直交配列表実験におけるプーリングの研究

M2007MM018 森山瑛司

指導教員：松田眞一

1　はじめに

今日、品質がますます重要となっていく中で、実験計画法や直交配列表実験を用いる場面が多い。この直交配列表実験を用いて、分散分析を行う際、効果のない要因を誤差にプールすることが行われる。このプーリング手法について、交互作用を含んだ研究は見当たらない。しかし、企業でプーリングを行う際、交互作用を考えないことはあまりないため、交互作用を考慮したプーリング手法を研究として取り上げた。

本研究では、実験計画法 (直交配列表実験) やプーリング手法の考えを学び、交互作用を考慮したプーリングの基準を考える。また、プーリングの基準に情報量基準の導入を考える。

これらを踏まえた上で、統計処理ソフト R 上でプログラムを作成し、L_8、L_{16}、L_{32} 直交配列表を用いてシミュレーションを行う。その際、各直交配列表への割り付けに関しては以下の線点図を用い、必ず誤差列が 1 つ以上あるもの（既知誤差列の存在）を考える。

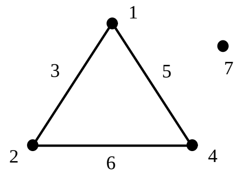

図 1　L_8 線点図

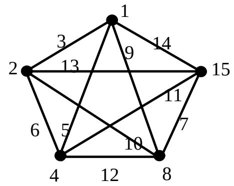

図 2　L_{16} 線点図

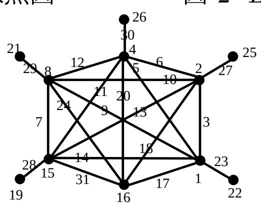

図 3　L_{32} 線点図

2　プーリング

2.1　プーリングの方法

分散分析を用いる際、ある基準の下で要因に効果があるかどうかを判断し、効果がないと判断した場合、その要因をプーリングの対象と考え、誤差にプールする。そして、新しく分散分析を行い、その結果から再び基準を満たしているかを調べる。一般的に、この手順を繰り返し行い、プールされなくなったら終了とすると考えているが、その点は利用者に委ねられている。

2.2　プーリングの基準

プーリングの基準は、検定の立場からは曖昧な点が多く、また利用者に数値の選択を委ねることが多い。しかし、一般的にプーリングの基準として以下のものがある。（永田 [2] 参照）

1. F 値が 2 以下しかも有意水準 20 %程度で有意でない場合、その要因はプーリングの対象とする。
2. 2 因子要因実験のような実験の場合、主効果はプーリングの対象とせず、交互作用のみをプーリングの対象とする。
3. 多因子要因実験や直交配列表実験などの場合、主効果をプーリングの対象としてもよい。ただし、主効果を含む交互作用がプーリングの対象とならない場合、主効果はプーリングの対象から除く。
4. 直交配列表実験などでは、誤差自由度が小さくなることがあり、その際、誤差自由度が 5 くらいは確保できるように基準を変えてプーリングを行う。

2.3　プーリングの手順

プーリングの方法として、2.2 節のプーリングの基準を参考に次の 4 つのパターンを考える。

2.3.1　一気にプーリング

効果のない要因をまとめて誤差にプールする。基準値は、F 値、P 値、F 値かつ P 値、F 値または P 値の 4 つを考える。以下に F 値を基準値とした場合の手順を示す。

一気にプーリング (F 値) の手順

1. 実験データ（行列データ）、各列 i に対して $TRUE$ or $FALSE$（既知誤差列は $FALSE$ とし、それ以外は $TRUE$ とする）のベクトル、F 値の基準値 (F_0)、の 3 つを読み込む。
2. 各列に対して入力された $TRUE$ or $FALSE$ を基にモデル式を作成する。
3. 作成されたモデル式を用いて分散分析を行う。
4. 交互作用が F_0 でプールされるかどうかを調べる。その際、交互作用が存在すると判断されたならば、対応する主効果の F 値に F_0 を加える。
5. それぞれの因子が F_0 でプールされるかどうかを調べる。
6. 新しいモデル式を作成する。
7. 新しいモデル式を用いて分散分析を行う。
8. プーリング可能であれば、再び手順 4 に戻って同じ流れを繰り返し、新しいモデル式を作成する。そうでなければ終了する。

2.3.2　一つずつプーリング

効果のない要因を誤差に一つずつプールする。基準値は、F 値、P 値、F 値かつ P 値、F 値または P 値（F 値主体と P 値主体）の 5 つを考える。以下に F 値を基準値とした場合の手順を示す。

一つずつプーリング (F 値) の手順

3. まで一気にプーリング (F 値) の手順と同様
4. 交互作用列が $TRUE$ の場合、対応する主効果の F 値に F_0 を加える。
5. 分散分析の結果から F 値の一番小さいものを min とし、それが F_0 より大きければ終了する。そうでなければプールする。
6. から一気にプーリング (F 値) の手順と同様

2.3.3　情報量基準を用いたプーリング

プーリングの基準 1 の代わりに情報量基準を用いて、変数最小モデルでのプーリングを行う。基準値は、AIC 情報量基準、修正 AIC 情報量基準、BIC 情報量基準の 3 つを考える。以下に AIC 情報量基準を基準値とした場合の手順を示す。

AIC 情報量基準を用いたプーリングの手順

1. 実験データ（行列データ）、各列 i に対して $TRUE$ or $FALSE$（既知誤差列は $FALSE$ とし、それ以外は $TRUE$ とする）のベクトル、の 2 つを読み込む。
2. 各列に対して入力された $TRUE$ or $FALSE$ を基にモデル式を作成する（フルモデル）。
3. フルモデルの AIC 値を求める。
4. モデル式とその AIC 値の保存場所を用意する。最初はその中にフルモデルとその AIC 値を入れる。
5. フルモデルから i 番目の項を除き、新しくモデル式を作成する。
6. 作成されたモデル式の AIC 値を求める。ただし、交互作用に対応する主効果が作成されたモデル式に存在しない場合、AIC 値をフルモデルの AIC 値に置き換える。
7. 手順 3 と手順 6 の AIC 値を比較し、最小となる AIC 値とそのモデル式を保存場所にそれぞれ入れる。
8. 手順 5 から手順 7 を繰り返し、AIC 値が最小となるモデル式を見つける。
9. 最小となったモデル式から i 番目の項を除き、新しくモデル式を作成する。
10. 手順 5 から手順 9 を繰り返し、AIC 値が改善されなければ終了とする。
11. 最小となったモデル式を用いて分散分析を行う。

2.3.4　主効果と交互作用に差をつけたプーリング

プーリングの基準 3 にある“ 交互作用が存在するならば、対応する主効果は存在する ”ということから、交互作用と主効果の基準値に差をつけてプーリングを行う。基準値は、F 値のみを考える。この際、主効果は F_0、交互作用は F_1 を判断基準とする。基本的には $F_0 < F_1$ とするが $F_0 > F_1$ の場合もある。以下に、手順を示す。

主効果と交互作用に差をつけたプーリングの手順

3. まで一気にプーリング (F 値) の手順と同様
4. 交互作用が F_1 でプールされるかどうかを調べる。その際、交互作用が存在すると判断されたならば、対応する主効果の F 値に F_1 を加える。ただし、$F_0 > F_1$ の場合では、F_0 を加える。
5. それぞれの因子が F_0（主効果）と F_1（交互作用）でプールされるかどうかを調べる。
6. から一気にプーリングの手順 (F 値) と同様

3　シミュレーション

真のモデルに対して、プーリング後のモデルが当てはまった、残るはずが消えた、消えるはずが残った、消えたと残ったの両方が起こったという 4 つを確認するためにシミュレーションを行う。試行回数は、L_8 と L_{16} 直交配列表では 10000 回、L_{32} 直交配列表をでは 1000 回行う。

3.1　シミュレーションの説明

シミュレーションの手順

1. 実験データを作成する。
2. 真のモデルは、実験データから既知誤差列を除いた行列データを用いて、0 以外のすべての値を 1 と置き換えたものである。ただし、交互作用が 1 として存在するならば、その主効果も 1 として存在するものとする。
3. 実験データを用いて、プーリングプログラムを実行する。
4. 得られた分散分析表を用いて、残った因子を 1、それ以外を 0 とし、それをプーリング後のモデルとする。
5. 手順 2 の真のモデルと手順 4 のプーリング後のモデルを比較する。
6. 手順 1 から 5 を N 回試行する。

実験データの作成方法は 3 つ考える。作成手順 1 は効果を 0.1 より与え、0.1 以下を誤差とする。作成手順 2 は作成手順 1 の主効果の部分を降順に並べ替える。作成手順 3 は作成手順 1 の区間 (0.1,1) に対して区間 (0,1) に変換し、効果を 0 より与えることで作成手順 1 よりも厳しい条件に設定する。

3.2　シミュレーション結果 1

作成手順 1 の実験データを用いてシミュレーションを行った結果を以下に示す。

3.2.1　一気にプーリング

プーリングの基準値を $F_0 = 2$、$P_0 = 0.2$ に設定する。得られた結果から、“ F 値かつ P 値 ”や“ F 値または P 値 ”をプーリングの基準とした場合と F 値のみをプーリングの基準とした場合とでは差はなく、プーリングの基準は F 値のみで十分であるといえる。F 値より勝ってい

る基準もあるが、この差は偶然誤差の範囲であるといえる。得られた結果を表 1 から表 4 に示す。

表 1　L_8：既知誤差列番 (5,6)

	F_0	P_0	F_0 かつ P_0	F_0 または P_0
消えた	8.41	13.45	8.41	13.45
残った	8.11	5.68	8.11	5.68
当たった	83.15	80.62	83.15	80.62
両方	0.33	0.25	0.33	0.25

表 2　L_{16}：既知誤差列番 (7,11,12,13)

	F_0	P_0	F_0 かつ P_0	F_0 または P_0
消えた	4.87	6.02	4.87	6.02
残った	12.73	11.15	12.73	11.15
当たった	82.12	82.58	82.12	82.58
両方	0.28	0.25	0.28	0.25

表 3　L_{32}：既知誤差列番 (19,21,22,23,25,$\cdots$,30)

	F_0	P_0	F_0 かつ P_0	F_0 または P_0
消えた	1.4	1.1	1.1	1.4
残った	22.5	24.4	24.4	22.5
当たった	75.8	74.2	74.2	75.8
両方	0.3	0.3	0.3	0.3

表 4　L_{32}：既知誤差列番 (7,12,19,$\cdots$,31)

	F_0	P_0	F_0 かつ P_0	F_0 または P_0
消えた	0.7	0.5	0.5	0.7
残った	17.0	18.9	18.9	17.0
当たった	82.1	80.4	80.4	82.1
両方	0.2	0.2	0.2	0.2

3.2.2　一つずつプーリング

3.2.1 節と同様の結果が得られ、F 値のみで十分であるということがわかった。また、F 値または P 値 における F 値主体と P 値 主体とでは同じ結果が得られ、どちらを用いても差はないといえる。一気にプーリングと一つずつプーリングの結果を比較した場合に、得られた結果に大きな差があるとは言えず、分析効率を考えると一気にプーリングを採用すべきであることがわかった。

3.2.3　F 値探索

一気にプーリングと一つずつプーリングの両方で $F = 2$ がプーリングの基準として良いとしてきたが、ここでは F 値の基準値を動かすことによって 2 より勝る値を探索する。

得られた結果から、既知誤差の選択によるばらつきはあるものの L_8 直交配列表では一気にプーリングと一つずつプーリングの両方とも $F = 1.5$、L_{16} 直交配列表では一気にプーリング $F = 2.8$、一つずつプーリング $F = 3.3$、L_{32} 直交配列表では一気にプーリング $F = 5$、一つずつプーリング $F = 5.5$ が最良であった。しかし、真のモデルに対してプーリング後のモデルの“ 残るはずが消えた ”という危険性を考慮した場合、L_8 直交配列表の $F = 1.5$ の“ 消えた ”と“ 残った ”の比率 2 : 3 は、全体的にバランスが取れていると判断する。したがって、残りの直交配列表もこの比率を活かすことで最良の F 値は L_8 直交配列表では $F = 1.5$、L_{16} 直交配列表では $F = 2.6$、L_{32} 直交配列表では $F = 3.5$ であると結論付ける。

3.2.4　情報量基準を用いたプーリング

得られた結果から、どの情報量基準も真のモデルに対してプーリング後のモデルが“ 残るはずが消えた ”という誤りが大変小さい。これは、大変厳しくプーリングを行っているといえる。つまり、“ 消えた ”という誤りを抑えたいという考えでプーリングを行う場合、情報量基準を用いたプーリングは大変有効的であると考える。得られた結果を表 5 から表 8 に示す。

表 5　L_8：既知誤差列番 (5,6)

	AIC	CAIC	BIC
消えた	2.90	2.30	3.00
残った	14.84	16.58	14.54
当たった	82.00	80.81	82.19
両方	0.26	0.31	0.27

表 6　L_{16}：既知誤差列番 (7,11,12,13)

	AIC	CAIC	BIC
消えた	1.16	0.86	1.62
残った	26.93	30.17	23.07
当たった	71.59	68.68	75.03
両方	0.32	0.29	0.28

表 7　L_{32}：既知誤差列番 (19,21,22,23,25,$\cdots$,30)

	AIC	CAIC	BIC
消えた	0.1	0.1	0.5
残った	49.1	53.5	35.9
当たった	50.7	46.3	63.4
両方	0.1	0.1	0.2

表 8　L_{32}：既知誤差列番 (7,12,19,$\cdots$,31)

	AIC	CAIC	BIC
消えた	0.1	0.1	0.4
残った	30.9	35.4	19.5
当たった	68.9	64.5	79.9
両方	0.1	0.0	0.2

3.2.5　主効果と交互作用に差をつけたプーリング

主効果の F 値 を $F_0 = 2$ とし、交互作用のみ F 値(F_1) を変化させた。F_1 は、F 値 探索の結果を参考にした。

得られた結果から、L_8 直交配列表では $(2, 1.5)$、L_{16} 直交配列表では $(2, 2.6)$、L_{32} 直交配列表では $(2, 3.5)$ に設定するのが良いと考える。これは F 値探索で最良とした値と同じである。ただし、L_8 のみ $F_0 > F_1$ となったので実用上は違和感があるかもしれない。

3.3　シミュレーション結果 2

直交配列表に割り付ける際、主効果を大きい順に並べ替え割り付ける方が良いのかどうかということを確認するために作成手順 2 の実験データを用いてシミュレーションを行った。

得られた結果から、主効果を降順にした場合とそうでない場合とでは大きな差はなく、主効果を降順にした場合の方が真のモデルに対して当てはまりが悪かった。

3.4　シミュレーション結果 3

実験データの条件を厳しくすることでどのような挙動を示すかを確認するために作成手順 3 の実験データを用

いてシミュレーションを行った。シミュレーションには一気にプーリングと情報量基準を用いたプーリングの2つの方法を取り上げる。シミュレーション結果には、消えたものの最大値を加える。今回のシミュレーションで消えたものの最大値を“ 消えたの最大値 ”とし、シミュレーション結果1で得られた消えたものの最大値を“ 以前の最大値 ”とする。

3.4.1 一気にプーリング

得られた結果から、すべての直交配列表で“ 消えた ”の割合が高く、プーリングとしては問題であるが、“ 消えたの最大値 ”と“ 以前の最大値 ”を比べると差はないことから、有効ではない効果を誤差にプールしているために消えたの割合が高くなっていることがわかる。得られた結果を表9から表12に示す。

表 9 L_8：既知誤差列番 (5,6)

F 値	1.0	1.5	2.0
消えた	15.24	18.81	21.90
残った	11.09	8.98	7.62
当たった	72.51	71.20	69.65
両方	1.16	1.01	8.30
消えたの最大値	0.35	0.40	0.40
以前の最大値	0.33	0.34	0.42

表 10 L_{16}：既知誤差列番 (7,11,12,13)

F 値	2.0	2.6
消えた	27.93	31.97
残った	10.21	7.90
当たった	59.06	57.75
両方	2.80	2.38
消えたの最大値	0.24	0.26
以前の最大値	0.23	0.26

表 11 L_{32}：既知誤差列番 (19,21,22,23,25,···,30)

F 値	2.0	3.0	3.5
消えた	40.1	48.8	53.6
残った	11.9	7.3	5.1
当たった	37.1	36.2	35.3
両方	10.9	7.7	6.0
消えたの最大値	0.13	0.14	0.14
以前の最大値	0.14	0.15	0.19

表 12 L_{32}：既知誤差列番 (7,12,19,···,31)

F 値	2.0	3.0	3.5
消えた	31.0	39.5	42.4
残った	11.6	6.2	4.8
当たった	51.8	51.0	50.3
両方	5.6	3.3	2.5
消えたの最大値	0.13	0.13	0.14
以前の最大値	0.14	0.14	0.14

3.4.2 情報量基準を用いたプーリング

得られた結果から、シミュレーション結果1で得られた結果よりも“ 消えた ”の割合が高くなっているが、AICを例にとると、“ 消えたの最大値 ”と“ 以前の最大値 ”を比べると差はなく、効果のない要因を誤差にプールしていることがわかる。今回の結果からも“ 消えた ”という誤りを抑えたいという考えでプーリングを行う場合、情報量基準を用いたプーリングは大変有効的であると考える。得られた結果を表13から表16に示す。

表 13 L_8：既知誤差列番 (5,6)

	AIC	CAIC	BIC
消えた	11.95	10.12	12.15
残った	13.99	15.68	13.67
当たった	72.96	73.03	73.06
両方	1.10	1.17	1.12
消えたの最大値	0.30		
以前の最大値	0.33		

表 14 L_{16}：既知誤差列番 (7,11,12,13)

	AIC	CAIC	BIC
消えた	14.07	11.78	17.11
残った	23.60	26.80	19.88
当たった	58.74	57.79	59.65
両方	3.59	3.63	3.36
消えたの最大値	0.20		
以前の最大値	0.20		

表 15 L_{32}：既知誤差列番 (19,21,22,23,25,···,30)

	AIC	CAIC	BIC
消えた	17.3	13.1	27.1
残った	33.6	37.9	21.2
当たった	33.6	33.3	37.1
両方	15.5	15.7	14.6
消えたの最大値	0.12		
以前の最大値	0.13		

表 16 L_{32}：既知誤差列番 (7,12,19,···,31)

	AIC	CAIC	BIC
消えた	19.5	15.1	29.2
残った	23.4	27.5	13.4
当たった	49.6	49.6	51.6
両方	7.5	7.8	5.8
消えたの最大値	0.12		
以前の最大値	0.12		

4 おわりに

本研究では、効果のない要因を誤差にプールするかどうかの基準は F 値のみで十分であることがわかった。また、$F=2$ をプーリングの基準値とすることは有効的であるが、L_8 直交配列表では $F=1.5$、L_{16} 直交配列表では $F=2.6$、L_{32} 直交配列表では $F=3.5$ に設定してプーリングを行うことでさらに良いプーリングができると判断した。$F=2$ を採用するのであれば、主効果は $F=2$、交互作用は L_8 直交配列表では $F=1.5$、L_{16} 直交配列表では $F=2.6$、L_{32} 直交配列表では $F=3.5$ とし、交互作用の F 値を変えて分析することを薦める。情報量基準をプーリングに導入することで、F 値よりも厳しい条件の下でプーリングを行うことを可能にした。

参考文献

[1] 永田 靖：実験計画法をめぐる諸問題-プーリング, 逐次検定-, 品質, Vol.18, No.3, pp.26-34(1988).

[2] 永田 靖：入門実験計画法, 日科技連 (2000).

[3] 小西 貞則, 北川 源四郎：2シリーズ予測と発見の科学 情報量基準, 朝倉書店 (2004).