

非線形PID制御によるフレキシブルアームの制振制御

M2005MM031 鈴木宏和

指導教員: 高見勲

1 はじめに

産業用ロボットにおいて、材料コストや運搬コストを考慮すると、ロボットアームは軽量化をすることが望ましい。また、軽量化によって作業の高速化や省エネルギー化といった効果も期待できる。しかしながら、軽量化は剛性の低下に繋がり、その結果として、それまで影響が少なかったアームの弾性変形や弾性振動を無視することができなくなってしまう問題が発生する。そこでアームの弾性変形や弾性振動を抑止、または補償する制御が必要となる[1][2]。

本研究では弾性変形や弾性振動を抑止する非線形PID制御設計法を提案する。PID制御は身近な家電製品から発電所といった大型なプラントまで幅広く用いられている制御手法であり、パラメータの決定方法は数多く提案されており、また経験的に調節が行えるなど非常に汎用性が高く、産業界における主力の制御手法といえる。これに対して非線形PID制御はPID制御を改良した制御手法で、現在も多くの研究者によって研究が行われている。非線形PID制御はPID制御と同様の構造をしているものの、PID制御が定数ゲインを用いているのに対し、非線形PID制御のゲインはシステムの状態や入力関数として与えられるもので、その結果としてPID制御に比べ減衰性や即応性を向上させることが可能となっている。佐藤らはハイゲイン適応制御を応用し、オンラインで適応的にPIゲインが調節されるPI制御法を提案し、パラメータが変動する場合であっても所望の制御性能を達成できることを示した[3]。湯場崎らは経験的に調節を行っていたPIDパラメータを各入力項目に対してそれぞれ単一入力ルール群を構築することでルール数を大幅に削減したif-then形式のファジィ制御によって決定を行った[4]。

今回提案する方法はPID制御に非線形のフィードバック補償を加えた構造になっており、非線形項によって制御性能の向上を図っている。また、システム全体の安定性が非線形項の影響によって損なわれることが無いようにリアプノフの安定定理によってシステムの漸近安定性を保証している。制御入力構造は線形項と非線形項から成るArmstrongらの研究[5]を参考にした。Armstrongらの方法では線形項のゲインを何らかの方法で決定しなくてはならず、また、非線形項のゲインの決定方法が確立されていないという問題点がある[5][6][7]。そこで、提案する方法ではこの問題をリカッチ代数方程式に帰着させることで、ある評価規範を最小にするようなゲインを求める最適制御問題として定式化する方法を採用した。また、オフセットと呼ばれる定常状態における目標値と制御量の差を解消する、また立ち上がりを良くすることで整定するまでの時間を短くするなどという目的に応じた非線形項の設計方法も提案する。

理論の検証は1-リンクフレキシブルアームを対象として

行った。フレキシブルアームとは柔軟なロボットアームの簡単なモデルで、アーム部を軽量化しており、非常に振動的なシステムである[8]。そこで、アームのしなりをバネに見立てた単純化モデルを用いることによって集中定数系としてモデリングを行った[9]。以上のことをふまえ、得られた制御則をフレキシブルアームのシミュレーション、及び実験を行うことで理論の有効性の考察、検証を行った。

2 非線形PID制御設計

線形時不変のシステムの状態空間表現が以下のように入力と与えられているとする。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 、 $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ である。また可制御かつ可観測なシステムであると仮定する。このシステムを安定化させる非線形PID制御において制御入力 $\mathbf{u}(t)$ を以下の様式で与えらるとする。

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}(t)\mathbf{x}(t) \quad (3)$$

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{K}_0 + s_{k_1}(\mathbf{x})m_1k_1(\mathbf{x})\mathbf{K}_1 + s_{k_2}(\mathbf{x})m_2k_2(\mathbf{x})\mathbf{K}_2 \cdots \quad (4)$$

これは線形の状態フィードバックに非線形なフィードバック項が追加されている様式となっている。 $\mathbf{K}(t) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ は時変の状態フィードバックゲインであり、 $\mathbf{K}_0 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ は線形の状態フィードバックゲイン、 $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \dots \in \mathbb{R}^{m \times n}$ は非線形項の状態フィードバックゲイン、 m_1, m_2, \dots は非線形項の大きさを調節するための非負定数、 $k_1(\mathbf{x}), k_2(\mathbf{x}), \dots: \mathbb{R}^n \rightarrow [0, 1]$ は非線形項の適用範囲を決定するための非負関数、 $s_{k_1}(\mathbf{x}), s_{k_2}(\mathbf{x}), \dots: \mathbb{R}^n \rightarrow \{0, 1\}$ は非線形項を適用するかしないかを決定する切換関数である。

2.1 漸近安定性の保証

切換関数の決定にあたり、リアプノフの安定定理を用いて大域的漸近安定性が保証されるようにする。

- リアプノフの安定定理とは次のような定理である。
 1. ある正定関数 $V(\mathbf{x})$ が平衡点を含む閉領域 Σ において、 \mathbf{x} に関して連続で、1次偏導関数を持つ
 2. 時間微分 $\dot{V}(\mathbf{x})$ が不定関数である
 3. $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$ のとき $V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$ の条件を満たす

この1, 2の条件を満たすときに、平衡点 $\mathbf{x} = 0$ が漸近安定になるという定理である[10]。さらに3の条件を満たすとき、上記の結果は大域的に成立する。 $V(\mathbf{x})$ が正定関数かつその導関数 $\dot{V}(\mathbf{x})$ が準負定もしくは負定関数となるときこの $V(\mathbf{x})$ をリアプノフ関数と呼ぶ。リアプノフ関数の候補を以下の様な2次形式とする。

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}(t)^T \mathbf{P}\mathbf{x}(t) \quad (5)$$

\mathbf{P} が正定対称行列であれば、 $V(x)$ は正定関数となる。

ここで $s_{k_i} = 0$ ($i = 1, 2, \dots$)の場合を考えると、(1), (3), (4)式より $\dot{x}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_0)x(t)$ を得る。このとき $\dot{V}(x)$ は

$$\dot{V}(x) = x(t)^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{PA} - \mathbf{K}_0^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{PBK}_0)x(t) \quad (6)$$

となる。 \mathbf{K}_0 は最適レギュレータ問題を解いて得られる最適ゲインとして与える。

フィードバックゲイン \mathbf{K}_0 を次式のように決定する。

$$\mathbf{K}_0 = \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \quad (7)$$

(6), (7)式より

$$\dot{V}(x) = x(t)^T \{\mathbf{PA} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{PBR}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}\}x(t) \quad (8)$$

を得る。リアプノフ関数の導関数が負定関数になるためには、 \mathbf{Q}_L を正定対称行列として、

$$\mathbf{PA} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{PBR}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = -\mathbf{Q}_L \quad (9)$$

が満たされればよい。(9)式はリカッチ方程式と呼ばれるもので、 $\{\mathbf{A} \ \mathbf{B}\}$ が可制御であれば、この方程式の唯一の正定対称解 \mathbf{P} が存在する。また、(7)式の \mathbf{K}_0 は評価規範

$$J = \int_0^{\infty} \{x(t)^T \mathbf{Q}_L x(t) + 2u(t)^T \mathbf{R} u(t)\} dt \quad (10)$$

を最小にする最適レギュレータ問題を解いて得られる最適ゲインとなっている。次に $s_{k_i} \neq 0$ ($i = 1, 2, \dots$)の場合を考えると、

$$\dot{V} = -x(t)^T \{\mathbf{Q}_L + s_{k_1}(x)m_1 k_1(x)\mathbf{Q}_{k_1} + \dots\}x(t) \quad (11)$$

となる。ただし、 $\mathbf{Q}_{k_i} = \mathbf{K}_i^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{PBK}_i$ である。ここから、常にリアプノフ関数が負定となるための切換条件が求まる。すなわち、

$$\begin{cases} s_{k_i} = 0 & x(t)^T \mathbf{Q}_{k_i} x(t) \leq 0 \text{ のとき} \\ s_{k_i} = 1 & x(t)^T \mathbf{Q}_{k_i} x(t) > 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

という条件で非線形項を切換することで、リアプノフ関数の導関数は常に負定とすることができる。よって、いかなる \mathbf{K}_i ($i = 1, 2, \dots$)を用いてもシステム全体の漸近安定性は保証される。

2.2 過渡特性と定常特性の改善のための非線形項設計

制御に求められる要求は大きくわけて次の通りである。

1. 安定性
2. 過渡特性
3. 定常特性

このうち、システムの安定性については前節で大域的漸近安定性を示した。そこで、提案法では2つの非線形項によって過渡特性と定常特性の改善を試みる。

過渡特性が良いとは、目標値到達時間が短く、オーバーシュートや弾性振動を起こさないことを意味する。目標値到達時間を短縮するためには、立ち上がりを速くす

ばよい。従来の線形制御では、立ち上がりを速くするためにゲインを高くする方法が用いられてきた。しかしながら、ゲインを高くすることによりオーバーシュートや、弾性振動を引き起こす可能性もある。これは、目標値近傍においてゲインが高すぎることが原因である。

定常特性が良いとは、オフセットを残すことなく目標値に追従することを意味する。オフセットを解消するためには、偏差の積分を用いる方法が考えられる。これは偏差が小さくなった際に目標値の近傍で収束することがないようにすることを目的としているため、偏差が大きい場合は積分を用いる必要はないといえる。

そこで、提案法では非線形項の適用範囲を決定する非負の非線形関数 $k_i(x)$ を用いて、偏差の大きさによって非線形項の適用範囲を限定する方法を提案する。これは過渡特性を改善するための非線形項であれば、偏差が大きいときにはこの関数の値を1とし、偏差が小さくなると0となるような $k_i(x)$ を設計する。また定常特性を改善するための非線形項であれば、偏差が大きいときは0、小さくなるにつれて1となるような $k_i(x)$ を設計することで、非線形項の適用範囲を任意に指定するものである。

非線形項のゲイン \mathbf{K}_i は目的に応じて、新たにレギュレータ問題を解いて得られる最適ゲインを用いることにする。つまり、過渡特性の改善には状態変数の重みを大きくとる、定常特性の改善には積分の重みを大きくとるといったように重み \mathbf{Q}_{k_i} 、 \mathbf{R} を決め、評価規範

$$J_i = \int_0^{\infty} \{x(t)^T \mathbf{Q}_{k_i} x(t) + u(t)^T \mathbf{R}_i u(t)\} dt \quad (12)$$

を最小にするゲイン $\mathbf{K}_i = \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_i$ を用いる。ただし、 \mathbf{P}_i は次のリカッチ方程式を満足する唯一の正定対称解である。

$$\mathbf{P}_i \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}_i - \mathbf{P}_i \mathbf{B} \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_i = -\mathbf{Q}_{k_i} \quad (13)$$

これらを用いることで目的に応じた非線形項が作成可能となる。

2.3 提案法と従来法との違い

Armstrongらの従来法[5][6][7]ではフィードバックゲイン \mathbf{K}_0 をPIDゲインとして与え、リアプノフの安定定理によって安定性の保障を行っている。しかしながら、PIDパラメータの決定及び調節は熟練の技術者であれば容易であるかもしれないが、そうでない者にとって容易であるとは言い難い。そこで、提案法では最適レギュレータ問題を解くことでフィードバックゲインを求める方法を採用した。これにより状態変数を早く収束させたい、あるいは制御入力大きさを大きくしたくないといった要求があったとして、重みを指定するだけで容易にゲインを導出することが可能となり、ゲインの調節も重みを変化させることで容易に可能である。

また、従来法では非線形項のゲイン決定方法が確立されておらず、非線形項のゲインは線形項の比例ゲインを用いるといった方法が用いられていた。非線形項のゲイン選択が何らかの評価規範を基に行われていないため、果たしてそれがふさわしいのかという問題が生じる。提案法では、非線形項のゲインを線形項と同様に最適レギュ

レータ問題として求めることで、評価関数を最小にするような状態フィードバックゲインとして与えることとした。非線形項の用途によって何を重視するかは異なってくるため、評価関数の重みを目的によって変更する、また、 $k_i(x)$ を目標値と制御量との偏差によって変動する非線形関数として与えることで、非線形項が効果を及ぼす範囲を指定することが可能となり、立ち上がりの改善やオフセットの解消といった目的に応じた非線形項の設計が可能となった。従来法では非線形項が目標値に近づくにつれて与える影響が小さくなるように設計していたため、提案法のように過渡特性や定常特性の改善といった目的に応じて非線形項を設計することはできず、提案法のほうが適応範囲が広いと考えられる。

3 フレキシブルアームによる理論検証

2章で得られた非線形PID制御則の理論検証を行うため1-リンクフレキシブルアームによるシミュレーション及び実験を行った。

3.1 シミュレーションによる検証

1-リンクフレキシブルアームの状態ベクトル \mathbf{x} を $[\theta \ \gamma \ \dot{\theta} \ \dot{\gamma} \ \int \gamma]^T$ とし、 $u(t) = V$ とする。

システムの状態空間表現は下式で表される。ここで、 θ 、 γ 、 V はそれぞれアーム根元の角度、アーム先端の絶対的な角度、入力電圧である。

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -708.8762 & 708.8762 & -37.0218 & 0 & 0 \\ 444.6350 & -444.6350 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \gamma \\ \dot{\theta} \\ \dot{\gamma} \\ \int \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 65.1134 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V \quad (14)$$

$$y = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{x} \quad (15)$$

(4)式において、線形項のゲイン \mathbf{K}_0 はシステムの挙動に最も影響を与えるため、このゲインが高すぎるとシステムが振動的になる恐れがある。そこで、 \mathbf{K}_0 はハイゲインにならないように、重みを $\mathbf{Q}_L = \text{diag}(50, 10, 10^{-1}, 1, 10^{-10})$ 、 $R = 5$ とした。(7)、(9)式より $\mathbf{K}_0 = [3.2112 \ -1.4791 \ 0.0833 \ 0.0999 \ 0]$ を得た。 \mathbf{K}_0 のみを用いて制御を行うと、これは最適レギュレータ制御に相当する。図2の破線がそのときの応答波形である。振動的にならないように重みを選択した結果、緩やかに目標値 $\frac{\pi}{4}$ に追従していくことがわかる。

1つ目の非線形項によって過渡特性の改善を図る。 \mathbf{K}_1 は θ の収束が早くなるよう、重みを $\mathbf{Q}_{k_1} = \text{diag}(20, 2, 0, 0, 10^{-10})$ 、 $R_1 = 30$ と選択して求めた。このとき $\mathbf{K}_1 = [0.8341 \ 0.0223 \ 0.0221 \ 0.0352 \ 0]$ となった。 $k_1(x)$ は偏差が小さくなったときに、この非線形項が影響

を及ぼさないように設計する。今回は図1の k_1 (破線)のような非線形関数を選択した。横軸は目標値と制御量との偏差の絶対値であり、縦軸はその際の $k_1(x)$ の大きさである。

2つ目の非線形項によって定常特性の改善を図る。 \mathbf{K}_2 はオフセット解消のために積分の重みを大きくして、 $\mathbf{Q}_{k_2} = \text{diag}(10, 1, 0, 0, 50)$ 、 $R_2 = 20$ と選択して求めた。このとき $\mathbf{K}_2 = [1.5576 \ 0.0832 \ 0.0406 \ 0.0683 \ 1.5811]$ となった。 $k_2(x)$ は図1の k_2 (実線)のような非線形関数を選択し、目標値近傍でこの非線形項が作用するようにした。

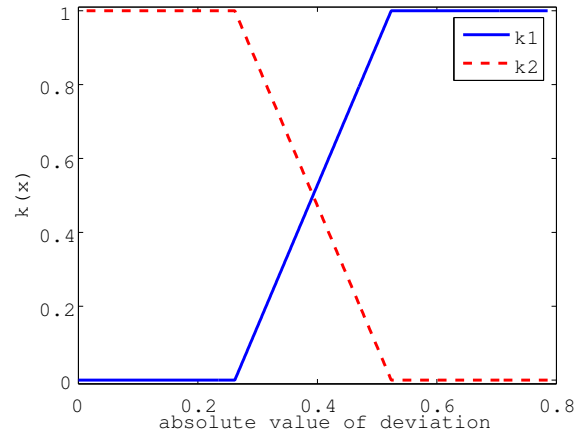


図 1: scale of $k_1(x)$ and $k_2(x)$

m_1, m_2 は非線形項の大きさを調節する働きをし、オーバーシュートが起きないように値を決定する。今回は $m_1 = 1$ 、 $m_2 = 0.8$ を選択した。

図2に今回提案する非線形PID制御と最適レギュレータ制御とのシミュレーション結果を示す。

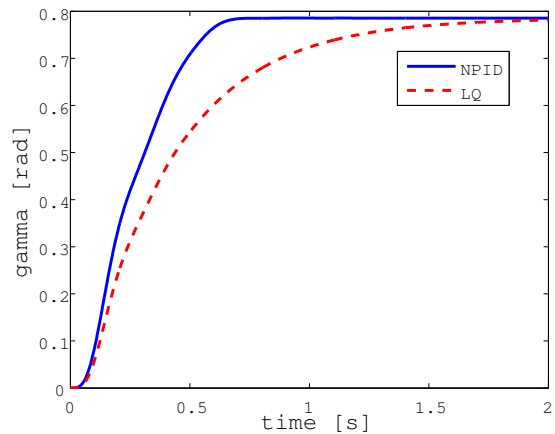


図 2: comparison between NPID and LQ

実線が今回提案する非線形PID制御の応答(NPID)であり、破線が最適レギュレータ制御の応答(LQ)である。

図2を見てわかるとおり、どちらも振動的になったりオーバーシュートを起こすことなく目標値 $\frac{\pi}{4}$ に追従していることがわかる。提案する非線形PID制御の非線形な項を除くと最適レギュレータ制御となることは先ほど述べたが、

非線形な項を追加することでオーバーシュートを起こすことなく目標値に追従している。これは非線形な項の影響を与える範囲を $k_i(x)$ によって決定したことによって、目標値近傍でハイゲインとならないためである。 γ の値が $\frac{\pi}{3}$ を超えた辺りで非線形PID制御の応答の傾きが変化しているところを見ても、1つ目の非線形項によって立ち上がりは改善され、その結果として目標値近傍に到達するまでの時間を短縮できていることがわかる。シミュレーションでは最適レギュレータ制御にオフセットが残らなかったため、オフセットの解消のための2つ目の非線形項の有効性は確認できないものの、整定するまでの時間が非線形PID制御は最適レギュレータ制御の半以下と、非常に素早く目標値に追従していることがわかる。

3.2 実験による検証

前節で得られた制御則を実制御対象に搭載し実験を行った。図3は最適レギュレータ制御実験(鎖線)、非線形PID制御実験(実線)、及び非線形PID制御シミュレーション(破線)との比較である。

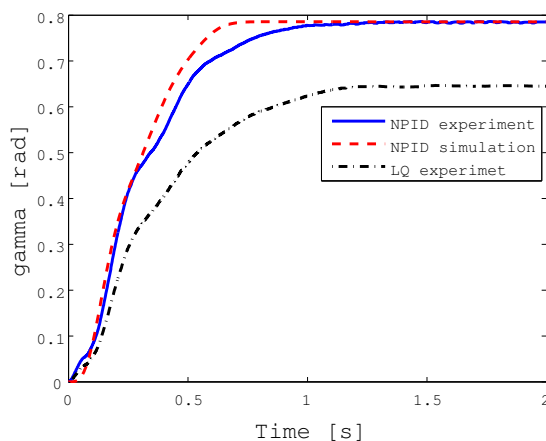


図 3: comparison between simulation and experiment

非線形PID制御実験ではオフセットの解消のための非線形項を追加しているため最適レギュレータ制御実験で残ったオフセットは残らなかった。オフセットが残った原因は摩擦によるものであり、積分の効果によってこれを解消することができたといえる。よってシミュレーションで確認できなかった2つ目の非線形項の有効性を確認できた。最適レギュレータ制御に比べて立ち上がりも改善され、またオーバーシュートの発生や、応答が振動的になることもなく目標値に追従している。これらシミュレーションと実験の結果より、提案する非線形PID制御則が1-リンクフレキシブルアームを制御するにあたり有効であると確認できたといえる。

4 おわりに

本研究で得られた成果を以下に示す。

1. 非線形PID制御のパラメータ決定を最適レギュレータ問題として定式化
2. 目的に応じた非線形項の設計

3. リアプノフの安定定理を用いた非線形PID制御の安定性保障

4. 実機による理論の有効性の確認

本研究で提案する制御手法はArmstrongらの従来法[5]を基に、これを拡張したものである。線形項によってシステムのおおまかな振る舞いを規定し、2つの非線形項によって過渡特性と定常特性の改善を図った。このとき、システム全体が漸近安定となることをリアプノフの安定定理を用いて示した。

提案法が現実の問題に対して有効であるかどうかを1-リンクフレキシブルアームのシミュレーション、および実験によって検証を行った。その結果、非常に振動的な特性を持つアームが振動やオーバーシュートすることなく目標値に追従し、提案法の有効性を確認することができた。

今後の課題としては、外乱抑止を行うための非線形項を新たに追加することで、外乱が加わっても素早く定常状態に収束させることなどがあげられる。

参考文献

- [1] 石畑, 呂, 谷萩: フレキシブルアームの制振制御の一方法, 日本機械学会論文誌(C編), **68**-674, 93/100 (2002)
- [2] 呂, 石畑, 谷萩: モデル化誤差を考慮した非最小位相離散時間系のロバストモデル追従制御の一方法, 日本機械学会論文誌(C編), **66**-649, 128/135 (2000)
- [3] 佐藤, 樊, 小林: 適応的なパラメータ調節機構をもつPD制御法, 計測自動制御学会論文誌, **34**-11, 1632/1638 (1998)
- [4] 湯場崎, 易, 廣田: SIRM動的重視度結合型ファジイ推論モデルによる非線形PID制御, 計測自動制御学会論文誌, **35**-2, 244/252 (1999)
- [5] B.Armstrong and B.A.Wade: Nonlinear PID Control with Partial State Knowledge: Damping without Derivatives, *The International Journal of Robotics Research*, **19**-8, 715/731 (2000)
- [6] B.Armstrong, J.McPherson, and Y.Li: On the Stability of Nonlinear PD Control, *Applied Mathematics and Computer Science* (May, 1997)
- [7] B.Armstrong and B.A.Wade: Nonlinear PID Control with Partial State Knowledge: Design by Quadratic Programming, *Proceedings of the American Control Conference*, Chicago, Illinois (June, 2000)
- [8] 嘉納 秀明: フレキシブルアームの分布定数系モデル, 日本ロボット学会誌, **6**-5, 66/71 (1988).
- [9] QUANSER: SRV02-Series Rotary Experiment #5 Flexible Link Student Handout
- [10] 平井 一正: 非線形制御, コロナ社 (2003)