロープ長の時間変化を考慮した制御系設計をディスクリプタ表現の枠組みにおいて行った。また、パラメータ依存リアプノフ関数に基づくGS制御系設計を行うことで、単一のリアプノフ関数に基づく設計を行う場合に比べて設計結果の保守性を軽減できることを、 $H_2$ ノルムを用いた設計結果の比較を行うことにより示した。最後に、提案法の有効性をシミュレーションおよび実験を通して検証した。今後の課題として、スケジューリングパラメータに含まれる不確かさに対処することや、 $X(\theta)^{-1}$ の取り扱いを工夫することで、パラメータ依存リアプノフ関数に基づくGSコントローラの実装を容易にすることが挙げられる。

## 参考文献

- [1] E.M.Abdel-Rahman, A.H.Nayfeh and Z.N.Masoud: Dynamics and Control of Cranes: A Review, *Journal of Vibration and Control*, **9**-7, 863/908 (2003)
- [2] 高木, 内山: 旋回クレーンの簡易ロバスト制御, *日本機械学会論文集(C編)*, **70**-690, 483/491 (2004)
- [3] S.Sano, H.Ouyang, H.Yamashita and N.Uchiyama: LMI Approach to Robust Control of Rotary Cranes under Load Sway Frequency Variance, *Journal of System Design and Dynamics*, **5**-7, 1402/1417 (2011)
- [4] P. Apkarian and J. M. Biannic and P. Gahinet: Self-Scheduled  $H_\infty$  Control of Missile via Linear Matrix Inequalities, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, **18**-3, 532/538 (1995)
- [5] P. Apkarian, P. Gahinet and G. Becker: Self-scheduled  $H_\infty$  control of linear parameter-varying systems: a design example, *Automatica*, **31**-9, 1251/1261 (1995)
- [6] A. Packard: Gain scheduling via linear fractional transformations, *Systems Control Letters*, **22**-2, 79/92 (1994)
- [7] 西村, 種村, 野波: 走行クレーンのロープ長変動に対するゲインスケジューリング位置決め制御, *日本機械学会論文集(C編)*, **62**-599, 176/182 (1996)
- [8] 高木, 西村: タワークレーンの吊り荷ロープ長変動を考慮したゲインスケジューリング制御, *日本機械学会論文集(C編)*, **64**-626, 3805/3812 (1998)
- [9] 高木, 西村: タワークレーンの吊り荷ロープ長変動に対する起伏・旋回方向のゲインスケジューリング分散制御, *日本機械学会論文集(C編)*, **69**-680, 914/922 (2003)
- [10] D. J. Leith, W. E. Leithead: Survey of gain-scheduling analysis and design, *International Journal of Control*, **73**-11, 1001/1025 (2000)
- [11] W. J. Rugh, J. S. Shamma: Research on gain scheduling, *Automatica*, **36**-10, 1401/1425 (2000)
- [12] P. Apkarian and R.J. Adams: Advanced Gain-Scheduling Techniques for Uncertain Systems, *IEEE transactions on control systems technology*, **6**-1, 21/32 (1998)
- [13] P. Gahinet, P. Apkarian and M. Chilali: Affine parameter-dependent Lyapunov functions and real parametric uncertainty, *IEEE Trans. Automatic Control*, **46**-12, 1941/1946 (2001)
- [14] R. Watanabe, K. Uchida and M. Fujita: A new LMI approach to analysis of linear systems with scheduling parameter based on finite number of LMI conditions, *Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control*, 1663-1665 (1996)
- [15] 青木, 高見, 大石: 2乗和多項式に基づくクレーンのゲインスケジューリング制御, *計測自動制御学会論文集*, **45**-4, 208/214 (2009)
- [16] 増淵, 示村: ゲインスケジューリング系の設計におけるディスクリプタ形式の利用について, *システム制御情報学会誌*, **12**-7, 390/394 (1999)
- [17] E. Fridman, U. Shaked: A descriptor system approach to  $H_\infty$  control of linear time-delay systems, *IEEE Trans. AC*, **47**-2, 253/270 (2002)
- [18] 陳, 杉江: パラメータ依存リアプノフ関数に基づくディスクリプタシステムのゲインスケジューリング, *計測自動制御学会論文集*, **34**-9, 1159-1163 (1998)
- [19] G. Chen, T. Sugie, T. Fujinaka and H. Shibata: Mixed- $\mu$  analysis for dynamical systems using descriptor form, *1999 American Control Conference*, 1314/1318 (1999)
- [20] 陳, 柴田: ディスクリプタ表現の冗長性を利用したシステム解析, *システム/制御/情報: システム制御情報学会誌*, **47**-5, 211-216 (2003)
- [21] 劉: 線形ロバスト制御, *コロナ社*, 134/154 (2002)