

速度・加速度拘束を持つ 2リンク水平マニピュレータにおける目標値生成

M2006MM024 奥田 哲也

指導教員 高見 勲

1 はじめに

現在の日本を支える工業はほとんどが人の手ではなく、自動機械（以下ロボット）に頼っている。産業用ロボットは日本に浸透し、そして発展を続けてきた。近い将来、工場以外の部分でもロボットが活躍することが考えられる。このようなロボットは、目的に合わせて柔軟な動きをする必要性が出てくるのが容易に想像できる。このためには目標となる軌道が必要となる。

軌道の生成問題に関する研究には SMART を活用した方法 [1] や、B-スプライン関数による軌道と障害物の外形近似、制約条件を使用した最適軌道設計法 [2] 等があげられる。

ここで、現実の制御対象には、電圧やトルク等の拘束条件が存在している。近年では線形制御では取扱えなかった拘束条件を考慮した研究が盛んに行われている。目標値信号そのものを拘束条件を満たすように修正するといったリファレンスガバナ [3] や、モデル予測制御 [4] がある。リファレンスガバナにおいては、時間変化する目標値への適用も研究されている [5]。また、筆者が以前研究していたフィードフォワードフィルタではステップ応答などについて目標値に対し、目標値フィルタとして機能し、加速度を理想応答に変化させる入力信号を生成することに成功した [6]。

目標軌道、拘束条件を付加をしたとき、マニピュレータ等において重要となってくるのが制御系設計である。目標値が時間変化する制御系に求められるのは、追従性と即応性、制振性等である。このような問題に対して、マルチレートサンプリング制御のモーションコントロール系への応用や、マルチレートフィードフォワード制御を用い完全追従制御法といった手法が研究されている [7]。以上のように目標軌道の生成、拘束条件の付加、制御系設計を別の分野として扱っている研究が大半を占めている。

本文では目標軌道の目標値に拘束条件を付加し、軌道の生成と拘束条件の付加を一つの問題として解く方法を提案する。具体的には、目標値から2リンクマニピュレータ先端の xy 座標を求め、その座標より各アクチュエータの角度を計算し、角度の増加量から速度を求める。その速度を速度拘束条件と比較し、拘束条件を満たしていない場合、拘束条件を満足するよう各アクチュエータの角の修正値を求め、先の手順の逆を行い目標値を修正する方法である。さらに、加速度拘束条件を満たすための目標値修正の方法も示す。

2 2リンクマニピュレータへの入力の生成

2リンクマニピュレータとは2つのリンクが連結されており、各リンクの根元部分にアクチュエータがあり、このアクチュエータでリンク2の先端位置を制御する。この模式図を図2に示す。ここで、リンク1の長さを l_1 、リンク2の長さを l_2 とした。各アクチュエータへの入力の生成法は図1で示したように、目標軌道 (orbital function) の幾何学的目標値 $\varphi(t)$ を xy 座標系に変換し (coordinate transform)、その後、逆運動力学 (inverse kinematics) により各アクチュエータへの指令値 $\theta_1(t)$ 、 $\theta_2(t)$ を生成する。

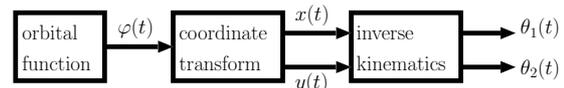


図1 入力生成

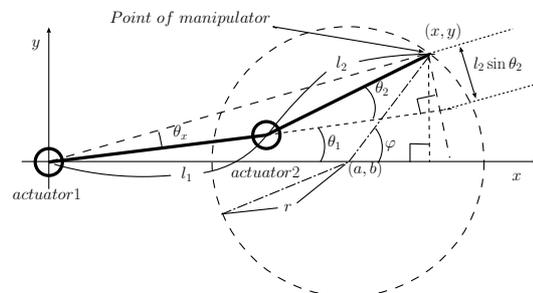


図2 逆運動力学

2.1 目標軌道

目標軌道は円を採用した。円軌道を選ぶ理由は、各アクチュエータの角度 θ_1 、 θ_2 の変化率が大きいためである。目標値は、円の中心から初期値を結んだ線分を基準線とし、基準線とマニピュレータ先端座標と円の中心を結んだ線との成す角が0から π と変化すればよい。その成す角を φ とする。

2.2 xy 座標系変換

目標値からマニピュレータ先端の座標に変換する。このとき、目標値は基準線との成す角 $\varphi(t)$ が入ってきているため、これを変数として軌道を xy 座標の式で表現する必要がある。これにより、各時刻における目標値に

対応するマニピュレータの先端座標を求めることができる。各時刻における、 xy 座標は以下のように与えられる。ただし、目標軌道を、中心座標 (a, b) 、半径 r の円軌道とする。

$$x(t) = a + r \cos(\varphi(t)) \quad (1)$$

$$y(t) = b + r \sin(\varphi(t)) \quad (2)$$

2.3 逆運動力学

前項では、目標軌道、座標変換により、時間に対してのマニピュレータの先端座標を求めたが、それぞれの位置にマニピュレータの先端を持っていくための各関節の変位を求める必要がある。このように手先の位置や姿勢からマニピュレータの各関節の変位を求める方法を逆運動力学 (Inverse Kinematics) という。簡単にするために $x(t)$ を x 、 $y(t)$ を y と表記する。図 2 より先端座標 x, y は下式で与えられる。

$$x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

但し、 l_1, l_2 は各リンクの長さである。これより原点 (アクチュエータ 1) と現在のマニピュレータの先端を結んだ線分の長さの二乗は、

$$x^2 + y^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos(\theta_2) \quad (3)$$

となる。ここで位置 x, y より θ_2 は、式 (3) を変形することにより次のように求める。

$$\theta_2 = \pm \cos^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2 - (l_1^2 + l_2^2)}{2l_1l_2} \right) \quad (4)$$

ここで、各 θ において、半時計回りを正と定義している。本研究では、 θ_2 は負値をとることとする。次に θ_1 を求める。 θ_x は図 2 に示すようにとると、

$$\theta_x = \sin^{-1} \left(\frac{l_2 \sin \theta_2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

となり、 θ_1 は、

$$\theta_1 = -\sin^{-1} \left(\frac{l_2 \sin \theta_2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) \quad (5)$$

となる。以上より、各アクチュエータの角度 θ_1, θ_2 が生成される。また、目標値修正法ではこの逆の手順を行うことにより各アクチュエータの角度から目標値を修正する。

3 目標値修正法

目標値修正法はそれぞれのアクチュエータの角度が速度、加速度の拘束条件を満たさないとき、拘束条件と速度または加速度との比率の高い方を拘束条件に合わせるにより、常にどちらかのアクチュエータの角度が拘束条件をとるという方法である。これにより、目標軌道

に対し、拘束条件内において最短時間で軌道を満足させることができる。まず、速度制約について考える。目標値をサンプリング間隔値 $\Delta\varphi$ 増加させ、次の目標値とする。つまり次式のようになる。

$$\varphi(k+h) = \varphi(k) + \Delta\varphi$$

ただし、 h はサンプリング間隔を表す。ここで、 φ が増えることにより、 x, y が増減し、またそれに伴い $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ が増減する。ただし、 θ_1, θ_2 を求める式 (4), (5) をそれぞれ f_1, f_2 とし、 x, y の増加量を $\Delta x, \Delta y$ 、 φ の増加量を $\Delta\varphi$ 置くこととする。また、 $\dot{\theta}_1 = \frac{\Delta\theta_1}{h}$ 、 $\dot{\theta}_2 = \frac{\Delta\theta_2}{h}$ である。

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta\theta_1}{h} \\ \frac{\Delta\theta_2}{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta x}{h} \\ \frac{\Delta y}{h} \end{bmatrix}$$

となる。また、 $\frac{\Delta x}{h}, \frac{\Delta y}{h}$ は式 (1), (2) を使用し計算することによって、

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta x}{h} \\ \frac{\Delta y}{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \varphi} \end{bmatrix} \frac{\Delta\varphi}{h}$$

となる。これらより、

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta\theta_1}{h} \\ \frac{\Delta\theta_2}{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \varphi} \end{bmatrix} \frac{\Delta\varphi}{h} \quad (6)$$

とできる。ここで具体的にそれぞれの数値を求める。それぞれの項は、

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = \frac{l_2 x \sin \theta_2 - \sqrt{x^2 + y^2 - l_2^2 \sin^2 \theta_2}}{(x^2 + y^2) \sqrt{x^2 + y^2 - l_2^2 \sin^2 \theta_2}} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial y} &= \frac{l_2 x y \sin \theta_2}{x(x^2 + y^2) \sqrt{x^2 + y^2 - l_2^2 \sin^2 \theta_2}} \\ &+ \frac{(x^2 + y^2) \sqrt{x^2 + y^2 - l_2^2 \sin^2 \theta_2}}{x(x^2 + y^2) \sqrt{x^2 + y^2 - l_2^2 \sin^2 \theta_2}} \\ &- \frac{x y^2 \sqrt{x^2 + y^2 - l_2^2 \sin^2 \theta_2}}{x(x^2 + y^2) \sqrt{x^2 + y^2 - l_2^2 \sin^2 \theta_2}} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x} = \frac{2x}{\sqrt{4l_1^2 l_2^2 - (x^2 + y^2 - l_1 - l_2)^2}} \quad (9)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial y} = \frac{2y}{\sqrt{4l_1^2 l_2^2 - (x^2 + y^2 - l_1 - l_2)^2}} \quad (10)$$

となる。次に $\Delta x, \Delta y$ を求める。 x, y は式 (1), (2) である。これらの式の $x(k+h)$ は、

$$x(k+h) = x_0 + r(\cos \varphi(k) \cos \Delta\varphi - \sin \varphi(k) \sin \Delta\varphi)$$

とできる．ここで $\frac{\Delta x}{h}$ は，

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x}{h} &= \frac{x(k+h) - x(k)}{h} \\ &= \frac{r(\cos \varphi(k)(\cos \Delta\varphi - 1) + \sin \varphi(k) \sin \Delta\varphi)}{h} \end{aligned}$$

となる．ここで， $|\Delta\varphi| \ll 1$ として，近似を行うことにより，

$$\begin{aligned} \Delta x &= r \sin \varphi(k) \Delta\varphi \\ \Delta y &= r \cos \varphi(k) \Delta\varphi \end{aligned}$$

となり，式 (6) が得られる．これより， $\dot{\theta}_1$ $\dot{\theta}_2$ を修正することにより $\Delta\varphi$ が修正できる．速度を修正する方法としては，各アクチュエータでの速度 ($\dot{\theta}_1$ $\dot{\theta}_2$) を速度拘束条件 ($\dot{\theta}_{1max}$ $\dot{\theta}_{2max}$) で割った値を使用した．また，その比率を λ とする．このようにすることで片方が拘束値，もう片方がオーバーしない値となる．判定条件は以下のようになる．

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\dot{\theta}_1}{\dot{\theta}_{1max}} \\ \lambda_2 &= \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_{2max}} \\ \lambda &= \max(\lambda_1, \lambda_2) \end{aligned}$$

とする．この λ を，

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{1new} &= \frac{1}{\lambda} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_{2new} &= \frac{1}{\lambda} \dot{\theta}_2 \end{aligned}$$

として使用することにより，新しい速度 $\dot{\theta}_{1new}$ $\dot{\theta}_{2new}$ を決定する．これにより，どちらか片方は常に拘束値をとることとなる．この修正により θ_{1new} θ_{2new} が決まるため， $\Delta\varphi$ を決めることができる．これにより速度拘束条件を満足しつつ最短時間で目標軌道上を移動することが保証される．

加速度に関しては常に最大値をとるのではなく，拘束条件を満たすということを目的としている．ゆえに，加速度は制約条件を超えた場合のみに関し修正することとする．加速度に関する関係は以下ようになる．また， $\dot{\theta}_1 = \frac{\Delta^2 \theta_1}{h^2}$ $\dot{\theta}_2 = \frac{\Delta^2 \theta_2}{h^2}$ である．ただし， $(\frac{d\varphi}{dt})^2 \simeq 0$ という近似を使用した．

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta^2 \theta_1}{h^2} \\ \frac{\Delta^2 \theta_2}{h^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \varphi} \end{bmatrix} \frac{\Delta^2 \varphi}{h^2}$$

このとき，それぞれの項は，式 (7)，(8)，(9)，(10) と同様である．これより，加速度を修正することにより，

目標値 $\Delta\varphi$ が修正され，同時に速度も修正されることとなる．よって，速度を判断したのちに加速度に関して判断し，拘束条件を満たさない場合のみ速度と同様の方法で加速度を修正する．各アクチュエータでの加速度 ($\ddot{\theta}_1$ ， $\ddot{\theta}_2$) を加速度拘束条件 ($\ddot{\theta}_{1max}$ $\ddot{\theta}_{2max}$) で割った値を使用し，その比率を μ とする．判定条件は以下のように設定した．

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{\ddot{\theta}_1}{\ddot{\theta}_{1max}} \\ \mu_2 &= \frac{\ddot{\theta}_2}{\ddot{\theta}_{2max}} \\ \mu &= \max(\mu_1, \mu_2) \end{aligned}$$

とし，速度と同様に，

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_{1new} &= \frac{1}{\mu} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_{2new} &= \frac{1}{\mu} \ddot{\theta}_2 \end{aligned}$$

と新しい加速度 ($\ddot{\theta}_{1new}$ $\ddot{\theta}_{2new}$) に修正する．これにより，新しい速度，それに伴い角度が決まる．修正した θ_{1new} θ_{2new} から新しい目標値 φ_{new} に変換するときには，

$$x_{new} = l_1 \cos(\theta_{1new}) + l_2 \cos(\theta_{1new} + \theta_{2new})$$

または，

$$y_{new} = l_1 \sin(\theta_{1new}) + l_2 \sin(\theta_{1new} + \theta_{2new})$$

を求める．これにより，制約値に合わせた速度における x (または y) 座標が求まる．これを使用し，

$$\begin{aligned} \varphi_{new} &= \cos^{-1}\left(\frac{x_{new} - a}{r}\right) \\ \varphi_{new} &= \sin^{-1}\left(\frac{y_{new} - b}{r}\right) \end{aligned}$$

として求める．

ここで，溶接用ロボットにみられるような直線軌道に関しての適用法は以下ようになる．目標値をマンピュレータ先端の xy 座標へ変換する際の式を，

$$\begin{aligned} x &= \frac{b}{\tan \varphi - a} \\ y &= ax + b \end{aligned}$$

とする．これは，直線軌道と $y = \tan \varphi x$ との交点よりマンピュレータ先端座標を求めた式である．これにより求められたマンピュレータ先端座標を逆運動力学により θ_1 θ_2 に変換し，同様の計算式に当てはめることにより，直線軌道への適用は簡単にできる．

4 シミュレーション

4.1 シミュレーション結果

図3, 4, 5, 6において実線が修正された値, 破線が修正前の値, 点鎖線が拘束値である. 但し, 図4の加速度においてのみ破線は速度拘束のみを考慮した場合の加速度である.

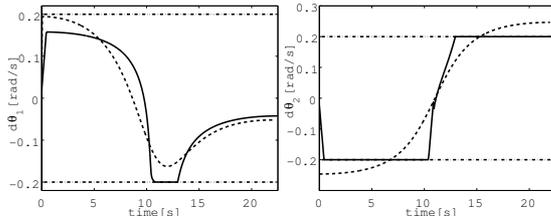


図3 左図 $\dot{\theta}_1$, 右図 $\dot{\theta}_2$

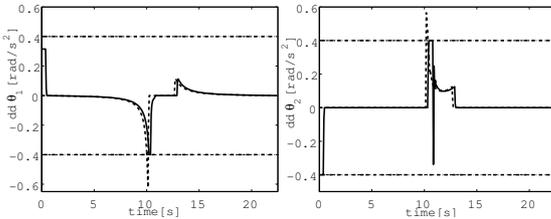


図4 左図 $\ddot{\theta}_1$, 右図 $\ddot{\theta}_2$

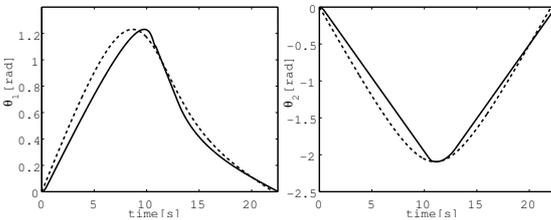


図5 左図 θ_1 , 右図 θ_2

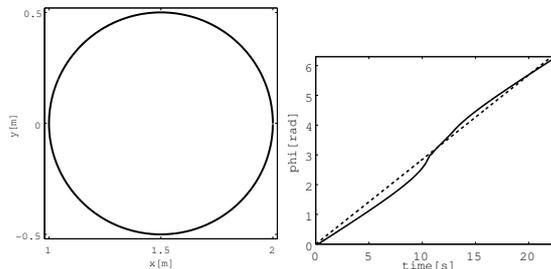


図6 左図 目標軌道, 右図 目標値

4.2 シミュレーションの考察

図4より, θ_1 θ_2 とともに速度拘束条件は満たされている. 加速度に関しては図5より, 拘束条件値内を満たしており, 拘束条件を超える値が入力されたとき正常に修

正されていることがわかる. これらのことより目標値修正法は有効性が示された. 図6の目標値において, 修正された目標値は修正前よりも遅い立ち上がりをしており, 最終的に修正前よりも遅く最終目標値に到達している. しかし, 常にどちらかのアクチュエータが最大速度をとっているから拘束条件内で最速であるといえる. 図6の軌道でわかるように, この修正値により速度拘束・加速度拘束を満たした入力で作成することに成功した.

5 終わりに

逐次変化する目標値からマニピュレータ先端の xy 座標をもとめ, その座標より各アクチュエータの角度を計算し, その増加量から速度をもとめた. その速度を速度拘束条件と比較し, 拘束条件を満たしていない場合, 速度を拘束条件で割った比率の大きいほうを全体の修正比率として採用し, これにより各アクチュエータの角度の修正値をもとめ, 先端座標に直し, その座標から目標値を修正した. この方法はオンラインではなくオフラインで行われる. 目標値修正法を使用することで各アクチュエータへの入力信号に拘束条件が付加されているため, 制御系に拘束条件を組み込む必要がない. 最後に理論の検証として, 円軌道に対してシミュレーションを行い理論の有用性を確認することができた. また, 直線軌道に対しての適用法も示した. 円軌道や直線軌道以外の軌道に関しては直線と曲線で近似することにより適用が可能である. 今後の課題としては, 減速の考慮と, 任意の軌道においての目標値の生成の方法などが挙げられる.

参考文献

- [1] 原: 「柔軟構造物のサーボ位置決め制御のための目標軌道生成」, 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻 649 号 No.99-0678 pp.187-194(2000).
- [2] 李, 山川: 「フレキシブルマニピュレータの障害物回避のための最適軌道設計」, 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻 644 号 No.99-1377 pp.180-187(2000).
- [3] Rojas, Goodwin, Seron and Feuer: "An SVD based strategy for receding horizon control of constrained linear systems", Int. J. of Robust And Nonlinear Control, Vol. 14, No. 13-4, pp. 1207-226(2004).
- [4] 齋藤, 井村: 「入力拘束システムのモデル予測制御に対する M-行列を用いた高速解放」, 計測自動制御学会論文集, 40 巻 No. 9 pp. 906-914(2004)
- [5] 小木曾, 平田: 時変の目標値に対するリファレンスガバナの構成法, 第 5 回計測自動制御学会制御部門大会, pp. 769-772(2005).
- [6] 奥田, 林, 陳, 高見: "加速度・速度制約を考慮したフィードフォワードフィルタの設計", 第 20 回電気産業電気学会産業応用部門大会, pp. II315-II320(2006)
- [7] 藤本, 堀, 川村: 「マルチレートフィードフォワード制御を用いた完全追従制御」, 計測自動制御学会論文集, 36 巻 No9 pp. 766-772(2000)