

ボール&ビームの位置決め制御に対する最適レギュレータと H_∞ 制御の比較検討

2008MI220 柴田佳奈

指導教員：高見勲

1 はじめに

本研究は、ビームに沿った望みの位置に鋼球を安定させることを目的としたボール&ビームという機器に対する二つの制御方法の性能の比較を行うものである。比較を行う制御方法は、現代制御理論のひとつである最適レギュレータとロバスト制御の一つである H_∞ 制御の二つである。

今回行う制御方法の最適レギュレータとは、評価関数を最小化することにより応答の収束を速くしながら操作量の大きさを抑えることができる値を見出す制御である。[1] またもう一方の制御方法である H_∞ 制御とは、モデル化誤差のあるシステムに対しても性能を保証する制御である。

2 制御対象とモデリング

本研究の制御対象であるレール上での鋼球の位置決め装置を図1に、レールの角度を制御するギアトレインを図2に示す。

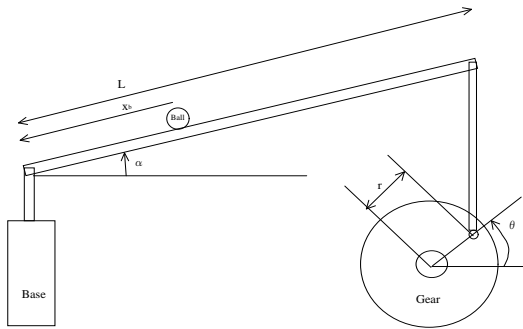


図1 レール上での鋼球の位置決め装置のモデル

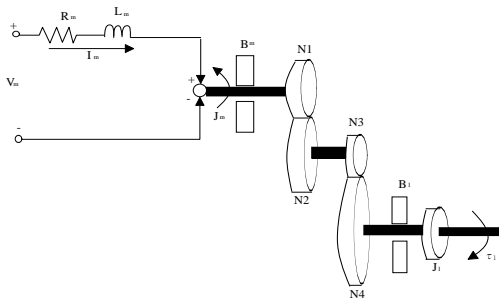


図2 モータとギアトレインのモデル

モータ(図2)が駆動することにより、出力軸の回転角度が変わりギアが回転する。その回転によりレバーアームを通じてレール(図1)の角度を制御し、レール上を転がる鋼球を目標の位置に収束させる。これが本実験で使用する制御対象である。ここで、 L [m]:レールの長さ、 x_b [m]:鋼球の移動距離、 α [rad]:ビームの角度、 r [m]:レバーアームとギアのオフセット、 θ [rad]:ギアの角度、 R_m [\Omega]:モータ抵抗、 L_m [H]:インダクタンス、 I_m [A]:モータ入力電流、 V_m [V]:モータ電圧、 N_1, N_2, N_3, N_4 [m]:各々のギアの半径、 B_m, B_l :軸、 J_m [N·m]:モータシャフトの慣性モーメント、 J_l [N·m]:負荷の慣性モーメント、 τ_l [N·m]:負荷に適用されるトルクの合計とする。

以上より制御対象に関する運動方程式を導出する。するとモータに入力する電流に関するギアの回転運動を表現する運動方程式は、

$$\ddot{\theta} = -\frac{B_{eq}}{J_{eq}}\dot{\theta} + \frac{\eta_g \eta_m K_g K_t}{J_{eq}} I_m$$

となる。このとき B_{eq} [N·m/(rad/sec)]:等価粘性摩擦、 J_{eq} [kgm²]:等価慣性モーメント、 η_g :ギアボックス効率、 η_m :モータ効率、 K_g :ギア比、 K_t [N·m]:モータトルク定数である。また、レール角度によって変化する鋼球の運動を表現する運動方程式は、

$$\ddot{x}_b = \frac{5r}{7L} g \theta$$

となる。このとき g [m/s²]:重力加速度である。次に状態空間表現を行う。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_b & \dot{x}_b & \theta & \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4183 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 166.70745 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ここから拡大系を考える。

$$\dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + B_e u(t) + B_u r$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} B_e = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

このとき r は目標値である。

3 シミュレーション

3.1 最適レギュレータ

まず最適レギュレータによってシミュレーションを行う。このとき最適レギュレータは評価関数 J において重みを調整しゲインを求める。評価関数 J は、

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt$$

となる。このとき対角行列 Q, R は重みを示している。この重みを調整することにより精度のよい応答を見出す。今回は $R = 0.8$ とし Q は $q_1 = 0.3, q_2 = 0.1, q_3 = 0.2, q_4 = 0.002, q_5 = 0.06$ の成分を持つ対角行列のときに、目標値を 0.1 にしてシミュレーションを行うと次の結果となる。

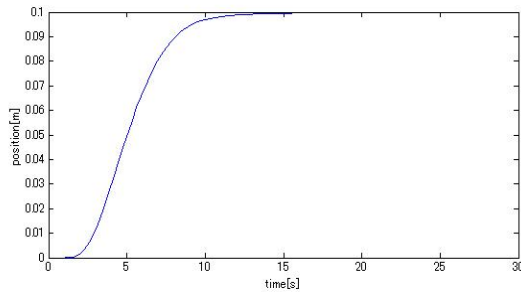


図 3 最適レギュレータを用いたシミュレーション結果

3.2 H_{∞} 制御

次に H_{∞} 制御でシミュレーションを行う。 H_{∞} 制御について考える。まず H_{∞} ノルム条件が、

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A + C^T C & P B \\ B^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0$$

$$P > 0$$

を満たす $P = P^T \in R^{n \times n}, \gamma > 0$ が存在するときに $\|G(s)\|_{\infty} < \gamma$ となる。ここから LMI を導く。

$$\begin{bmatrix} X A^T + Y^T B_e^T + A X + B_e Y & B_u & X C^T \\ B_u & -\gamma^2 I & 0 \\ C X & 0 & -I \end{bmatrix} < 0$$

この LMI を用いて目標値 0.1 としてシミュレーションを行うと、次の結果となる。

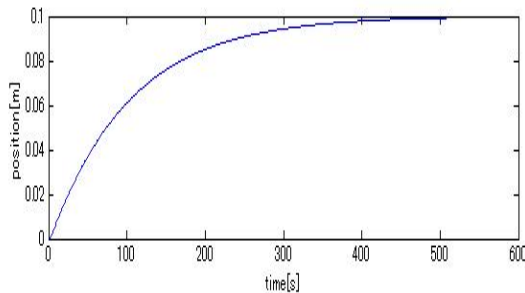


図 4 H_{∞} 制御を用いたシミュレーション結果

4 実験

シミュレーションで得られたゲインを用いて実験を行った。それぞれ目標値を 0.1m とし、最適レギュレータの場合ステップ時間は 125 秒、 H_{∞} 制御の場合ステップ時間は 150 秒とした場合の実験結果は以下のようになった。

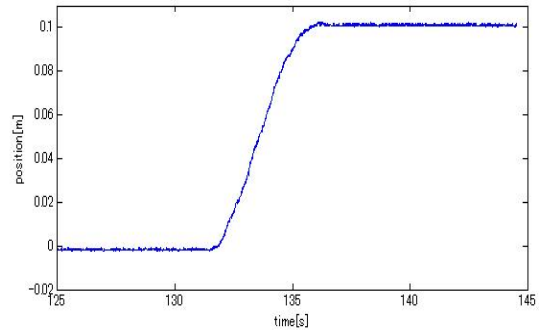


図 5 最適レギュレータを用いた実験結果

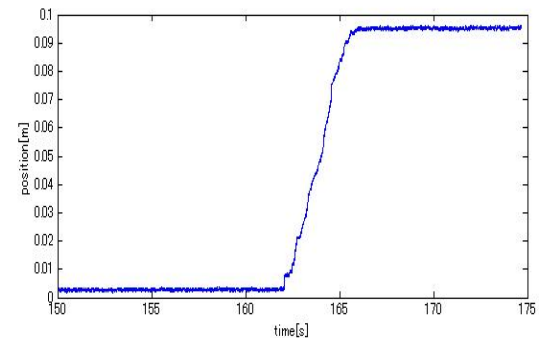


図 6 H_{∞} 制御を用いた実験結果

5 おわりに

最適レギュレータ、 H_{∞} 制御ともにボール&ビームのボールを目標値まで動かすことができた。それらの結果をもとに比較を考えると、この制御対象においては最適レギュレータのほうがよいと考える。その理由としては 2 点あり、この制御対象においてはロバスト性を考える必要がないため H_{∞} 制御の長所を生かしきれないという点。もう 1 点としては、最適レギュレータの方が重みを変化させてオーバーシュートしないゲインを見つけやすいという点である。

また実験結果においてステップ入力を加えてから応答まで時間があることに関しては、レールが鋼球の重みによって歪んでいるのではないかと考えられる。その理由として、ステップ入力を加えてレールの角度は変化しているものの、その変化に鋼球が反応していないためである。

6 参考文献

[1] 川田昌克: MATLAB/Simulink による現代制御入門、森北出版 (2011)