

タグチメソッドのSN比に対する信頼区間の性質に関する研究

M2010MM003 藤村良介

指導教員：松田眞一

1 はじめに

私は日本品質管理学会の中部支部若手研究会に出席し、近年製造業を中心に関心が深い実験計画法の1つであるタグチメソッドの研究に興味を持ち、SN比に対する信頼区間の性質に関する研究を行っていかうと考えた。

2 過去の研究

SN比の分布の計算において堀井 [1] は既存の近似法がうまく機能せずモンテカルロ法が妥当であるという結論を得たが、前廣 [2] は他の近似法について研究を行い、近似法のうちMCL-M法が有効であると結論づけている。また、高橋 [4] は田口玄一氏の経験則によるSN比の再現性 $\pm 3\text{db}$ は幅に関しては概ね問題はないが、対称性がないために $\pm 3\text{db}$ が緩い基準となる場合があることをいくつかの実データで示した。

したがって、本研究ではSN比における $\pm 3\text{db}$ の幅 6db における妥当性や対称性に関してシミュレーションを行い、考察を行うべきだと考えた。

3 タグチメソッドについて

タグチメソッド（国内では品質工学と呼ばれる）とは、実験計画法から発展した技術で、実験計画法の権威とされる田口玄一氏が1950年代から構築してきた手法と考え方の体系である。実験計画法は調べたい因子の効果を少ない実験で評価するための統計的な実験手法であり、平均値の変化の解析を行うことである。タグチメソッドは実験計画法を基に、ばらつきや劣化を減らし、品質問題を未然に防止するための技術である。またSN比とは、田口氏が導入した入力と出力の関係におけるノイズに対する強さを表す尺度であり、この値が大きいほどバラつきは小さくなり、安定しているといえる。また初めにSN比の高い条件を選び、次に感度を目標値に設定することを二段階設計と言う。ここで感度とは目標値との差を表している。（立林 [5]、高橋 [4] 参照）

3.1 SN比の再現性

一般には、SN比の再現性は、推定と確認での差が $\pm 3\text{db}$ の間に入っていれば再現していると判断している。 $\pm 3\text{db}$ とは、 $10 \log_{10}$ をとっているので、約 $\frac{1}{2} \sim 2$ 倍の間に入っていることを意味している。（立林 [5] 参照）

4 静特性

出力の目標値が変化しない場合のシステムのこと

【例】乾電池、蛍光灯など

4.1 SN比の求め方と統計的分布

m 回繰り返しの制御因子が A だけで、誤差因子が N だけの実験で得られたデータを表1とする。

表1 静特性の実験データ

水準	N_1, \dots, N_r	平均	不偏分散	SN比
A_1	x_{111}, \dots, x_{1r1}	\bar{x}_{A_1}	V_{A_1}	γ_{A_1}
	\vdots			
	x_{11m}, \dots, x_{1rm}			
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_a	x_{a11}, \dots, x_{ar1}	\bar{x}_{A_a}	V_{A_a}	γ_{A_a}
	\vdots			
	x_{a1m}, \dots, x_{arm}			

\bar{x}_{Ai} は制御因子 A が i 水準の時の平均、 V_{Ai} は制御因子 A が i 水準の時の不偏分散とする時、標本SN比は、

$$\gamma_{Ai} = 10 \log_{10} \left(\frac{\bar{x}_{Ai}^2}{V_{Ai}} \right) \quad (1)$$

となる。ここで得られたデータは以下のように分解できる。

$$x_{ijk} = \mu'_i + n_{ij} + \epsilon_{ijk} = \mu + a_i + n_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad (2)$$

$\left\{ \begin{array}{l} \mu'_i : \text{制御因子の各水準での母平均 } (\mu'_i = \mu + a_i) \\ n_{ij} : A_i \text{水準における誤差因子 } N_j \text{水準の影響の大きさ} \\ \epsilon_{ijk} : \text{データを取る際に生じる誤差因子以外の誤差} \end{array} \right.$

(ここで誤差 ϵ_{ijk} は $E(\epsilon_{ijk}) = 0$ 、 $V(\epsilon_{ijk}) = \sigma_i^2$ であり、 $\sum_{i=1}^a a_i = 0$ 、 $\sum_{i=1}^a n_{ij} = 0$ である。) よって母SN比は、

$$10 \log_{10} \frac{(\mu + a_i)^2}{\sum_{j=1}^r \frac{mn_{ij}^2}{(r-1)} + \sigma_i^2} \quad (3)$$

となる。次に、誤差 ϵ_{ijk} に正規性を仮定して確率分布を求めると、

$$\frac{rm\bar{x}_{Ai}^2}{V_{Ai}} \sim F''(1, rm-1; \delta_1, \delta_2)$$

$$\delta_1 = \frac{rm(\mu + a_i)^2}{\sigma_i^2}, \delta_2 = \frac{m \sum n_{ij}^2}{\sigma_i^2} \quad (4)$$

となる。これより静特性（望目特性）は上記で表される2重非心F分布に従うことがわかる。（堀井 [1]、永田 [3] 参照）

5 動特性

出力が入力につれて動くシステムのこと

【例】ステレオの音量調節、冷凍庫の温度設定など
動特性の場合も静特性と同様に、2重非心F分布に従うことがわかる。（堀井 [1]、永田 [3] 参照）

6 2重非心F分布

2重非心F分布 $F''(v_1, v_2, \lambda_1, \lambda_2)$ は複雑な密度関数をもつために直接的な分布計算は困難である。本研究では前廣 [2] の作成した MCL-M 法の R 関数を近似として利用した。

7 SN比の信頼区間の導出

2重非心F分布に従う確率変数を F'' とし、

$$Pr\{f_1 \leq F'' \leq f_2\} = 1 - \alpha$$

で f_1, f_2 を求める。ただし f_1, f_2 の計算は $\frac{\alpha}{2}$ ずつ行った。静特性の場合の信頼区間は $[10 \log_{10} \frac{f_1}{r_m}, 10 \log_{10} \frac{f_2}{r_m}]$ となる。動特性も同様である。(高橋 [4] 参照)

8 シミュレーションのプログラム

高橋 [4] で使用されているデータをベースにプログラムの作成を行った。

8.1 sn 関数

sn 関数は、SN比の信頼区間を求め、list 形式で出力するプログラムである。(高橋 [4] 参照)

8.2 rdata 関数

静特性の場合、seisn 関数結果、A 水準、N 水準、データ採取の繰り返し回数を引数に、 ϵ_{ijk} に乱数を発生させて x_{ijk} の値を作成する関数である。

- ave+n[i,j]+a[i]+rnorm(1,0,sqrt(va[i]))

発生させる正規乱数は seisn 中の va[i] を用いて A_i に対する誤差 $e_{i,j}$ に対しては $N(0, va[i])$ となる。動特性の場合は、dousn 関数結果、信号因子データ、A 水準数、N 水準数、信号因子水準数を引数に、静特性と同様に、 ϵ_{ijk} に乱数を発生させて y_{ijk} の値を作成する関数である。

8.3 simu 関数

simu 関数内で 1000 回分のシミュレーションの結果の出力を行う。

8.4 summary 関数

静特性と動特性同様、上限SN比(個)、下限SN比(個)、SN比(個)、上限SN比、下限SN比、SN比、上幅(回)、下幅(回)、幅(回)の出力を行う。

9 静特性のシミュレーション

あるサーキットでのRCカーレースにおける1周のタイムをシミュレーションにより採取したデータである。車の重量(1.6kg)、ギア比(4.0)、回転部分重量(0.225)、車体の種類(インプレッサ)は水準を一定にしてグリップが制御因子(3水準)でデータを取っている。また、制御因子の各水準ごとに2回繰り返しの実験を行っている。(高橋 [4] 参照) ここでは summary 関数の結果の纏め(表1,2)とSN比の値が一番良かった水準1のヒストグラムの結果(図1,2,3)を載せておく。

表2 RCカー(静)の結果1

水準	上側SN比(個)	下側SN比(個)	SN比(個)	上側SN比	下側SN比	SN比
A1	882	990	1000	46.55	38.97	42.11
A2	992	1000	1000	38.53	30.33	33.46
A3	998	1000	1000	35.90	27.12	30.39

表3 RCカー(静)の結果2

水準	上幅(回)	下幅(回)	幅(回)
A1	225	376	189
A2	155	365	192
A3	107	297	155

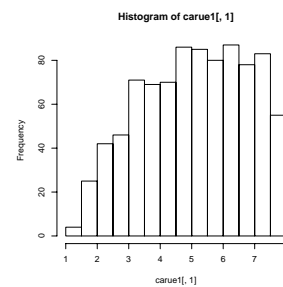


図1 RCカー(静)の水準1についての上幅の分布

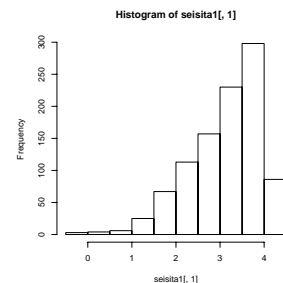


図2 RCカー(静)の水準1についての下幅の分布

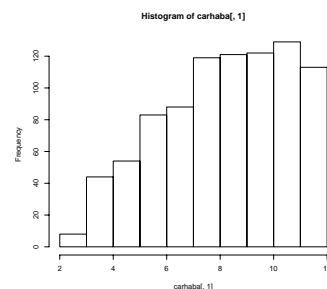


図3 RCカー(静)の水準1についての幅の分布

9.1 シミュレーションの考察

SN 比の信頼区間の平均の幅は最大で 8.78db、最小で 7.58db となった。次に幅に関して、約 2 割が 6db を切る結果になった。ヒストグラムに表してみると最大で 1~12db という分布になった。SN 比の再現性 ± 3 db と比較してみると、 ± 3 db のように対称ではなく、シミュレーション結果より下幅のほうが ± 3 db を切る割合が多いことが分かった。またこのシミュレーション結果の 3 水準とも下側寄りになっている。各水準の上幅、下幅の分布についてヒストグラムを表してみると、上幅については 1db ~ 8db、下幅については -0.5db ~ 4.5db という幅になり、上幅の方が幅が広い結果になった。

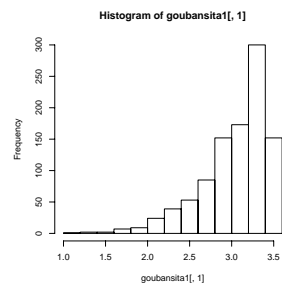


図 5 合板の水準 1 についての下幅の分布

10 静特性のシミュレーション 2

ある合板の接着力を高めるために、因子として接着剤の種類 A を 3 水準、前処理の方法 B を 3 水準設定し、繰り返し 3 回の二元配置実験を行っている。ここでは B を無視して A だけを制御因子として解析した。(高橋 [4]、立林 [?] 参照)

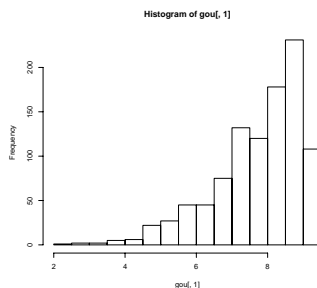


図 6 合板の水準 1 についての幅の分布

表 4 合板実験データ

	B1	B2	B3		B1	B2	B3		B1	B2	B3
A1	31	35	35	A2	50	60	45	A3	40	45	42
	35	40	30		40	50	45		39	46	39
	31	35	35		40	55	50		34	40	36

表 5 合板データの結果 1

水準	上側 SN 比 (個)	下側 SN 比 (個)	SN 比 (個)	上側 SN 比	下側 SN 比	SN 比
A1	1000	1000	1000	24.55	16.83	19.86
A2	1000	1000	1000	20.14	12.72	15.69
A3	1000	1000	1000	23.71	16.12	19.12

表 6 合板データの結果 2

水準	上幅 (回)	下幅 (回)	幅 (回)
A1	51	375	110
A2	88	448	178
A3	63	399	128

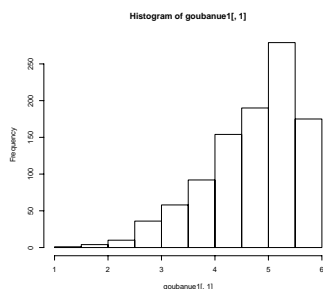


図 4 合板の水準 1 についての上幅の分布

10.1 シミュレーションの考察

SN 比の信頼区間の幅は最大で 7.72db、最小で 7.42db となった。次に幅に関して、最大で約 2 割が幅 6db を切る結果になった。ヒストグラムに表してみると最大で 2.0~10db という分布になった SN 比の再現性 ± 3 db と比較してみると、 ± 3 db のように対称ではなく、シミュレーション結果より下幅のほうが ± 3 db を切る割合が多いことが分かった。またこのシミュレーション結果の 3 水準とも下側寄りになっている。各水準の上幅、下幅の分布についてヒストグラムを表してみると、上幅については 1db ~ 6db、下幅について 1db ~ 3.5db という幅になり、上幅の方が幅が広い結果になった。

11 動特性のシミュレーション

あるサーキットでの RC カーレースにおける 1 周のタイムをシミュレーションにより採取したデータである。車の重量 (1.6kg)、ギア比 (4.0)、回転部分重量 (0.225)、車体の種類 (インプレッサ) は水準を一定にして、制御因子をギア比 (3 水準)、誤差因子をグリップ (4 水準)、信号因子をモータートルク (3 水準) とした。(高橋 [4] 参照)

表 7 RC カー (動) の結果 1

水準	上側 SN 比 (個)	下側 SN 比 (個)	SN 比 (個)	上側 SN 比	下側 SN 比	SN 比
A1	1000	1000	1000	11.17	2.93	6.52
A2	1000	1000	1000	11.58	3.40	6.95
A3	1000	1000	1000	11.31	3.09	6.67

表 8 RC カー (動) の結果 2

水準	上幅(回)	下幅(回)	幅(回)
A1	0	0	0
A2	0	0	0
A3	0	0	0

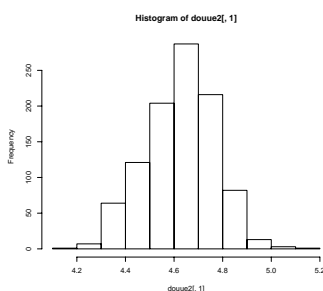


図 7 RC カー (動) の水準 2 についての上幅の分布

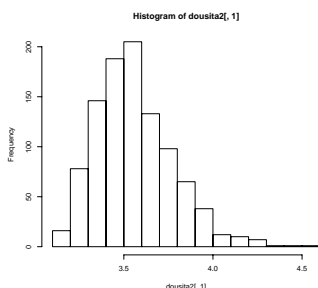


図 8 RC カー (動) の水準 2 についての下幅の分布

11.1 シミュレーションの考察

SN 比の信頼区間の幅は最大で 8.24db、最小で 8.22db となった。SN 比の再現性の $\pm 3\text{db}$ と比較してみると、 $\pm 3\text{db}$ のように対称ではなく、3 水準とも下側寄りになる結果になった。しかし、上幅、下幅とともに $\pm 3\text{db}$ を切ったものはなかった。各水準の上幅、下幅についてのヒストグラムを表してみると、上幅については 4.2db ~ 5.2db、下幅については 3.1db ~ 4.5db という幅になり、下幅の方が幅広い結果になった。

12 まとめ

タグチメソッドにおける SN 比の信頼区間について、実データを元に誤差因子以外の誤差に正規乱数を与えることで 1000 回分のシミュレーションデータを作成し、分析結果を得ると共に、田口玄一氏の経験則による SN 比の再現性 $\pm 3\text{db}$ との関係について調べた。その結果、1000 回の平均については、 $\pm 3\text{db}$ の幅 6db に対して、静特性と動特性共に各シミュレーションの 1 番 SN 比の値が良い物だけをみると全ての幅において 6db より長くなる結果になった。また $\pm 3\text{db}$ のように対称になることはなく、こちら各シミュレーションの 1 番 SN 比の値が良い物だけをみるとすべて下側寄りになる結果になった。

さらに、1000 回の内容については、上幅、下幅が 3db

を切る割合について調べた。静特性では全てのシミュレーション結果において下側に $\pm 3\text{db}$ を切ったものが上回った。またヒストグラムに表してみると上幅は幅が広く、下幅は幅が狭い結果になった。以上より静特性では上側 SN 比と下側 SN 比の差が 6db を切る割合を調べてみると約 1 ~ 3 割切る結果になった。動特性では $\pm 3\text{db}$ を切るものはなかった。すなわち、信頼区間の幅が 6db を切るものはなかった。同様にヒストグラムに表してみると上幅は幅が狭く、下幅は幅が広い結果になった。

この解析からタグチメソッドの現場での実用方法としては、静特性では考慮の余地があり、動特性に関しては $\pm 3\text{db}$ の値は緩い基準ではないため変更する必要はないと思われる。

また、今回のシミュレーションでは上下対称ではなかったので対称となるように有意水準 5% を振り分けて信頼区間を導出した場合、ほぼ対称と得られたシミュレーション結果では信頼区間の幅が若干長くなる実験結果を得た。このことから現在の SN 比の再現性 $\pm 3\text{db}$ の基準ではきついことが明らかになった。また、非対称性が強く、凄く極端な値を設定しても全く対称に近づかない場合は信頼区間の幅が短くなる結論に至った。最後に上幅、下幅、幅について述べておくと、幅の値の $\pm 3\text{db}$ を切る割合が有意水準 5% を振り分ける前と比べて減少し、幅の値が改善されていることにより全体も改善されている結果になった。しかし、動特性と比べて $\pm 3\text{db}$ を切らないというわけではないので、信頼区間を使うべきという結論に至った。

13 おわりに

今回、SN 比における $\pm 3\text{db}$ の幅 6db における妥当性や対称性に関してシミュレーションを行ってわかった事は、静特性と動特性は一律の基準ではないことである。このことから、明確な基準がないので現場ではなかなか普及しないのではないと思われる。非対称性に関しては、今回の修士論文で、対称に修正した場合に静特性と動特性の違いが明白になったと感じた。また自分の研究の文章のまとめやプログラムを作り上げる事に苦労することが多かった。

参考文献

- [1] 堀井 里佳子：タグチメソッドの SN 比の統計的分布について，南山大学大学院数理情報研究科数理情報専攻修士論文，2010.
- [2] 前廣 芳孝：2 重非心 F 分布の近似法の研究，南山大学大学院数理情報研究科数理情報専攻修士論文，2011.
- [3] 永田 靖：統計的手法における SN 比，第一回横幹連合総合シンポジウム，2006.
- [4] 高橋 知也：タグチメソッドの SN 比における信頼区間の適応方法の研究，南山大学大学院数理情報研究科数理情報専攻修士論文，2011.
- [5] 立林 和夫：『入門タグチメソッド』，日科技連，2004.