

H_2 制御理論によるレール上での鋼球の位置決め

2008MI085 筧 菜帆

指導教員 高見 勲

1 はじめに

本研究の目的は、 H_2 制御理論を実用化できるよう、理論上のみだけでなく、実験装置にも適用できるような設計をすることである。実験機にはボール&ビームを用いている。ボール&ビームとは、レール上での鋼球の位置決め装置である。本研究では、制御量を追加し、重みのチューニングをすることで、実験の成果を得ている。

2 制御対象

2.1 モデリング

制御対象であるレール上での鋼球の位置決め装置を図??, レールの角度を制御するためのモータとギアトレインの関係を図??に示す。

制御対象であるレール上での鋼球の位置決め装置は、モ-

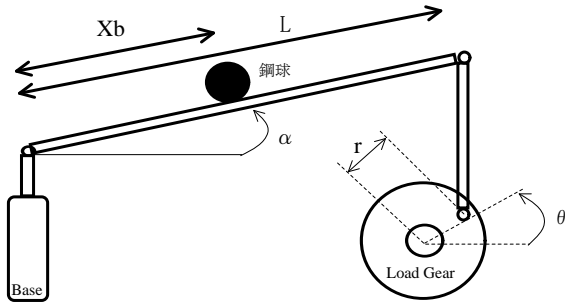


図 1 レール上での鋼球の位置決め装置のモデル

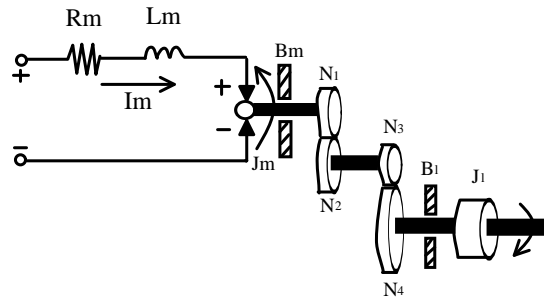


図 2 モータとギアトレインのモデル

タを駆動し、出力軸の回転角度を変え、ギアを回転させることでレバーアームを介してレールの角度を制御し、レール上を転がる鋼球を目標の位置に収束させる実験装置である。

ここで、レバーアームとギアのオフセットを r [m], θ [rad], レールの長さを L [m], レールの角度を α [rad], 鋼球の位置を x_b [m] とする。

モータ入力電流に関して、ギアの回転運動を表現する運動方程式は、

$$\ddot{\theta} = -\frac{B_{eq}}{J_{eq}}\dot{\theta} + \frac{\eta_g\eta_m K_g K_t}{J_{eq}} I_m \quad (1)$$

と導ける。ここで、 η_g はギアボックス効率、 η_m はモータ効率、 K_g はギア比、 K_t [Nm] はモータトルク定数、 J_{eq} [kgm²] は等価慣性モーメント、 B_{eq} [Nm/(rad/s)] は等価粘性摩擦である。また、レール角度によって変化する鋼球の運動を表現する運動方程式は、

$$\ddot{x}_b = \frac{5r}{7L} g \theta \quad (2)$$

と導ける。

ここで、 g [m/s²] は、重力加速度である。

2.2 状態方程式

モデリングから導き出した運動方程式から制御対象の状態方程式を求める。状態変数は、

$$x_p = [x_b \quad \dot{x}_b \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T \quad (3)$$

である。状態方程式は、

$$\dot{x}_p = A_p x_p(t) + B_p u(t) \quad (4)$$

$$y = C_p x_p(t) \quad (5)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4183 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 166.70745 \end{bmatrix}$$

$$C_p = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

3 制御系設計

3.1 H_2 制御

外部入力 w から評価出力 z_2 の閉ループ系伝達関数を $G_{z_2 w}$ とする。 $G_{z_2 w}$ の H_2 ノルムは次式で定義される。[1]

$$\|G_{z_2 w}\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{trace}[G_{z_2 w}^*(j\omega)G_{z_2 w}(j\omega)] \right)^{1/2} \quad (6)$$

H_2 制御は、システムにインパルスの外部入力 w が与えられたときの応答の H_2 ノルムを最小にし、外部入力から出力への影響を抑える制御と考えられる。 H_2 ノルムの上界を γ_2 とすると、

$$\|G_{z_2 w}\|_2 < \gamma_2 \quad (7)$$

となる。 H_2 制御では、式 (7) を満たし、かつ γ_2 を最小にする制御器 K を設計する。

3.2 一般化制御対象

本研究で用いる一般化制御対象 $G(s)$ を図3に示す. 図3において, W_e : 目標値に追従させるための偏差の積分に対する重み, W_u : 制御入力を制限するための重みを適用している. ここで, $G(s)$ の状態変数を $x_G = [x_p \int_0^t e(\tau) d\tau]^T$ とし, 評価出力を $z = [z_u z_e]^T$ としたとき, $G(s)$ は次式となる.

$$G(s) = \begin{cases} \dot{x}_G = Ax_G + B_1 r + B_2 u \\ z = Cx_G + Du \end{cases} \quad (8)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_p & 0 \\ -C_p & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & W_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ W_u \end{bmatrix} \quad (9)$$

3.3 H_2 制御による制御系設計

一般化制御対象の評価出力 z を H_2 ノルムで評価する. 重み W_u, W_e をチューニングして, LMI を用いてフィードバックゲイン K を求める.

$$W_e = 0.1, W_u = 85 \quad (10)$$

これらの重みを適用すると, LMI を用いて, フィードバックゲインは次のように求められる.

$$K = \begin{bmatrix} -0.0086 & -0.0245 & -0.00188 & -0.0038 & 0.001 \end{bmatrix} \quad (11)$$

3.4 実験と考察

求められたゲインを用いて, シミュレーションは, オーバershootなく求められたが, 実験では, 入力電流が小さすぎて鋼球を持ち上げることさえできなかった. そこで, 制御量の追加を考えた.

4 再設計

4.1 一般化制御対象

図3において, 制御量として鋼球の位置に対する重みを追加し, その重みを W_x とすると, 式(8)において, 評価出力を $z = [z_x z_u z_e]^T$ として, C, D を次のように変更する.

$$C = \begin{bmatrix} W_x C_p & 0 \\ 0 & W_e \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W_u \end{bmatrix} \quad (12)$$

4.2 H_2 制御による制御系設計

一般化制御対象の評価出力 z を H_2 ノルムで評価する. 重み W_x, W_u, W_e をチューニングして, LMI を用いてフィードバックゲイン K を求める.

$$W_x = 3.5, W_e = 1, W_u = 0.006 \quad (13)$$

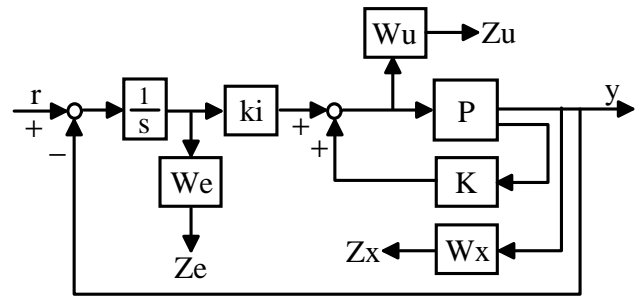


図3 一般化制御対象 $G(s)$

これらの重みを適用すると, LMI を用いてフィードバックゲインは次のように求められる.

$$K = \begin{bmatrix} -5.7459 & -3.0438 & -0.3981 & -0.00428 & 1.9485 \end{bmatrix} \quad (14)$$

比較すると, ハイゲインを実現していることが分かる.

5 シミュレーション・実験

求められたゲインにより, シミュレーションと実験を行った. シミュレーション時間を 30[秒], 目標値を 0.1[m] としたときのシミュレーション結果とステップ時間 25[秒], 目標値を 0.1[m] としたときの実験結果を図4に示した.

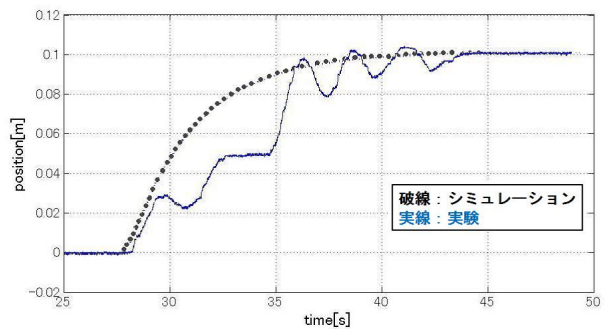


図4 シミュレーションと実験結果

6 考察

応答には違いがあったが, 収束するまでの時間は, シミュレーションと実験ではほとんど変わらなかった. シミュレーションと実験結果の応答の違いについては, レールの歪みによるものであると考えられる.

7 おわりに

本研究の成果として, H_2 制御理論を用いて鋼球の位置を制御することができた. また, 制御量の追加によりハイゲインフィードバックを実現し, 希望する応答が得られた.

よって, 理論やシミュレーションでは, 制御できても実験で制御できないという問題に関して, 制御量の追加により成果を得ることができた.

参考文献

- [1] 藤森篤: ロバスト制御, コロナ社, (2001)