ボールスクリューシステムのロバスト制御
—ポリトープ型と $H\infty$ ロバスト安定化の比較—

2008MI155 内藤正和

指導教員 ： 高見勲

1　はじめに

工作機械などに代表されるメカトロニクス機器では, 生産性向上を目的とした位置決め制御の高速高精度化が進んでいる. また, さまざまな環境で動かす工作機械は負荷が変動しても通常通りの作業を行わなければならない. そこで, 本研究では重りを用いることにより, ボールスクリューシステムのテーブルの質量を変動させ, テーブルの質量の変動に対するロバスト性を保証する制御器を算出する. 今回, ポリトープ集合を用いて安定化するパターンと H_∞ 制御を用いて安定化するパターンの２種類を考えた. シミュレーションと実験によりこれらの方法論の比較を行う. また, 両パターン共に速応性を良くするために H_∞ 制御理論に基づき重みを加えた.

2　制御対象

本研究では工作機械で最も多く使われている位置決め制御系のボールスクリューシステムを制御対象として用いる. 制御対象はモータの回転によりスクリュー軸が回転し, テーブルの下にあるナット部で回転運動が直線運動に変換され, テーブルの位置を動かすものである.

3　モデリング

モータ角を $\theta(t)$[rad], テーブルの変位を $x(t)$[m] とし, 入力である電流を $i(t)$[A], テーブル周りの摩擦を F[N] とすると, モータの運動方程式とテーブルの運動方程式は (1),(2) となる. また, システムのパラメーターを以下の表 1 にまとめた.

$$J\ddot{\theta}(t) = K_t i(t) - RK(R\theta(t) - x(t)) \tag{1}$$
$$M\ddot{x}(t) = K(R\theta(t) - x(t)) - C_f\dot{x}(t) - F \tag{2}$$

表 1　物理パラメーター

モーターのトルク定数	K_t	0.34[Nm/A]
回転系全慣性モーメント	J	1.02*10^{-4}[Nms^2]
直線形ばね定数	K	1.0*10^8[N/m]
直線系の粘性係数	C_f	5.0*10^3[Ns/m]
テーブルの質量	M	0.49[kg]
ボールねじ定数	R	6.37 * 10^{-4}[m/rad]

このシステムのブロック線図は式 (1),(2) をラプラス変換することにより, 図 1 となる.

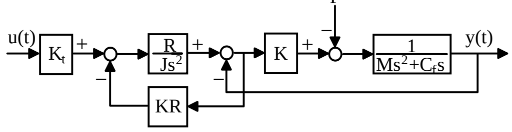

図 1　システムのブロック線図

今回はテーブルの運動に比べ, モータの運動が速いことからモータの回転運動の遅れを無視する.
すなわち $J\ddot{\theta}(t) = 0$ とすると, 簡略化したモデルは

$$M\ddot{x}(t) + C_f\dot{x}(t) = \frac{K_t}{R}i(t) \tag{3}$$

となる. よって状態変数を $x_p(t) = [x(t)\ \dot{x}(t)]^T$, 入力を $u(t) = i(t)$ とすると状態空間表現は (4) となる.

$$\dot{x}_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{C_f}{M} \end{bmatrix} x_p(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{RM} \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_p(t) \tag{4}$$

4　システムの拡大系

本研究では出力を目標値に追従させるため制御ループ内に積分器を１つ付加した. システムの状態空間表現の拡大系は, 指令値 $r(t)$ と出力 $y(t)$ との偏差を $e(t)$ とし, 偏差 $e(t)$ を区間 $[0, t]$ まで積分した値を $w(t)$ とおいた.

$$w(t) = \int_0^t e(\tau)\ d\tau \tag{5}$$

状態変数を $x_e(t) = [x(t)\ \dot{x}(t)\ w(t)]^T$ として, システムの拡大系は

$$\dot{x}_e(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{C_f}{M} & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_e(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{RM} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_e(t) \tag{6}$$

となる. ここで, 状態方程式の $x_e(t), u(t), r(t)$ の係数行列をそれぞれ A_e, B_e, B_r とし, 出力方程式の $x_e(t)$ の係数行列を C_e とする.

5　ポリトープ型制御系設計

5.1　ポリトープ集合

テーブルの質量 M[kg] は行列の中で有理式で表されており非線形パラメータである. そこで,$\alpha = 1/M$ と変数変換をして考えた.M の変動を元々のテーブルの質量の 0.5 倍したものから 1.5 倍したものまでの変動幅を考える. すると α の変動は

$$\alpha \in [\alpha_{min}, \alpha_{max}] = [1.3605, 4.0816] \tag{7}$$

となった. この可変パラメータ α を含んだ行列を $A_e(\alpha), B_e(\alpha)$ とおくと, ポリトープ集合を用いたシステム行列は,$A_{e0} = A_e(\alpha_{min}), B_{e0} = B_e(\alpha_{min})$ と $A_{e1} = A_e(\alpha_{max}), B_{e1} = B_e(\alpha_{max})$ で表現できる.

5.2　一般化制御対象

一般化制御対象のブロック線図は図 2 となる.

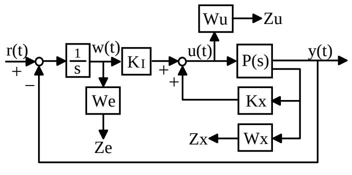

図 2　一般化制御対象 (ポリトープ型制御系設計)

本研究では, 簡略化したモデルをノミナルプラントとする. テーブルの質量の変動に対してポリトープ表現した

連立 LMI を用いて表し, 重みを用いることでプラントの速応性を改善した．状態の $x(t)$,$\dot{x}(t)$, 偏差の積分 $w(t)$, 入力 $u(t)$ に対する重みをそれぞれ w_{x1}, w_{x2}, w_e, w_u とし, 重みはそれぞれ (8) とした．

$$w_{x1} = 11,\ w_{x2} = 2.5,\ w_e = 2,\ w_u = 0.1 \tag{8}$$

ここで,$P(s)$ はプラント,$r(t)$ は目標値入力, $K_e = [K_x\ K_I]$ は状態フィードバックゲイン．z_x, z_e, z_u はそれぞれ状態, 偏差の積分, 入力に対する評価出力である．

6 H_∞ ロバスト制御系設計

6.1 相補感度関数に対する重み設定

もともとのテーブルの質量 M を持つ伝達関数 $P(s)$ をノミナルプラントとし, 摂動プラントを $\tilde{P}(s)$ として設計をする．ここで, テーブルの質量 M の変動はポリトープ型と同様のものとする. 乗法的不確かさは

$$\Delta_m(s) = \frac{\tilde{P}(s)}{P(s)} - 1 \tag{9}$$

となる．そして, ロバスト安定性を保証するために $\Delta_m(s)$ を覆うように相補感度関数に対する重み $W_t(s)$ を決める.$W_t(s)$ を

$$W_t(s) = 1 \tag{10}$$

とした．このときの $\Delta_m(s), W_t$ の特異値プロットは図 3 となる．

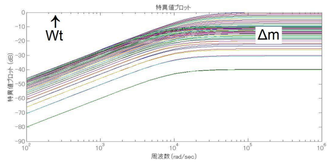

図 3 ,$\Delta_m(s)$ と $W_t(s)$ の関係

6.2 一般化制御対象

一般化制御対象のブロック線図は図 4 となる．

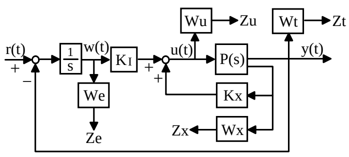

図 4 一般化制御対象 (H∞ ロバスト御系設計)

テーブルの質量の変動に対して周波数整形を用いて表し, 重みを用いることでプラントの速応性を改善した．状態の $x(t)$,$\dot{x}(t)$, 偏差の積分 $w(t)$, 入力 $u(t)$ に対する重みをそれぞれ w_{x1}, w_{x2}, w_e, w_u とし, 重みはそれぞれ (11) とした．

$$w_{x1} = 7.1,\ w_{x2} = 0.4,\ w_e = 1,\ w_u = 0.001 \tag{11}$$

ここで,$P(s)$ はプラント,$r(t)$ は目標値入力, $K_e = [K_x\ K_I]$ は状態フィードバックゲイン． z_x, z_e, z_u, z_t はそれぞれ状態, 偏差の積分, 出力, ロバスト安定化に対する評価出力である．

7 シミュレーションと実験

ポリトープ型のシミュレーション結果と実験結果を比較した結果をそれぞれ図 5,7 に示し,H_∞ 型のシミュレーション結果と実験結果を比較した結果をそれぞれ図 6,8 に示した．ただし, テーブルの質量は $M = 0.49$[kg] とし目標値は 10[μm] とした．なお, ステップ開始時間は 1.0 秒と設定した．

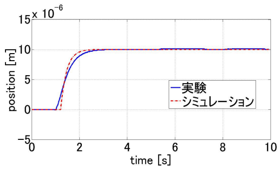

図 5 出力結果 (ポリトープ型)

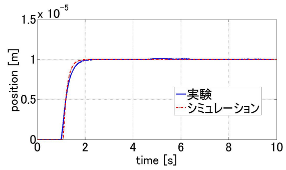

図 6 出力結果 (H_∞ 型)

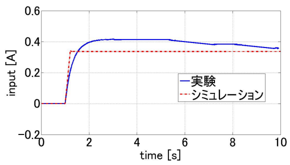

図 7 入力信号 (ポリトープ型)

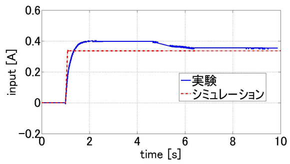

図 8 入力信号 (H_∞ 型)

次に, ポリトープ型と H_∞ 型の実験結果の比較を行った．ロバスト安定性を検証するためにテーブルの上に何も乗せない場合と重りを 245[g] 載せた場合の比較をそれぞれ下図に示す．

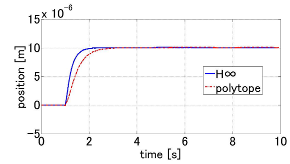

図 9 出力結果:M=0.49[kg]

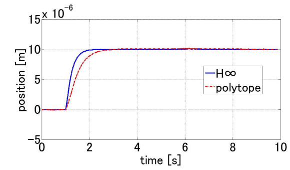

図 10 出力結果:M=0.735[kg]

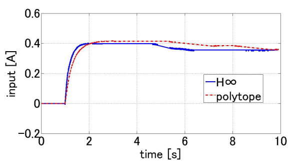

図 11 入力信号:M=0.49[kg]

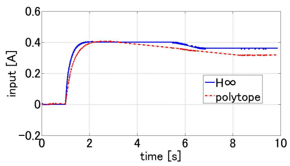

図 12 入力信号:M=0.735[kg]

8 おわりに・今後の課題

一般的にポリトープで不確かさを表現することで適切に不確かさの表現が可能となることが知られている [3]. そこで, 本研究では不確かさに対して「ポリトープ表現した連立 LMI を用いた制御器算出方法」と「周波数整形した制御器算出方法」の 2 種類の方法論の違いから制御性能の違いが発生するのではないかと仮説を立てて実験を試みた．しかし, 図 9 と図 10 を比較する限り, 同等の結果が得られた．本研究で用いた制御対象は質量変化に伴い他のパラメータの値に影響を与えないため, 前者後者とも質量変化に対して適切に不確かさの表現ができた為, 所望の性能を達成できたと考えられる．今後の課題としてパラメータが相互依存する制御対象を用いて同様の比較を行うことを挙げる．

参考文献

[1] 藤森篤：『ロバスト制御』，コロナ社，東京，2001

[2] The Mathworks, LMI Control Toolbox User's Guide.

[3] 浅井徹：『LMI に基づく線形ロバスト制御系解析・設計』：計測と制御，第 42 巻, 第 12 号, (2003)