

# RBF ネットワークの最適化による PID パラメータチューニング

M2006MM008 稲葉 寿久

指導教員 高見 勲

## 1 はじめに

産業界で利用されている制御としては、PID 制御が主要な位置を占めている。この特徴は、偏差（目標値 - 出力）に比例した修正動作を行う比例動作（P 動作）、過去の偏差を積分保持した積分動作（I 動作）、将来の動きを予測する微分動作（D 動作）からなっている。PID 制御は構造が簡単であり、かつ PID パラメータの変更による制御系の応答特性の変化を定性的に捉え易く、また PID パラメータを調整することが容易である。PID 制御は現場でパラメータのチューニングができる点で実用的な制御方式である [1]。しかし、磁気浮上装置などのプラントは非線形性の高い制御対象であり、数式モデルとして厳密に記述できないこともある。このような場合には、制御理論が取扱う数式モデルの信憑性も低くなり、制御理論に基づく制御の厳密性が低下する。

ニューラルネットワークは人間の脳機構を真似たもので、パターン認識など定式化が困難な問題によく用いられる。またニューラルネットワークは学習や汎化能力を有する。このニューラルネットワークを制御に用いることで、非線形性が強く数式モデルの信憑性の低い制御対象において有効な結果を残せることが期待できる [2]。大松らは階層型ニューラルネットワークを用いて制御誤差が小さくなるように PID パラメータの自動調整を行ってきた（以下、ニューロ PID と呼ぶ）[3]。しかしニューロ PID では収束の速さやサンプル時間あたりの学習に時間が掛かることに問題を有していた。そこでニューロ PID での問題点を解決するために、本研究では RBF（ラジアル基底関数）ネットワークを用いて PID パラメータのチューニングを行う（以下、RBF PID と呼ぶ）[4]。RBF ネットワークは、階層型ニューラルネットワークの中間層に用いられるシグモイド関数の代わりに RBF を用いたものである。RBF ネットワークは階層型ニューラルネットワークと比べネットワークの初期値設定が行いやすい。

サンプル時間あたりの計算量が多い問題は、リアルタイムで制御系を作動させている場合、RBF ネットワークによる計算の負荷が大きくなり、PID 制御系にもサンプル時間が長くなるといった影響を及ぼす可能性を含んでいる。そこで赤池情報量規準による評価関数を用い RBF ネットワーク構造の最適化を行う。構造の最適化では RBF ネットワークの中間層素子数を変えていく。中間層素子数は RBF ネットワークの計算時間に比例するためこれを最適化することで計算時間の軽減を行う。

RBF PID の効果について I-PD 制御を用いて磁気浮上装置をシミュレーションと実験を行うことで検証を行う。

## 2 RBF ネットワークについて

一般に RBF ネットワークは以下のモデルで表される。

$$E(t) = \frac{1}{2}(\hat{O}_k(t) - O_k(t))^2 \quad (1)$$

$$O_k(t) = \sum_{j=1}^m a_{kj} z_j(t) \quad (2)$$

$$z_j(t) = \exp \left\{ -\frac{\|x(t) - c_j\|^2}{\sigma_j^2} \right\} \quad (3)$$

ここで、 $\hat{O}_k(t)$  は教師データ、 $O_k(t)$  は RBF ネットワークの出力、 $E(t)$  は誤差関数、 $x(t)$  は入力ベクトル、 $z_j(t)$  は RBF ユニット（中間層素子）の出力、 $c_j$  は RBF ユニットの配置位置、 $\sigma_j$  は RBF ユニットの幅、 $m$  は RBF ユニットの個数、 $a_{kj}$  は重みパラメータである。

また、学習手法として勾配にもとづく学習を用いた。この学習方法は、階層型ニューラルネットワークにおける誤差逆伝播法同様、二乗誤差の勾配に基づき、RBF ネットワークのパラメータを学習しているため局所解に陥る可能性もあるため初期値の設定が重要である。

## 3 RBF PID について

### 3.1 I-PD コントローラ

図 1 に RBF PID の概略図を示す。I-PD 制御は PID 制御の一種であり、積分動作のみ偏差フィードバックし、比例、微分動作はプラントの出力をフィードバックするので、セットポイントキックを防止し良好な過渡反応が期待できる。ここで、 $r(t)$  は目標値、 $u(t)$  はプラントの入力、 $y(t)$  はプラントの出力、 $e(t)$  は偏差（ $e(t) = r(t) - y(t)$ ）である。また (4) に連続時間系の I-PD コントローラを示す。

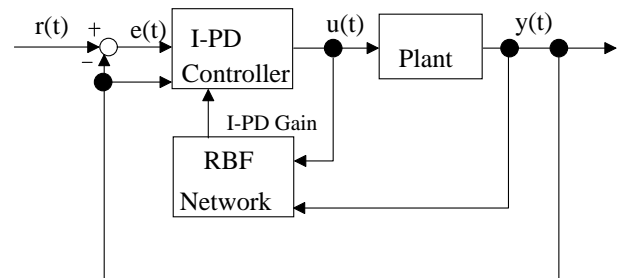


図 1 RBF PID の概略図

$$u(t) = k_c \left\{ -y(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau - T_d \frac{dy(t)}{dt} \right\} \quad (4)$$

ここで、 $k_c$  は比例ゲイン、 $T_i$  は積分時間、 $T_d$  は微分時間である。離散時間系に対する I-PD パラメータを求めるために (4) をサンプル時間  $T$  で離散化する。ここで、

$$K_p = k_c, K_i = k_c \frac{T}{T_i}, K_d = k_c \frac{T_d}{T} \quad (5)$$

とおくと、次式の I-PD コントローラを得る。このコントローラをパラメータチューニングに用いる。

$$u(t) = u(t-1) - K_p(y(t) - y(t-1)) + K_i e(t) - K_d(y(t) - 2y(t-1) + y(t-2)) \quad (6)$$

### 3.2 PID パラメータチューニング RBF ネットワーク

図 1 に示すように、RBF ネットワークの入力はプラントの入力  $u(t)$  とプラントの出力  $y(t)$  であり、出力は I-PD パラメータ  $K_p(t)$ 、 $K_i(t)$ 、 $K_d(t)$  である。図 2 に RBFPID に用いる RBF ネットワークの概略図を示す。入力層で入力  $u(t)$ 、 $y(t)$  と  $c_j$  のノルムの計算を行い、中間層で RBF の計算を行う。出力層で各 RBF の出力  $z_j$  と  $a_{kj}$  の積を求め、それらの和の計算を行う。

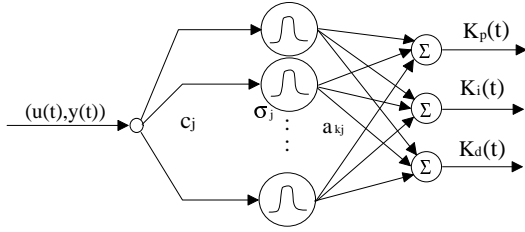


図 2 RBF ネットワークの概略図

学習では評価関数である次式が最小になるように学習を行う。

$$E(t) = \frac{1}{2} e(t)^2 \quad (7)$$

学習で用いる勾配  $\frac{\partial E(t)}{\partial \sigma_j}$ 、 $\frac{\partial E(t)}{\partial c_j}$ 、 $\frac{\partial E(t)}{\partial a_{kj}}$  は次式で与えられる。

$$\frac{\partial E(t)}{\partial \sigma_j} = -2e(t) \times \frac{\partial y(t)}{\partial u(t)} \times \sum_{k=1}^3 \left\{ \frac{\partial u(t)}{\partial O_k(t)} \times a_{kj} \times z_j(t) \times \frac{\|x(i) - c_j\|^2}{\sigma_j^3} \right\} \quad (8)$$

$$\frac{\partial E(t)}{\partial c_j} = -2e(t) \times \frac{\partial y(t)}{\partial u(t)} \times \sum_{k=1}^3 \left\{ \frac{\partial u(t)}{\partial O_k(t)} \times a_{kj} \times z_j(t) \times \frac{x(i) - c_j}{\sigma_j^2} \right\} \quad (9)$$

$$\frac{\partial E(t)}{\partial a_{kj}} = -e(t) \times \frac{\partial y(t)}{\partial u(t)} \times \frac{\partial u(t)}{\partial O_k(t)} \times z_j(t) \quad (10)$$

ここで、入力は  $x(1) = u(t)$ 、 $x(2) = y(t)$  であり、出力は  $O_1(t) = K_p(t)$ 、 $O_2(t) = K_i(t)$ 、 $O_3(t) = K_d(t)$  とす

る。また、 $u(t)$ 、 $y(t)$  を  $-0.5$  から  $1.5$  の値をとるように正規化し、RBF ネットワークの入力とする。これは、学習をうまく行うために RBF が出力できる範囲に RBF ネットワークの入力を行うためである。 $\frac{\partial y(t)}{\partial u(t)}$  はプラントの入力に関するプラントの出力の勾配、 $\frac{\partial u(t)}{\partial O_k(t)}$  は RBF ネットワークの出力に関するプラントの入力の勾配であり、次式で与えられる。

$$\frac{\partial y(t)}{\partial u(t)} \simeq \frac{y(t) - y(t-1)}{u(t) - u(t-1)} \quad (11)$$

$$\frac{\partial u(t)}{\partial O_k(t)} = \begin{cases} -y(t) + y(t-1) & ; k=1 \\ e(t) & ; k=2 \\ -y(t) + 2y(t-1) - y(t-2) & ; k=3 \end{cases} \quad (12)$$

次式に勾配要素と学習の更新式を示す。ここで、 $\lambda$  は学習係数である。

$$\sigma_j(t+1) = \sigma_j(t) - \lambda \frac{\partial E(t)}{\partial \sigma_j} \quad (13)$$

$$c_j(t+1) = c_j(t) - \lambda \frac{\partial E(t)}{\partial c_j} \quad (14)$$

$$a_{kj}(t+1) = a_{kj}(t) - \lambda \frac{\partial E(t)}{\partial a_{kj}} \quad (15)$$

以下に RBFPID の手順を示す。

- Step1 RBF ネットワークの初期値  $c_j, \sigma_j, a_{kj}, \lambda$  の設定、および RBF ネットワークの入力  $u(t)$ 、 $y(t)$ 。出力の I-PD パラメータ  $K_p$ 、 $K_i$ 、 $K_d$  を設定する。
- Step2 RBF ネットワークの出力を計算し、I-PD パラメータを求める。
- Step3 I-PD 制御によるプラントの入力  $u(t)$  と出力  $y(t)$  を求める。
- Step4 誤差  $e(t)$  を求め、評価  $\frac{1}{2} e(t)^2$  を行う。
- Step5  $\frac{\partial E(t)}{\partial c_j}$ 、 $\frac{\partial E(t)}{\partial \sigma_j}$ 、 $\frac{\partial E(t)}{\partial a_{kj}}$  を求め、(13)、(14)、(15) に従い、パラメータの更新を行う。Step2 へ戻る。

但し、Step2 ~ Step5 の手順については I-PD 制御系の各サンプル時間  $T$  ごとに行う。

## 4 RBF ネットワークの構造最適化

### 4.1 構造最適化の意義

RBF ネットワークには学習を行い、パラメータ更新の計算に時間が掛かるという問題点を有している。この問題点はリアルタイムで制御系を動かしている場合、PID 制御系に RBF ネットワークによる学習を行うための計算量が多いためサンプル時間  $T$  が長くなり、制御性能が低下するといった影響を及ぼす可能性を含んでいる。そこで RBF ネットワーク構造の最適化を行う。構造の最適化では中間層素子数を変えていく。中間層素子数が十分多い場合、RBF ネットワークの性能 (I-PD 制御系

における制御誤差の抑制能力)は高いが計算量が多い。逆に少なすぎる場合は計算量は少ないが、RBF ネットワークの性能が低下する場合がある。そこでまず中間層素子数を十分多くとり機能が低下しない程度に逐次削減していく。このとき中間層素子にも RBF ネットワークへの重要度に違いがあるため、重要度が低い中間層素子 (RBF ネットワークへの影響が少ない素子) を削除していく。しかし RBF ネットワークの入力  $u(t)$ ,  $y(t)$  は時間より変化するため、中間層素子削減は 1 サイクル (目標値を入力し I-PD 制御系が収束するまでの学習), 学習が終了してから行うものとする。また以上から RBF ネットワークの性能と中間層素子数は相反するものである。そこで中間層の削減について以下の赤池情報量規準による評価関数を設け、 $J$  が最小の値をとるようにする。また  $m$  は中間層素子数,  $n$  はデータ数である。

$$J = -2 \ln \left( \frac{\sum_{t=0}^n e(t)^2}{n} \right) + 2m \quad (16)$$

#### 4.2 中間層素子の削減と統合

##### (1) 削減

中間層素子の中にも重要度が高い中間層素子と低い素子がある。重要度の高い中間層素子は RBF の中心  $c_j$  と多くの RBF ネットワークの入力値  $u(t)$ ,  $y(t)$  が近く、RBF の出力は 1 に近い値を出力する。また逆に RBF の中心  $c_j$  と RBF ネットワークの入力値が離れている場合は、0 に近い値を出力し、RBF ネットワークへの重要度が低い。そこで重要度が低い中間層素子は削減しても RBF ネットワークへの影響は少ないと考えることができる。1 サイクル学習したときの  $z_j(t)$  の平均を計算し、ある値以下である中間層素子を重要度が低いとし、その中間層素子を削除する。次式に削減する中間層素子の条件を示す。条件を満たした中間層素子は削除される。 $\gamma_1$  によって削減の度合いが変わり、 $n$  はデータ数とする。また中間層素子を削減後  $J$  の値が増えた場合は中間層素子をもとに戻す。

$$\frac{1}{n} \sum_{t=0}^n z_j(t) < \gamma_1 \quad (17)$$

##### (2) 統合

中心の位置  $c_j$  が近い 2 個の RBF に関しては 1 個の RBF に近似することができる。2 個の RBF を 1 個に近似することで中間層素子を減らすことができる。統合についても学習により、RBF の中心が動くため 1 サイクルおきに統合を行う。次式の条件を満たした 2 個の中間層素子が統合される。 $\gamma_2$  によって削減の度合いが変わる。

$$\|c_p - c_q\| < \gamma_2 \quad (18)$$

統合後のパラメータの値を (19), (20), (21) に示す。 $c(new)$  は統合した後の  $c_j$  の値,  $c(old1)$  と  $c(old2)$  は統合する前の  $c_j$  の値とする。 $\sigma$ ,  $a$  についても同様である。

$$c(new) = \frac{c(old1) + c(old2)}{2} \quad (19)$$

$$\sigma(new) = \max\{\sigma(old1) + \|c(new) - c(old1)\|, \sigma(old2) + \|c(new) - c(old2)\|\} \quad (20)$$

$$a(new) = a(old1) + a(old2) \quad (21)$$

中心  $c(new)$  は  $c(old1)$  と  $c(old2)$  の平均にする。幅  $\sigma(new)$  は統合後の RBF の広がりか統合前の 2 個の RBF の広がりと同等になるようにする。高さ  $a(new)$  は和をとる。また中間層素子を統合後  $J$  の値が増えた場合は中間層素子をもとに戻す [5][6]。

① 各サンプル時間  $T$  ごとに行う学習,  $\sigma_j$ ,  $c_j$ ,  $a_{kj}$  の更新で評価関数  $E(t)$ 。② 各サイクルごとに行う学習, 中間層素子数の削減で評価関数  $J$ 。以上, 2 段階の学習を行うものとする。

#### 5 検証

図 3 に検証に用いる磁気浮上装置の概略図を示す。磁気浮上装置は磁石がコイル (電磁石) から磁力  $f$  を受け浮上する装置であり、コイルの電圧  $V$  を操作して、コイルからの磁石までの距離  $d$  を制御する。また  $m$  は磁石の質量,  $g$  は重力加速度を示す [7]。磁気浮上装置は磁石とコイルとの距離によって数式モデルが大きく変わる非線形性の強い制御対象であるので、RBF ネットワークを用いる制御に適していると考えられる。

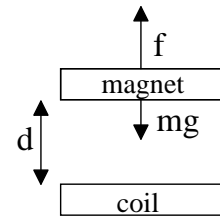


図 3 磁気浮上装置の概略図

#### 6 シミュレーション, 実験

##### 6.1 学習による偏差の 2 乗和の変化

RBF ネットワークによる I-PD 制御のパラメータチューニングを行った。図 4 にシミュレーション結果を示す。RBF ネットワークの中間層素子数を 9 個で固定した場合の偏差の 2 乗和の推移を細線に、9 個からサイクルごとに中間層素子を削減統合したときの偏差の 2 乗和の推移を太線に、またそのときの中間層素子数の変化の推移を点線に示す。また学習の初期値は 9 個の中間層素子の中心  $c_j$  を RBF ネットワークの入力  $u(t)$ ,  $y(t)$  を正規化した範囲に一樣に分布した。 $\sigma_j$  の値はすべて 2 とし、 $a_{kj}$  の値もすべて 0.01 とした。RBF ネットワークの出力である I-PD パラメータがあらかじめ予想する値か

らスタートするようにするため、RBF ネットワークの出力にある初期値を足した。

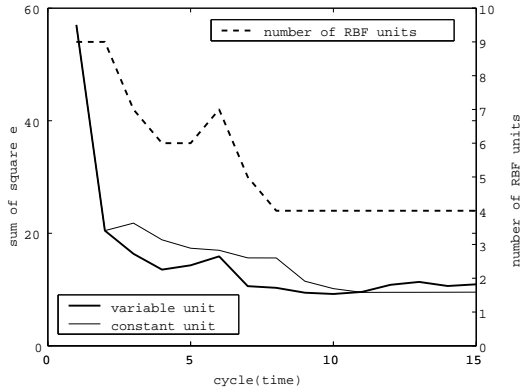


図 4 RBF ネットワークによる学習と中間層素子数

図 4 より中間層素子の削減統合を行った場合、中間層素子の数が減るときに偏差の 2 乗和も多少変動するが、RBF ネットワークの性能はほとんど低下していないことがわかる。また 9 個から始めた中間層素子数は 15 サイクル後には 4 個になった。その過程は 3 サイクル目、4 サイクル目には削減が行われ、7 サイクル目、8 サイクル目には統合が行われた。J の値も収束していくことが確認できた。

#### 6.2 I-PD 制御系での学習による変化

図 5 は学習前の、図 6 には 15 サイクル学習後の I-PD 制御系のシミュレーションと実験結果である。0.1 秒のところで目標値の 0.02[m] のステップ入力を行った。実験ではシミュレーションで求めたパラメータを用いた。図より目標である偏差が減っており学習がなされたことが分かる。

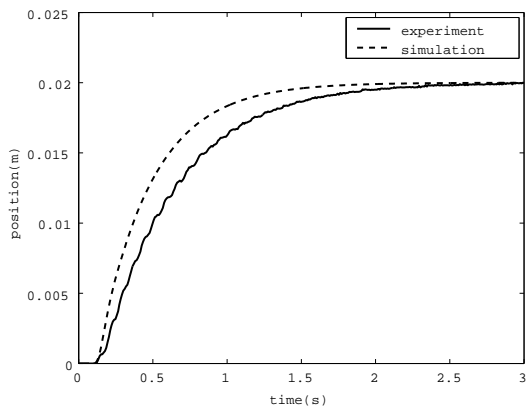


図 5 学習前のシミュレーション, 実験

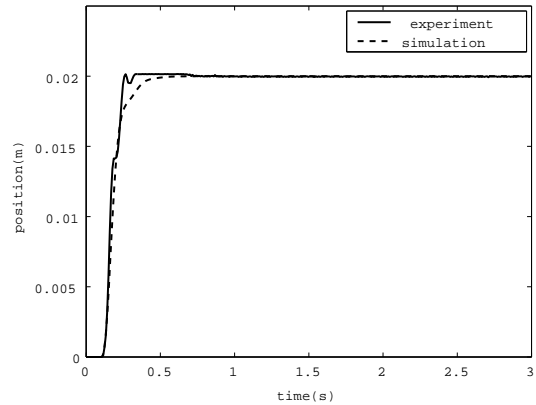


図 6 学習後のシミュレーション, 実験

## 7 おわりに

本研究では RBF ネットワークを用いて I-PD 制御系パラメータの学習を行った。RBF ネットワークの勾配法を用いた学習方法を用いることにより、評価関数である偏差の 2 乗を減らすことができた。また計算量軽減のための RBF ネットワーク構造最適化についての研究を行った。中間層素子数が十分あるときの RBF ネットワークから学習を始め性能を低下させることなく、中間層素子数を削減することができた。中間層素子を減らす方法として、重要度が低い中間層素子を削除する。重要度が低い中間層素子は、RBF の出力が小さいもので削除し、RBF の中心が近くにある 2 つの中間層素子を 1 つに統合した。RBF ネットワークの構造を単純化することにより、中間層素子数に比例して大きくなるサンプル時間あたりの計算量を軽減することができた。また磁気浮上装置を用いてシミュレーション、実験を行い、提案手法の有効性を検証した。

## 参考文献

- [1] 須田信英,1992,『PID 制御』,朝倉書店.
- [2] Sridhar Seshagiri and HassenK.Khalil. 2000, 'Output Feedback Control of Nonlinear Systems Using RBF Neural Networks', IEEE Transactions on Neural Networks, vol.11, no.1.
- [3] 藤中透・清水真弥・吉岡理文・大松繁, 2000, 「ニューロ PID を用いたハードディスクドライブ位置制御」, 電気学会論文 C, Vol.121, No3, pp.580-585.
- [4] 坂和正敏・田中雅博, 1997, 『ニューロコンピューティング入門』, 森北出版.
- [5] 伊藤信治・村田純一・平澤宏太郎, 2003, 「ノード数減少型 RBF ネットワークとその制御器設計問題への応用」, 電気学会論文誌 C, Vol.123, No.2, pp338-344.
- [6] 柴田克成・伊藤宏司, 2002, 「局所信号を入力としたニューラルネットにおける中間層での適応的空間再構成と汎化」, 信学技, NC2001-152.
- [7] 林秀樹, 2005, 「デルタオペレータによるシステム同定」, 南山大学数理情報学部, 2005 年度卒業論文.