

最適レギュレータ制御による片側エッジ検出型ライトレース ET ロボコン出場を通して

2008MI200 酒井真琴 2008MI231 杉浦理紗

指導教員：陳幹

1 はじめに

本研究の目的は、光センサを1個搭載した二輪倒立型振子ロボットを用いてライトレースを行うことである。ライトレースとは、参考文献 [1] より、床に書かれた線に追従して走行することである。光センサを用いたライトレースは、走行体の床に面する位置に搭載された光センサから検出された値で、色の濃淡を感知し位置を予測してラインに追従する。ライトレースの方法は、光センサを車体の両端に2個搭載する方法と、車体の中央に1個搭載する方法がある。本研究では光センサを車体の中央に1個装着する、片側エッジ検出型ライトレースを行う。例えば図1のように、左側からラインをトレースする状況を仮定する、光センサがラインを検知できない場合、光センサがラインを検知するまで右に旋回しラインに追従する。一連の流れは図2に示す。

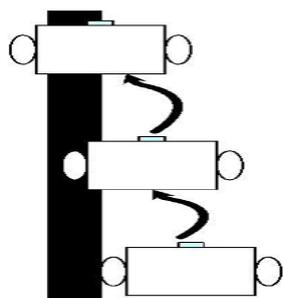


図1 片側ライトレース

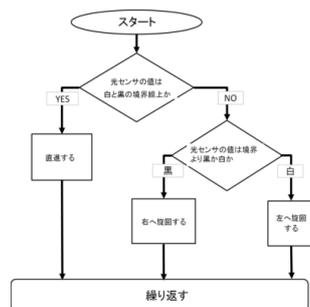


図2 片側ライトレースの流れ

1.1 ET ロボコン

ライトレースを活用したロボットコンテストとして、ETソフトウェアデザインロボットコンテストがある。このロボットコンテストは、組み込みシステム技術協会が主催となって行われる大会で、自律型ライトレースロボットの走行競技で性能を競う競技部門と、UMLで記述された走行競技システムの分析、ソフトウェア設計モデル内容を審査をするモデル部門がある。同一のハードウェアを使用し、ソフトウェアによるその制御結果を競う。参考文献 [2] より、コースはライトレースでの走行タイムを競うベーシックエリアと、障害物を攻略する難所エリアがある。ライトレースの方法として、ON/OFF 制御、限界感度法を使用した PID 制御、オドメトリ法を利用したマップ走行がある。この3つの方法のうちのどれかを用いているチームが大半である。本研究では、ライトレースでの余分な旋回を減らし、必要最低限の旋回でベーシックエリアを安定して速く走行する制御を目指す。制御方法は、最適レギュレータを用いる。

それについては、6 最適レギュレータにて述べる。

2 制御対象

本研究では、図3に示す二輪型倒立振子ロボットを制御対象とする。



図3 二輪倒立型振子ロボット

ハードウェアは、光センサ1個、インタラクティブ・サーボモータ2個、インテリジェントブロック NXT1個を使用する。以降、インタラクティブ・サーボモータはDCモータ、インテリジェントブロック NXTはCPUと称す。

3 モデリング

参考文献 [3] より、図4と図5は二輪型倒立振子の側面図と平面図を簡略化した図である。

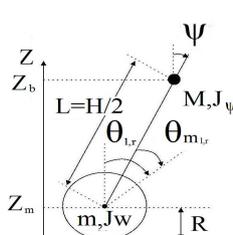


図4 モデリングの側面図

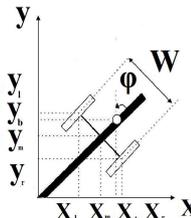


図5 モデリングの平面図

運動方程式において、 m [kg]; 車輪質量, R [m]; 車輪半径, W [m]; 車体幅, M [kg]; 車体質量, n ; ギヤレシオ, J_w [kgm²]; 車輪慣性モーメント, J_ϕ [kgm²]; 車体慣性モーメント (ヨー), J_m [kgm²]; DCモータ慣性モーメント, K_b [Vs/rad]; DCモータ逆起電力定数, K_t [Nm/A]; DCモータトルク定数, R_m [Ω]; DCモータ抵抗, $i_{r,l}$ [mA]; DCモータの電流, $v_{r,l}$ [mV]; DCモータの電圧, L_m [H]; DCモータのインダクタンス, $L = \frac{H}{2}$ [m]; 車体中心から車体重心までの距離, f_m ; 車体とDCモータ間の摩擦係数, f_w ; 車輪と路面間の摩擦係数, θ [deg]; 左右車輪の平均回転角度, ψ [deg]; 車体の傾斜角度 (ピッチ角度), ϕ [deg]; 車体の平面回転角度 (ヨー角度) である。

時刻 $t = 0$ で二輪倒立型振子の向きが x 軸正方向であるとすると、各座標は式 (1) から式 (6) で表される。

$$(\theta, \phi) = \left(\frac{1}{2}(\theta_l + \theta_r), \frac{R}{W}(\theta_r - \theta_l) \right) \quad (1)$$

$$(x_m, y_m) = \left(\int \dot{x}_m dt, \int \dot{y}_m dt \right) \quad (2)$$

$$(\dot{x}_m, \dot{y}_m) = (R\dot{\theta} \cos \phi, R\dot{\theta} \sin \phi) \quad (3)$$

$$(x_l, y_l) = \left(x_m - \frac{W}{2} \sin \phi, y_m + \frac{W}{2} \cos \phi \right) \quad (4)$$

$$(x_r, y_r) = \left(x_m + \frac{W}{2} \sin \phi, y_m - \frac{W}{2} \cos \phi \right) \quad (5)$$

$$(x_b, y_b) = (x_m + L \sin \psi \cos \phi, y_m + L \sin \psi \sin \phi) \quad (6)$$

式 (1) から式 (6) を使って直進運動の運動方程式を解くと、以下の式が与えられる。

$$\left[\frac{1}{2}mW^2 + J_\phi + \frac{W^2}{2R^2}(J_W + n^2J_m) + ML^2 \sin^2 \psi \right] \ddot{\phi} + 2ML^2 \dot{\psi} \dot{\phi} \sin \psi \cos \psi = F_\phi$$

直立姿勢近傍で運動方程式の線形化を行い、状態方程式を求める。すなわち、車体の傾斜角度が十分小さいとして $\psi \rightarrow 0$ の極限をとる。 $\sin \psi \rightarrow \psi, \cos \psi \rightarrow 1, \dot{\psi}^2$ 等 2 次の項は無視する。これを考慮した上で計算すると、式 (7) を得る。

$$\left[\frac{1}{2}mW^2 + J_\phi + \frac{W^2}{2R^2}(J_W + n^2J_m) \right] \ddot{\phi} = F_\phi \quad (7)$$

DC モータの駆動トルク及び粘性摩擦を考慮した一般化力は式 (8) から式 (10) となる。

$$F_\phi = \frac{W}{2R}(F_r - F_l) \quad (8)$$

$$F_l = nK_t i_l + f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}_l) - f_w \dot{\theta}_l \quad (9)$$

$$F_r = nK_t i_r + f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}_r) - f_w \dot{\theta}_r \quad (10)$$

DC モータのアクチュエータは PWM(電圧) 制御なので、電流制御を行うことはできない。そのため DC モータの方程式から電流 $i_{l,r}$ と電圧 $v_{l,r}$ の関係を求める。DC モータの方程式は式 (11), 式 (12) で与えられる。

$$L_m \dot{i}_r = v_r + K_b(\dot{\psi} - \dot{\theta}_r) - R_m i_r \quad (11)$$

$$L_m \dot{i}_l = v_l + K_b(\dot{\psi} - \dot{\theta}_l) - R_m i_l \quad (12)$$

DC モータのインダクタンスが十分小さいとしてその効果を無視すると、電流は式 (13) となる。

$$i_r = \frac{v_r + K_b(\dot{\psi} - \dot{\theta}_r)}{R_m}, \quad i_l = \frac{v_l + K_b(\dot{\psi} - \dot{\theta}_l)}{R_m} \quad (13)$$

式 (13) を式 (8) から式 (10) に代入すると、一般化力を電圧を用いた式 (14) のように表すことができる。

$$F_\phi = \frac{WnK_t}{R_m 2R}(v_r - v_l) - \frac{W^2}{R_m} \left(\frac{nK_t K_b}{R_m} + f_m + f_w \right) \dot{\phi} \quad (14)$$

式 (14) をまとめると式 (15) から式 (18) のように表すことができる。

$$I \ddot{\phi} + J \dot{\phi} = K(v_r - v_l) \quad (15)$$

$$I = \frac{1}{2}mW^2 + J_\phi + \frac{W^2}{2R^2}(J_W + n^2J_m) \quad (16)$$

$$J = \frac{W^2}{2R^2} \left(\frac{nK_t K_b}{R_m} + f_m \right) \quad (17)$$

$$K = \frac{WnK_t}{R_m 2R} \quad (18)$$

ここで、状態量 x および入力 u として式 (19) を採用する。

$$x = [\phi, \dot{\phi}]^T, u = [v_l, v_r]^T \quad (19)$$

状態方程式は式 (20) から式 (23) となる。

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (20)$$

$$y = Cx(t) \quad (21)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -\frac{J}{I} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{K}{I} & \frac{K}{I} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

4 性能目標

二輪型倒立振子ロボットを白地と黒地の境界線上でライントレースさせるうえで、以下の目標を設定し、これらを満たす制御系を設計する。

1. 制御入力の値を本研究で使用するモータが出力可能な範囲に収める。
2. 光センサの値と距離との関係がある範囲内は、制御を可能にする。

5 拡大系

本研究において積分器を含ませた拡大系のコントローラは、 r ; 目標値, $y(t)$; 出力, $e(t)$; 偏差, $u(t)$; 入力, k_p ; フィードバックゲイン, k_i ; フィードフォワードゲイン である。

$$u(t) = K_p x(t) + K_i \omega(t) \quad (24)$$

$$\omega(t) := \int_0^t e(\tau) d\tau, e(t) = r - y(t) \quad (25)$$

状態変数を $[x(t)^T \omega(t)]^T$ とおくと、拡大系の状態方程式は式 (26) となる。

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \hat{u}(t)$$

$$\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{J}{I} & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{K}{I} & \frac{K}{I} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{u}(t) \quad (26)$$

6 最適レギュレータ

参考文献 [4] より, 最適レギュレータ理論では可制御である状態方程式に対して評価関数 J は式 (27) である.

$$J = \int_0^{\infty} (\hat{x}(t)^T Q \hat{x}(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (27)$$

式 (27) を最小化するような状態フィードバックゲイン K を求める. Q, R はそれぞれ評価の重み行列である. この J を最小にする最適制御入力, 式 (28) となる.

$$u(t) = -R^{-1} B^T P x(t) \quad (28)$$

ここで P はリカッチ型行列方程式は式 (29) である.

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (29)$$

P は式 (29) の唯一の正定対称解である ($P = P^T > 0$).

6.1 コントローラの算出

重みである Q, R は試行錯誤の上, 式 (30), 式 (31) を定めた.

$$Q = \text{diag} \begin{pmatrix} 30 & 1 & 100 \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (31)$$

算出されたコントローラは, 式 (32), 式 (33) に示す.

$$K = \begin{pmatrix} 5.6576 & 0.3025 \\ -5.6576 & -0.3025 \end{pmatrix} \quad (32)$$

$$K_i = \begin{pmatrix} -7.0711 \\ 7.0711 \end{pmatrix} \quad (33)$$

7 制御入力の値

DC モーターに流れる電圧の最大値を測定した. CPU に新品の電池を入れ, モーターに回転命令を出し, 電圧をアナログテスタで測定した. PWM 制御なので, 電池 6 本分の電圧を測り比較する. バッテリーが 95 パーセントの時, 電圧 9.5[V] を測定した. 新品の電池は 1 本 1.62[V] を測定した. 6 本なので, $1.62 \times 6 = 9.72[V]$ である.

CPU に流れる電圧は 9.72[V], モータに流れる電圧は 9.5[V] より, 電圧はほぼ一致するので, モータに入力することが出来る最大電圧は 9.5[V] である.

8 システム同定

本章では, 光センサとラインからの距離の関係を調べる. まず, 二輪倒立型振子ロボットにラインを横切らせてデータを取った. すると, 距離と光センサの値には相関があることが分かった. より詳しい関係を調査するために図 6 に示す実験機を作成した. 実験機を用いた実験手順は以下のとおりである.

1. 黒地と白地の境目, 閾値を 0 とする.
2. 0.001[m] 刻みに距離を動かし, 光センサの値を測定する.

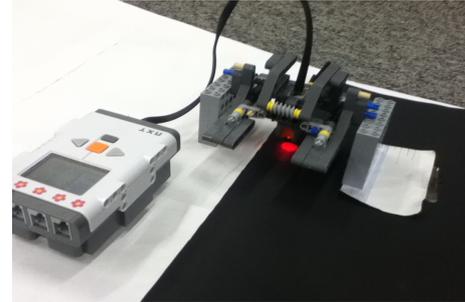


図 6 システム同定に使った実験機

閾値は光センサの値で 568 であった. この光センサ値を基準値とし, 距離を 0 と考える. 閾値より白地は - 表記, 閾値より黒地は + 表記で距離を表す. 距離はそれぞれ, 0.001[m] の感覚で測定した. 実験機より得た相関は図 7 に示す. また, 光センサ値と距離の関係式 (34) を図 7 より作成した.

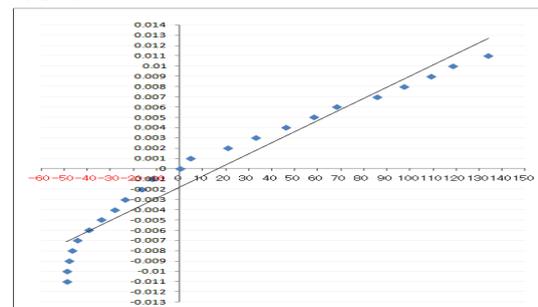


図 7 光センサ値と距離の相関図

$$y = -0.0001x + 0.0018 \quad (34)$$

9 シミュレーション

光センサの値と距離の相関関係を考えた場合のライントレースのシミュレーション結果を図 8 から図 11 に示す.

9.1 電圧

二輪倒立型振子ロボットに与える電圧には制限がある. そのため, シミュレーションで入力される電圧の値が制限内に収まっているかを確認した. アナログマルチメータを用いてバッテリー電圧の最大値を計測した. その結果入力できる電圧の最大値は 9.5[V] であった. 図 8, 図 9 は車体を左旋回した時, 左右の DC モータに入力できるモータ電圧 (入力) のシミュレーション結果である. 図 8 より, 右モータの電圧は 0.01[V] 以内, 図 9 より, 左モータの電圧は 1.0[V] 以内に収まっていることが分かる. 右旋回の場合, 右モータの電圧は 1.0[V] 以内, 左モータの電圧は 0.01[V] で収まっていた.

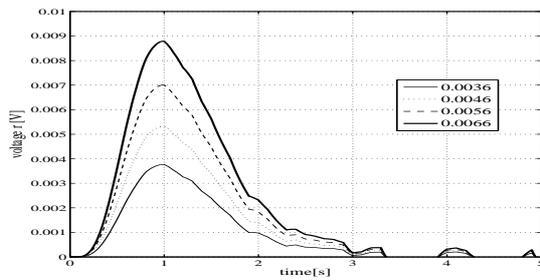


図 8 右モータの電圧シミュレーション結果

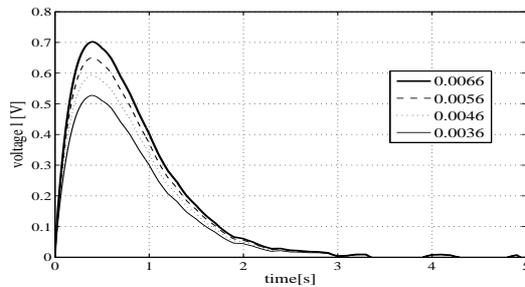


図 9 左モータの電圧シミュレーション結果

図 8 と図 9 のどのいずれも 9.5[V] を満たしていることが分かる。

9.2 ライントレース

図 10 は二輪倒立型振子ロボットがある距離から目標値までライントレースする様子を平面から見たシミュレーション結果である。

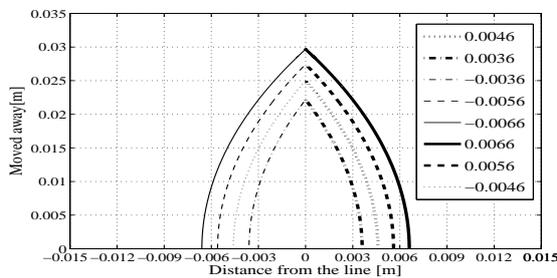


図 10 ライントレースのシミュレーション結果

9.3 旋回

図 11 は二輪倒立型振子ロボットの旋回角度を設定した場合、何秒で目標値に到達するかシミュレーションした結果である。

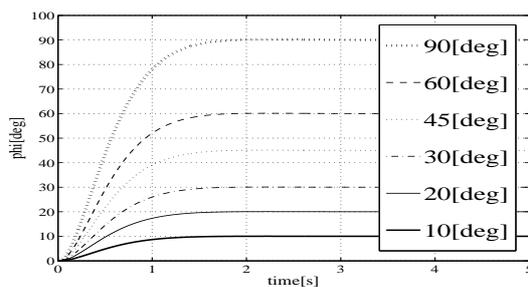


図 11 旋回のシミュレーション結果

図 11 より、0 度から 90 度の間では 2 秒以内で収束していることが確認できる。

10 おわりに

本研究では、光センサを 1 つ搭載する二輪倒立型振子ロボットのライントレースについて考えた。光センサの値は、制御系に組み込むことができない問題があった。この問題を解決するために光センサについて 2 つのシステム同定を行った。1 回目のシステム同定は、光センサの値と車体の平面回転角度との関係について調べた。しかし、光センサの値と車体の平面回転角度との間には関係式を立てることが難しく、実験を行ったが曲線のラインを追従できなかった。

2 回目のシステム同定は、光センサの値とラインからの距離との関係について調べた。関係式を導出することができ、制御手順を立てることが出来た。シミュレーションでも良い結果を得ることができた。しかし、実験において良い結果が得られなかった。考えられる原因として、プログラムのエラーや倒立可能な入力電圧を越えたなどが考えられる。今後の課題として、二輪型倒立振子ロボットへのプログラムを見直し実験を行いたい。

参考文献

- [1] S.Akash, Bibek Kabi, Mr.S.Karthick: Implementing a Line Tracing Robot as an effective Sensor and Closed Loop system
<http://www.academypublisher.com/ijrte/vol102/no07/ijrte0207104107.pdf>(2009)
- [2] ET ロボコン 2011 技術委員会: ET ソフトウェアデザインロボットコンテスト 2011 競技規約
- [3] NXTway-GS のモデルベース開発
～ LEGO Mindstorms NXT を用いた二輪倒立型振子ロボットの制御～, The Math Works, Inc(2009)
- [4] 岩井善太, 石飛光章, 川崎義則: 制御工学