

# H2 制御理論を用いた 2 自由度ボールバランスの位置決め制御

2008MI237 田栗 智也

指導教員：高見 勲

## 1 はじめに

本研究では,2 次元ボールバランス (以下,2DBB と略) を制御対象とする. 2DBB はサーボ系であり本研究では  $H_2$  制御理論を用いて, 積分型追従制御法にて制御系を設計し, ボールの位置決め制御の性能を確認する.

## 2 制御対象

2DBB の x 軸方向の概略図を図 1 に示す. 制御対象である 2 次元ボールバランスは x 軸方向, y 軸方向を 2 つのモータシステムを独立に駆動させることにより, 前後左右に平衡板を傾けることによってボールを所望の位置に移動させることができる実験機である.

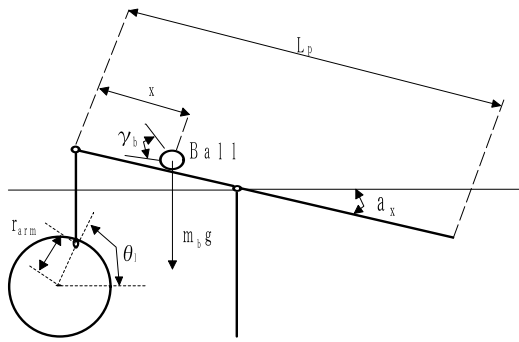


図 1 2DBB の概略図

## 3 モデリング

状態量  $x_p(t)$  を以下のように定義する. ここでボールの位置を  $x(t)$ , ロードギアの仰角を  $\theta_l(t)$  で表す.

$$x_p(t) = [x(t) \quad \dot{x}(t) \quad \theta_l(t) \quad \dot{\theta}_l(t)]^T \quad (1)$$

また, 制御量を  $y_x(t) = x(t)$ , 操作量をモータ電圧  $u_x(t) = V_{m,x}(t)$  とすると [1], システムの状態空間表現を以下のように表すことができる.

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u_x(t) \\ y_x(t) = C_p x_p(t) \end{cases} \quad (2)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6r_{arm}g}{5L_p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_{eq}}{J_{eq}} \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{A_m}{R_m J_{eq}} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$C_p = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (4)$$

ここで,  $g$  は重力加速度 [ $m/s^2$ ],  $R_m$  はモータ抵抗 [ $\Omega$ ],  $B_{eq}$  は等価粘性減衰係数 [ $kg \cdot m^2/s$ ],  $A_m$  はアクチュエータゲイン [ $N \cdot m/A$ ],  $J_{eq}$  は総合慣性モーメント [ $kg \cdot m^2$ ] である. また x 軸と y 軸の干渉は微小であり無視できるものとする. x 軸と同様に y 軸のシステムの状態空間表現を求めることができる.

## 4 制御理論と制御系設計

### 4.1 $H_2$ 理論による制御系設計

本研究において, 制御器を求めるのに用いる一般化制御対象を図 2 に示す.  $H_2$  ノルムを用いて, 制御入力を制限するための重みを  $W_u$ , 偏差の積分に対する重みを  $W_e$ , 制御対象の状態量に対する重みを  $W_x$ , とそれぞれ示す. 図 2 のフィードバック系における外部入力  $r$  から評価出力  $z_2$  の閉ループ伝達関数を  $G_{z_2w}$  とすると以下の式になる. ここで  $P, W_e$  の状態空間表現の係数をそれぞれ  $A_p, B_p, C_p, D_p, A_e, B_e, C_e, D_e$ , と表記する.  $G_{z_2w}$  の状態変数を  $x_G = [x_p \quad x_e]^T$  とし, 評価出力  $z_2 = [z_u \quad z_x \quad z_e]^T$  とする.

$$\begin{cases} \dot{x}_G(t) = A x_G + B_1 r + B_2 u \\ z_2(t) = C_2 x_G + D_{21} r + D_{22} u \end{cases} \quad (5)$$

$$G_{z_2w} = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B & \\ \hline C & D & \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cc|cc} A_p & 0 & 0 & B_p \\ 0 & A_e & B_e & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & W_u \\ W_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_e & D_e & 0 \end{array} \right] \quad (6)$$

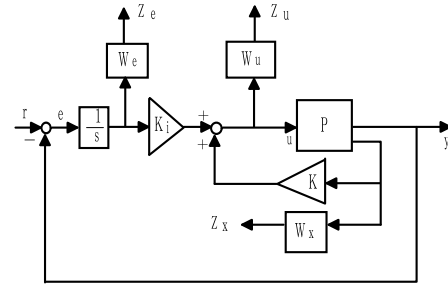


図 2 一般化制御対象

外部入力から評価出力の閉ループ伝達関数を  $G_{z_2w}$  とする.  $H_2$  制御は, システムにインパルスの外部入力を与えられたときの応答の  $H_2$  ノルムを最小にし, 外部入力からの出力への影響を抑える制御と考えられる.  $H_2$  ノルムの上界を  $\gamma_2$  とすると,

$$\|G_{z_2w}\|_2 < \gamma_2 \quad (7)$$

となる.  $H_2$  制御では, 式 (7) を満たし, かつ  $\gamma_2$  を最小にする制御器  $K_k$  を設計する [2].

## 4.2 $H_2$ 制御系設計

一般化制御対象に対して LMI の定式化を行うと、以下のようなになる。

$$\begin{bmatrix} Z_0 & XC_2^T + Y^T D_{22}^T \\ C_2 X + D_{22} Y & -I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_2 & B_r^T \\ B_r & X \end{bmatrix} \succ 0 \quad (9)$$

となる。ただし、 $X, Y, Z_0$  は、

$$X = X^T \succ 0, \quad Y = K_k X$$

$$Z_0 = A_k X + X A_k^T + B_k Y + Y^T B_k^T$$

とする。

## 5 シミュレーション・実験

ここで重みを

$$W_x = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad W_u = 1, \quad W_e = 10 \quad (10)$$

と定めると以下のゲインが得られた。またこの時  $H_2$  ノルムの上界は、 $\gamma_2 = 159.3494$  であった。

$$K_k = \begin{bmatrix} -15.8835 & -7.6633 & -2.2273 & -0.2226 & 9.9656 \end{bmatrix} \quad (11)$$

求めたゲインを用いて、ステップ入力に対するシミュレーションと、ボールがプレートの中心から一辺 5cm の正方形を描くようにプレート上を移動するようなシミュレーションを行う。

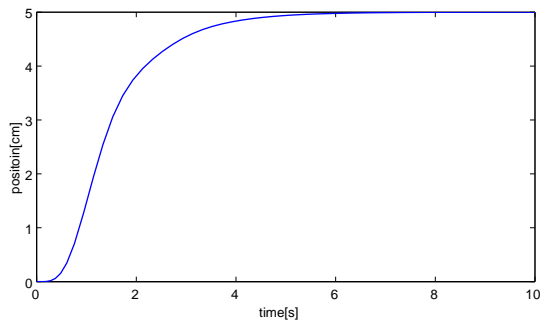


図 3 ステップ応答に対するシミュレーション結果

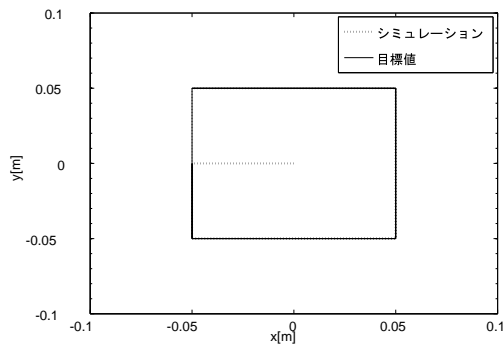


図 4 正方形軌道に対するシミュレーション結果

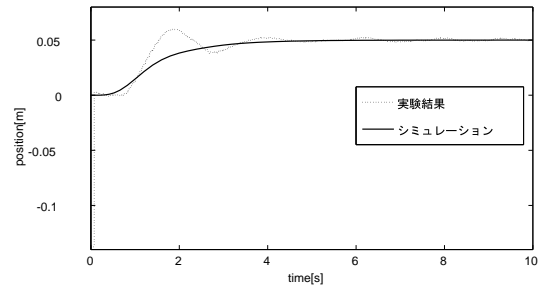


図 5 実験結果とシミュレーションの比較 (ステップ応答)

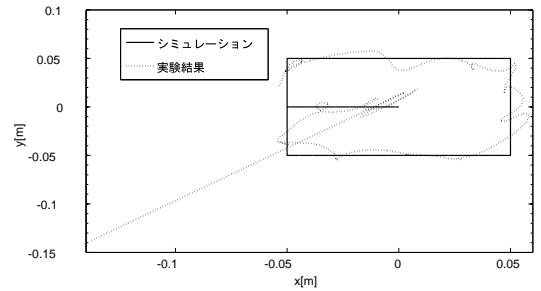


図 6 実験結果とシミュレーションの比較 (正方形)

## 6 考察

制御対象を目標値に追従させることができた。

しかし、同条件で実験を複数回行って、毎回異なった出力が得られた。この原因は主に以下の点であると考えられる。

- ギア等の静止摩擦の影響で微小な角度が実現できていない為。
- 制御対象が完全な球ではない為 (卓球玉)。

## 7 おわりに

本研究で得られた成果を以下の通りである。

- $H_2$  制御理論を用いて位置決め制御ができることをシミュレーション上で確認することができた。
- $H_2$  制御理論を用いてボールの位置を制御することができた。

本研究の今後の課題として残った点は以下の通りである。

- 追従性能をさらに上げるための重みの選定。
- シミュレーションと実験結果の誤差を抑える為の今回無視した制御対象の詳細な部分を考慮したモデルの構築。

## 参考文献

- [1] Xingzhe Fan, Naiyao Zhang and Shujie Teng: Trajectory planning and tracking of ball and plate system using hierarchical fuzzy control scheme, fuzzy sets and systems: Journal of the elsevier, vol. 144, no. 2, pp.297-312 (2004)
- [2] 藤森篤: ロバスト制御, コロナ社