

# 非線形特性を持つ磁気浮上系システムの制御

2008MI232 鈴木啓太

指導教員：陳幹

## 1 はじめに

今回、本研究では磁気浮上系を扱う。磁気浮上系とは、磁石などの磁気を利用して物体を空中に浮上させることをいう。磁気浮上系は強い非線形特性を持つため、高性能な制御器を設計する必要がある。また制御系自体の曖昧さ、つまりモデリング誤差に対処する必要がある。また実用的な制御を妨げる要因として、外乱もあげられる。よって本研究では、この磁気浮上系が持つ非線形特性とモデリング誤差、外乱に対しての制御器を設計する [1][2]。

## 2 理論

### 2.1 バックステッピング設計手法

本研究では、バックステッピング設計手法を用いて制御系設計を行う。これはバックステッピング設計手法が非線形特性に対して柔軟に働くからである。バックステッピング設計手法の内容としては、出力誤差を成分の1つとする複数階の階層システムを考えて、各サブシステム内に仮想的な入力設計し、因果的に矛盾しないようにそれぞれの仮想入力で各サブシステムを安定化するというものである [3]。

### 2.2 モデリング誤差

設計に使用するモデルには、誤差が含まれている。制御対象の特性を正しく表現しきれていなかったり、動作環境や動作条件により、パラメータが変化することもあるからである。よって本研究では、モデルの不確かさに対してロバスト性を補償しており、パラメータの変動に対処できる制御を考える必要がある [1][3]。

### 2.3 外乱特性

実際に装置を使用して実験を行う場合、予期せぬ外乱や雑音加わる場合がある。これを考慮した制御系を設計する必要がある。本研究では非線形減衰項とローパスフィルタによってこの外乱を抑制する。また本研究では外乱としてこの観測雑音加わると仮定する [1][2]。

## 3 磁気浮上系のモデル化

まず鋼球に作用する電磁石による吸引力  $f$  と鋼球の重力  $Mg$  の2つから次式が得られる。

$$M\ddot{y} = Mg - f \quad (1)$$

ここで、 $y$ [m] は電磁石と鋼球の距離、 $M$ [kg] は鋼球の質量、 $g$ [kg/s<sup>2</sup>] は重力加速度である。また、 $f$  は電磁石の吸引力であり、吸引力の物理式をふまえると次式のようになる [3]。

$$M\ddot{y} = Mg - \frac{Qi^2}{2(y + X_\infty)^2} \quad (2)$$

ただし、 $i$ [A] はコイルの電流、 $Q$ [Hm] と  $X_\infty$ [m] は電磁石やコイルにより定まる正定数である [3]。

このように磁気浮上系のモデル式の出力の  $y$  は二乗項の中に含まれており、この部分が非線形特性となっている [1]。本研究ではこのモデルを線形化せず、非線形のまま扱う。次に磁気浮上系の状態空間表現モデルは

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = g + \varphi(x_1)i^2 \end{cases} \quad (3)$$

となる。ここで非線形関数は次式のように与えられる。

$$\varphi(x_1) = \frac{-Q}{2M(X_\infty + x_1)^2} \quad (4)$$

となる。また、ここで、 $x_1$ [m] は電磁石と鋼球の距離、 $x_2$ [m/s] は鋼球の速度、 $i$ [A] はコイルに流れる電流である [3]。

## 4 制御系設計

鋼球の位置誤差を  $z_1$ 、速度誤差を  $z_2$  とし、それぞれ次式のように定義する。

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - y_r \\ z_2 = x_2 - \dot{y}_r \end{cases} \quad (5)$$

ここでの  $\dot{y}_r$  は  $z_1$  を制御するための仮想入力である。 $\dot{y}_r$  を  $PI$  コントローラで設計すると次式のようになる。

$$\dot{y}_r = -c_{1p}z_1 - c_{1i} \int z_1 dt + \dot{y}_r \quad (6)$$

ただし、 $c_{1p} > 0, c_{1i} > 0$  とする。

(5) 式及び (6) 式よりサブシステム  $S_1, S_2$  を次式のように得る事が出来る [3]。

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - c_{1p}z_1 - c_{1i} \int z_1 dt \\ \dot{z}_2 = c_{1p}z_1 + c_{1i}z_1 - \dot{y}_r + g + \Delta\varphi(x_1)i^2 \end{cases} \quad (7)$$

(7) 式の  $\Delta\varphi(x)i^2$  はパラメータ誤差によるモデリング誤差である。次に入力  $i^2$  を下記のように決定する。

$$i^2 = \frac{20 - 21 - 22}{\varphi(x_1)} \quad (8)$$

$20$  はモデリング誤差がない時の入力、 $21$  はモデリング誤差に対する非線形減衰項。そして  $22$  は外乱に対する

非線形減衰項とする。まず  $z_0, z_1, z_2$  を以下のように定義する [1]。

$$\begin{cases} z_0 = -c_2 z_2 - c_{1p}(x_2 - y_r) - c_{1i} z_1 - g_0 + \ddot{y}_r \\ z_1 = k_{21} |z_0| z_2 \\ z_2 = k_{22} \sin(\quad) z_2 \end{cases} \quad (9)$$

よって、サブシステム  $S_2$  は以下ようになる。

$$\dot{z}_2 = -c_2 z_2 - k_{21} |z_0| z_2 - k_{22} \sin(\quad) z_2 + \Delta_\varphi(x_1) i^2$$

## 5 安定性解析

サブシステム  $S_1, S_2$  が安定であるかどうか、つまり位置誤差  $z_1$ , 速度誤差  $z_2$  が小さくなるかどうかを考える [1][3]。

(7) 式より位置誤差  $z_1$  は以下のように得られる。

$$z_1 = \frac{s z_2}{s^2 + s c_{1p} + c_{1i}} \quad (10)$$

つまり、速度誤差  $z_2$  が十分小さければ、位置誤差  $z_1$  も小さくなるのが分かる [3]。

次に (7) 式より速度誤差  $z_2$  は以下のように得られる。

$$z_2 = \frac{\Delta_\varphi(x_1) i^2}{s + c_2 - k_{21} |z_0| - k_{22} \sin(\quad)} \quad (11)$$

ここで、 $c_2, k_{21}, k_{22}$  を十分大きく設定し、モデリング誤差が大きくなり過ぎなければ  $z_2$  は十分に小さくなると考えられる。よってサブシステム  $S_1, S_2$  は共に安定であるので、システム全体も安定であると言える [3]。

## 6 シミュレーション

以上をふまえて、シミュレーションを行う。ロバスト性の確認のため、パラメータ誤差があることを前提に、真値パラメータ、公称パラメータを設定した。真値パラメータは表 6-1 の通りである。ここでの  $M$  は鋼球の質量、 $X$  及び  $Q$  は電磁石やコイルにより定まる正定数である [3]。

表 6-1: 真値パラメータ

M	0.054	X	0.034	Q	0.0002255
---	-------	---	-------	---	-----------

次に各パラメータの公称パラメータは表 6-2 のように 2 パターン設定した。

表 6-2: 公称パラメータ

	シミュレーション A	シミュレーション B
$M_0$	0.028	0.08
$X_0$	0.002	0.004
$Q_0$	0.0003	0.0002

以上の値を用いて目標値を 0.04[m] としてシミュレーションを行った。

### 6.1 シミュレーション結果

表 6-2 で設定した公称パラメータを用いてシミュレーションを行った。以下の図 6-3 及び図 6-4 がシミュレーション結果である。

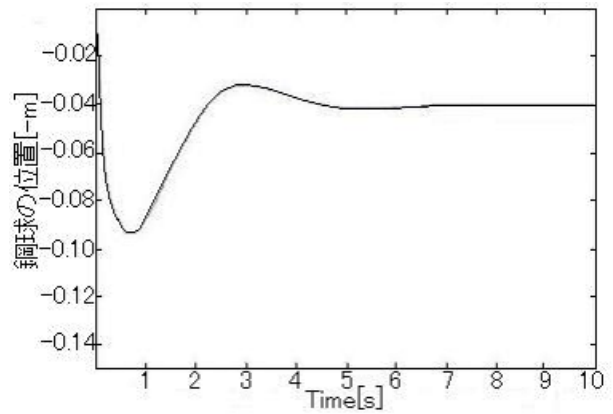


図 6-3: シミュレーション A

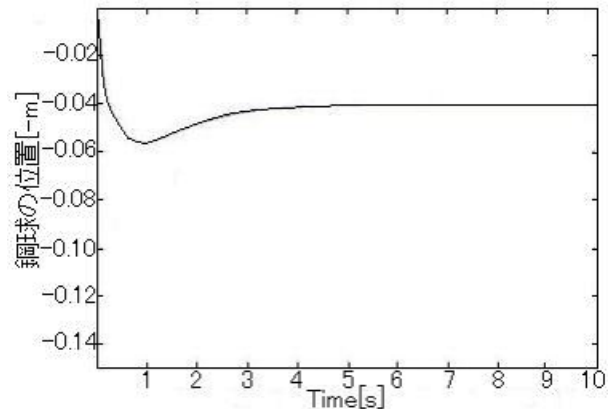


図 6-4: シミュレーション B

図 6-3 及び図 6-4 からわかるように、いずれも鋭角的な部分はなく鋼球は 4[mm] の所で収束している。よって設計した非線形減衰項が外乱に対してロバスト性を補償したと言える。

## 7 おわりに

以上を踏まえて実験を行ったが、最初は目標を追従したものの 20 秒ほど経過したところで鋼球は落下してしまった。外乱が大きく、鋼球の揺れ幅が大きくなってしまった。これは観測雑音以外にも予期していなかった外乱が印加されていたか、電磁石による磁場影響によるものと考えられる。このことから非線形減衰項だけでなく、K-フィルターや外乱オブザーバといったオブザーバでの外乱除去が有効であると考え、今後の課題とする。

## 参考文献

- [1] 椿原洋: 外乱オブザーバを用いた制御系設計, 九州大学工学部 2004 年度卒業論文 (2004)
- [2] 福島楊一郎: K-filter と外乱オブザーバを用いた磁気浮上系の出力フィードバックロバスト制御, 九州大学工学部 2008 年度卒業論文 (2008)
- [3] 楊子江: バックステッピング設計手法を用いた磁気浮上系の非線形制御, 計測自動制御学会論文集 Vol.35, No1, 85/90 (1999)