H_∞ 制御による磁気浮上装置のロバスト安定化

2008MI265 山田眞規子
指導教員：高見勲

1　はじめに

ロバスト制御理論は不確かなモデルに対する合理的な制御理論である．昨今，ロバスト制御は制御系設計の標準的仕様になりつつある．

本研究では，ロバストな制御系設計手法である H_∞ 制御を用いて磁気浮上装置の位置制御コントローラを設計することにより，一定の範囲内において鋼球位置を制御する．

2　制御対象とモデリング

図 1 は，本研究で用いる磁気浮上装置の簡単な構成図である．コイルに電流を流すことで発生する電磁力により，鋼球を浮上させ，鋼球の位置を制御することができる。また，鋼球の位置は，ボールの台座に埋め込まれている感光性センサーによって検出される．ここでは，I_c[A] を実コイル電流，x_b[m] を鋼球位置，M_b[kg] を鋼球質量，g[m/s^2] を重力加速度，F_c[N] を電磁力 とする．

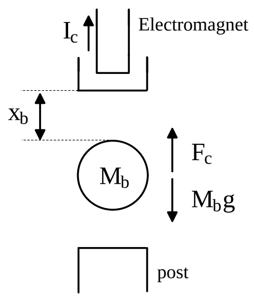

図 1　磁気浮上装置のモデル

鋼球に働く重力と電磁力の合力に，ニュートンの第二法則を用いると，

$$M_b \frac{d^2}{dt^2} x_b = M_b g - F_c \tag{1}$$

となる．また，電磁力 F_c は，下式で与えられる．

$$F_c = \frac{K_m I_c^2}{2x_b^2} \tag{2}$$

平衡点 (x_{b0},I_{c0}) の周りで線形化し，伝達関数を求めると，

$$P(s) = \frac{x_{b1}(s)}{I_{c1}(s)} = \frac{-Kb_{bc}{\omega_b}^2}{s^2 - \omega_b^2} \tag{3}$$

$$Kb_{bc} = \frac{x_{b0}}{I_{c0}} \quad , \quad \omega_b = \sqrt{\frac{2g}{x_{b0}}} \tag{4}$$

ただし x_{b1}[m] を鋼球位置の微小変位，I_{c1}[A] を電流の微小変化　とする．

式 (3) は，極：$s = \pm\omega_b > 0$ が存在するため，不安定である．よって，H_∞ 制御を用いて安定化を図る．

3　制御系設計

磁気浮上を利用したシステムでは，鋼球の質量や制御位置がいつも同じであるとは限らない．今回は制御位置について，ロバスト安定性を保証する．

ところで，平衡点は時間微分が 0 になる点であり，また，電磁力と重力は等しくなる．このことから，平衡点においての電流と位置の関係は，式 (1)，(2) より，

$$I_{c0} = \sqrt{\frac{2M_b g}{K_m}}\, x_{b0} \tag{5}$$

が得られる．式 (3)，(4)，(5) より，x_{b0} の値により，Kb_{bc}，ω_b，I_{c0} が異なる値をとることが分かる．そこで，鋼球位置の目標値を x_{b0}=7×10^{-3}[m] とし，鋼球の移動可能範囲 4×10^{-3}〜10×10^{-3}[m] を保証するように，公称モデルを P，実制御対象を集合 $\tilde{P}$ とした。

また，式 (6) より得らる電磁力定数 K_m の値を，鋼球位置の実測値と，そのときの操作入力の実測値から求める．

$$K_m = \frac{2M_b g x_{b0}^2}{I_{c0}^2} \tag{6}$$

鋼球位置により，K_m の値は異なり，定数に定まらないことが表 1 より分かる．そこで，鋼球位置の目標値が $4{\times}10^{-3}$〜10×10^{-3}[m] のときの，K_m の値についてもロバスト安定性を保証するよう設計する．

表 1　鋼球位置の目標値が 4 [mm] から 10 [mm] のときの K_m の値

鋼球位置の目標値 [mm]	鋼球位置の実測値の平均 [mm]	操作入力の実測値の平均 [A]	実測値から求めた K_m の値 [N.m^2/A^2]
4	4.000	1.18	$6.82{\times}10^{-5}$
5	4.995	1.24	$7.35{\times}10^{-5}$
6	5.997	1.33	$7.51{\times}10^{-5}$
7	7.003	1.40	$7.85{\times}10^{-5}$
8	8.005	1.48	$8.06{\times}10^{-5}$
9	8.999	1.53	$8.58{\times}10^{-5}$
10	10.001	1.60	$8.86{\times}10^{-5}$

$$P = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & D_p \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$W_t = \begin{bmatrix} A_t & B_t \\ C_t & D_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 2 \\ -3.25 & 0.75 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$W_e = \begin{bmatrix} A_e & B_e \\ C_e & D_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.07 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$W_x = \left[\begin{array}{cc} A_x & B_x \\ C_x & D_x \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc} 2 & 0 \\ 0.5 & 0 \end{array}\right] \tag{10}$$

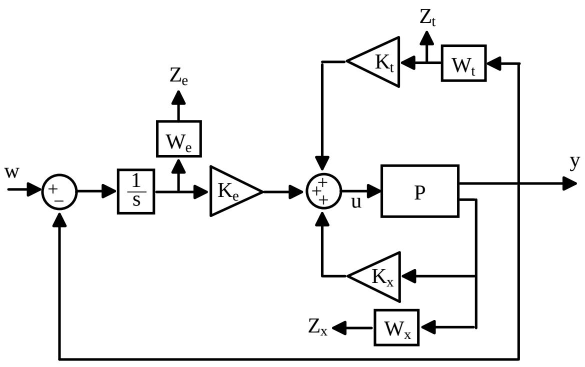

図 2　一般化制御対象

W_t を相補感度関数に対する重み，W_e を偏差積分に対する重み，W_x を状態に対する重みとする．W_t は，乗法的誤差 $\Delta_m = \tilde{P}/P - 1$ を求め，小ゲイン定理を適用して，式 (11) を満たす W_t に決定した．$\bar{\sigma}$ は最大特異値を表す．

$$\bar{\sigma}\{\Delta_m(j\omega)\} < |W_t(j\omega)| \tag{11}$$

図 3 は，このときのボード線図のゲイン特性である．

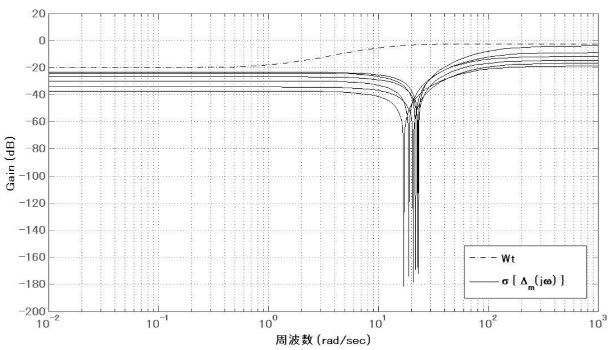

図 3　乗法的誤差 $\sigma\{\Delta_m(j\omega)\}$ と周波数重み W_t

このときの一般化制御対象行列 $G(s)$ を求めると，次式となった．

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} G_{11} & G_{12} \\ \hline G_{21} & G_{22} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|cc} A_1 & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \end{array}\right]$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|cc} A_p & 0 & 0 & 0 & B_p \\ -B_eC_p & A_e & 0 & B_e & -B_eD_p \\ B_tC_p & 0 & A_t & 0 & B_tD_p \\ \hline D_tC_p & 0 & C_t & 0 & D_tD_p \\ W_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -D_eC_p & C_e & 0 & D_e & -D_eD_p \end{array}\right]$$

LMI 式は，以下のようになる，

$$\left[\begin{array}{ccc} A_1X + XA_1^{\mathrm{T}} - B_2M - (B_2M)^{\mathrm{T}} & (C_1X - D_{12}M)^{\mathrm{T}} & B_1 \\ C_1X - D_{12}M & -\gamma I & D_{11} \\ B_1^{\mathrm{T}} & D_{11}^{\mathrm{T}} & -\gamma I \end{array}\right] < 0$$

これを満たす $X > 0, M$ より，フィードバックゲイン K を求めると，次式が得られた．

$$K_x = \left[\begin{array}{cc} 181.9479 & 4.474 \end{array}\right]$$
$$K_e = -254.4485$$
$$K_t = -0.0277$$

4　シミュレーションと実験結果

初め，7 [mm] のところで平衡状態を保ち，その後，それぞれ 10 [mm]，4 [mm] へなるよう目標値の信号を与えた．

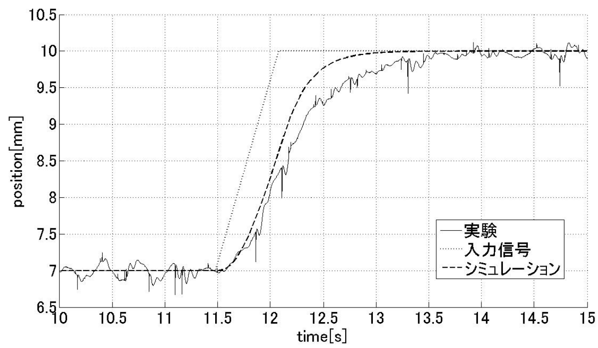

図 4　シミュレーションと実験結果

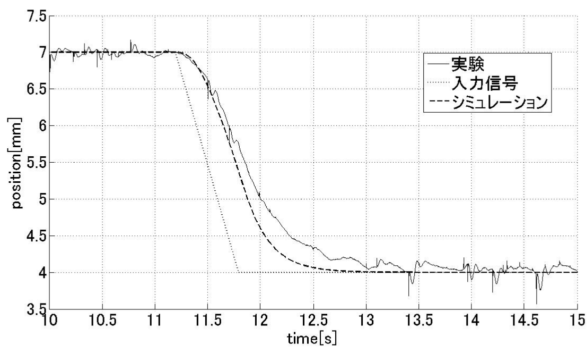

図 5　シミュレーションと実験結果

図 5，図 6 より，ロバスト性が補償されたことが確認できる．また，定常偏差やオーバーシュートもない．

5　おわりに

鋼球位置制御に対し，ロバスト安定性を保証できた．また，定数 K_m の値についてもロバスト性をもたせることで改善できた．そして，実験により，手法の有効性を検証できた．

6　参考文献

[1] 野波健造・西村秀和・平田光男：『制御系設計』．東京電機大学出版局，東京，1998.

[2] 木村英紀：『H^∞ 制御』．コロナ社，東京，2000.

[3] 家村道雄：『入門　電気磁気学』．オーム社，東京，2004.