摩擦および特性変動を伴うクレーンシステムの ディスクリプタ表現を用いたロバスト安定化

2008MI199 坂井文香

指導教員：高見勲

1　はじめに

本研究では, 状態空間表現において変動パラメータを 2 つ含むシステムを, ディスクリプタ表現を用いることで, 変動パラメータが 1 つの線形システムで表現する [1]. また, ワイヤーの長さに対してポリトープシステムを用いてロバスト安定性を保証する. 制御性能の向上には H_2 制御を用いる. シミュレーションや実験では, 定常偏差やオーバーシュートがなく目標値に追従することを目的とする. しかし, 本研究で用いる 3 自由度クレーンのアームとトロリーの間には無視できない摩擦があるため, 摩擦同定を行い, 摩擦を含めたシミュレーションと, 実験結果の検証を行う.

2　制御対象

本研究で用いる 3 自由度クレーンは, トロリーの位置, ワイヤーの長さ, タワーの旋回角度を制御出来る. 本研究では, ワイヤーの長さを固定し, トロリーの位置を制御することで, 安定かつ迅速にペイロードを運ぶことを目的とする. また, トロリーを吊り下げるワイヤーの長さ l[m] が $0.1 \le l \le 0.7$ の範囲で安定に制御するために, ポリトープシステムを用いてロバスト制御を行う. トロリーの位置 $x_j(t)$[m] とワイヤーの振れ角 $\gamma(t)$[rad] はセンサーで測ることができる. 入力 u(t) はジブモータへの電流 $I(t)$[A] , 出力 $y(t)$ はペイロードの x 座標の位置 $x_p(t)$[m] とする. 本研究では, ペイロードを 0.2[m] 移動させる. また, アームとトロリーの間に働く摩擦力を F[N] とする.

3　モデリング

モデリングに用いるパラメータを次のように定義する.

m_p	：ペイロードの質量	: 0.147[Kg]
m_t	：トロリーの質量	: 0.6[Kg]
g	：重力加速度	: 9.81[m/s^2]
$r_{j,p}$	：ジブモータのギヤ半径	: 0.0071[m]
$\eta_{g,j}$	：ジブモータのギヤボックス効率	: 0.95[m]
$K_{g,j}$	：ジブモータのギヤ比	: 1 : 3.7
$\eta_{m,j}$	：ジブモータ効率	: 0.79
$K_{t,j}$	：ジブモータのトルク定数	: 0.0396
J_ψ	：ジブモータの等価慣性モーメント	: 9.14×10^{-7}[Kg・m^2]

$M = m_p + m_t + \frac{J_\psi K_{g,j}^2}{r_{j,p}^2}$

ラグランジュの運動方程式より導出した微分方程式を $\gamma(t) = 0$ の近傍で線形近似すると次式となる.

$$\begin{cases} M\ddot{x}_j(t) - m_p l\ddot{\gamma}(t) = \frac{\eta_{g,j}K_{g,j}\eta_{m,j}K_{t,j}}{r_{j,p}} I(t) - F \\ m_p\ddot{x}_j(t) - m_p l\ddot{\gamma}(t) - m_p g\gamma(t) = 0 \end{cases}$$

3.1　状態方程式の導出

偏差の積分を $e(t)$ とし, 拡大系の状態変数を $x_e(t) = [x_j(t)\ \gamma(t)\ \dot{x}_j(t)\ \dot{\gamma}(t)\ e(t)]^T$ とすると, 状態方程式の拡大系は次式となる.w を外部入力とする.

$$\begin{aligned} \dot{x}_e(t) =& \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1.7001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{11.5011}{l} & 0 & 0 & 0 \\ -1 & l & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_e(t) \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 18.2592 & \frac{18.2592}{l} & 0 \end{bmatrix}^T u(t) \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T w \end{aligned} \quad (1)$$

しかし,$x_e(t)$ の係数行列に $\frac{1}{l}, l$ が混在し, ポリトープ表現ができない. そこでディスクリプタ表現を用いて, 不確かさを l のみにする.

3.2　ディスクリプタ方程式の導出

ディスクリプタ変数を

$$\tilde{x}_e(t) = [x_j(t)\ \gamma(t)\ \dot{x}_j(t)\ \dot{\gamma}(t)\ e(t)\ \ddot{x}_j(t)\ \ddot{\gamma}(t)]^T$$

とすると, ディスクリプタ方程式の拡大系は次式となる.

$$\tilde{E}\dot{\tilde{x}}_e(t) = \tilde{A}\tilde{x}_e(t) + \tilde{B}u(t) + \tilde{B}_2 w \quad (2)$$

$$\tilde{E} = diag\begin{bmatrix} 1,1,1,1,1,0,0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -M & m_p l \\ 0 & m_p g & 0 & 0 & 0 & -m_p & m_p l \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\eta_{g,j}K_{g,j}\eta_{m,j}K_{t,j}}{r_{j,p}} & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$\tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

不確かさは l のみとなり, ポリトープ表現が可能となる.

4　H_2 制御系設計

z を制御量,γ_2 を H_2 ノルムの上界とし, 一般化プラントを次式とする.

$$\begin{aligned} \tilde{E}\dot{\tilde{x}}_e(t) &= \tilde{A}\tilde{x}_e(t) + \tilde{B}u(t) + \tilde{B}_2 w \\ z &= C\tilde{x}_e(t) + Du(t) \end{aligned}$$

W_{x_j},W_γ,W_e,W_u を重みとし,D,C を次式のように与える.

$$C=\begin{bmatrix} W_{x_j} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ W_u \end{bmatrix}$$

$u(t)=K\tilde{x}_e(t), Y=KX$ とする時, 以下の LMI を満たす X,Y が存在すればシステムは安定であり, フィードバックゲイン $K_1=Y_1X_{11}^{-1}$ で求められる.

$$\begin{bmatrix} X^T\tilde{A}^T+\tilde{A}X+Y^T\tilde{B}^T+\tilde{B}Y & X^TC^T+Y^TD^T \\ CX+DY & -I \end{bmatrix}<0$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_2 I & B_2^T \\ B_2 & X_{11} \end{bmatrix}>0, X=\begin{bmatrix} X_{11} & 0 \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}, X_{11}>0,$$

$$Y=\begin{bmatrix} Y_1 & 0 \end{bmatrix}, K=\begin{bmatrix} K_1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_2=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5　ポリトープ型不確かさを含む制御系設計

$A_2=\tilde{A}+\tilde{B}K, C_2=C+DK$ とすると, ポリトープシステムによる 2 次安定条件は次のようになる.

$$\sum_{i=1}^{N}\lambda_i(X^TA_{2i}^T+A_{2i}X+X^TC_2^TC_2X)<0, \forall\lambda_i$$

ロバスト安定性の保証のためには, 上式のような無数の行列不等式を考えなくてはならない. しかし, 本研究でのシステムはポリトープ型のため, 端点である $l=0.1$ 及び $l=0.7$ で安定ならば, その間も安定である. 重みは $Wx=16, Wr=10, We=15, Wu=200$, ゲインは $K_1=[-0.9955\ \ -1.4859\ \ -0.7330\ \ -0.1151\ \ 0.5475]$ となる.

6　シミュレーションと実験

$l=0.1, l=0.3, l=0.5, l=0.7$ でのシミュレーションと実験結果を図 1,2,3,4 に示す.

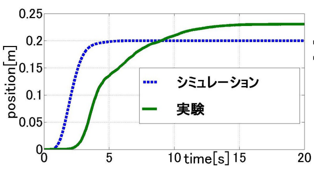

図 1　l=0.1 でのペイロードの位置

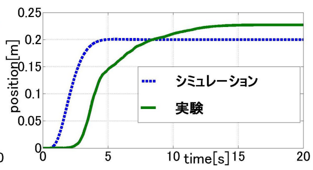

図 2　l=0.3 でのペイロードの位置

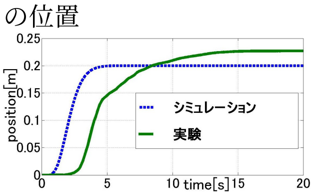

図 3　l=0.5 でのペイロードの位置

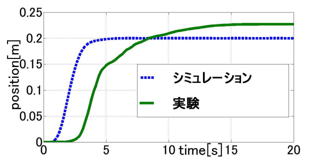

図 4　l=0.7 でのペイロードの位置

図 1,2,3,4 において, 実験は立ちあがりが遅く, 定常偏差もある. 図 5 のように, シミュレーションは実験に比べて, 電流の値が小さいため, シミュレーションと実験結果が異なる原因として, 摩擦が考えられる.

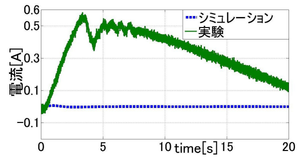

図 5　l=0.1 の時の電流

7　摩擦を考慮したシミュレーションと実験

f_{max}[N] を最大静止摩擦力,f_c[N] をクーロン摩擦力,f_v[s・N/m] を粘性摩擦係数とし, アームとトロリーの間に働く摩擦力 F[N] を, 次のように定義する.

$$F=\begin{cases} sign(I(t))f_{max} & \dot{x}_j=0 \\ f_v\dot{x}_j(t)+sign(\dot{x}_j(t))f_c & \dot{x}_j\neq 0 \end{cases}$$

摩擦同定を行った結果,$f_{max}=2.323$[N],$f_c=2.168$[N], $f_v=6.168$[s・N/m] となった.

次に, 摩擦を考慮しシミュレーションを行うために , ゲインを求めなおす.

$Wx=4, Wr=8, We=240, Wu=1$ で, ゲインが $K_1=[-14.8429\ \ -11.0939\ \ -6.9880\ \ 0.6493\ \ 14.5743]$ の時のシミュレーションと実験結果を図 6,7,8,9 に示す.

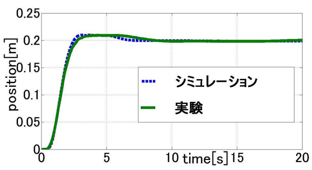

図 6　l=0.1 でのペイロードの位置

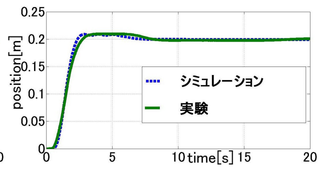

図 7　l=0.3 でのペイロードの位置

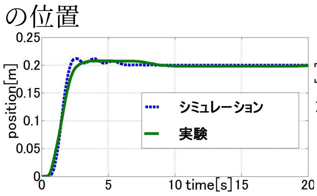

図 8　l=0.5 でのペイロードの位置

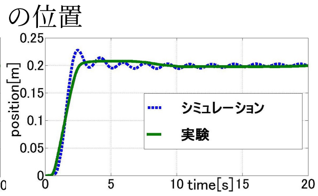

図 9　l=0.7 でのペイロードの位置

図 6,7,8,9 において, オーバーシュートはあるが定常偏差はなく, シミュレーションと実験結果はほぼ一致している.

8　考察

本研究では, ポリトープ型不確かさを含むシステムに対して, ディスクリプタ方程式を用いてロバスト安定性を保証した. 結果として,$0.1\le l\le 0.7$ で安定に制御出来ていることが確認できた.

参考文献

[1] 増淵, 示村 :『ゲインスケジューリング系の設計におけるディスクリプタ形式の利用について』, システム制御情報学会論文誌,12-7,390/394(1999).