

フィンランドの教科書から学ぶ数学の指導法

2008MI018 舟橋健太

指導教員：佐々木克巳

1 はじめに

今日において、日本の学力低下は避けては通れない問題になっている。経済協力開発機構 (OECD) に加盟している国の生徒の学習到達度調査 (PISA) においても、日本の成績は低迷し続けている。そんな状況の中、フィンランドはここ数年間、常に上位を維持している。そして、たくさんの教育評論家もフィンランドの学校教育に注目し、多数の著書を書いている。本研究でもこのフィンランドの数学教育に注目した。

本研究の目的は、その成功に関して考察し、日本の数学教育に活かすことである。卒業論文では、[1],[2],[3] および、両国の教科書 [4],[5],[6] を用いて、フィンランドがどのようにして PISA においてここ数年間上位を占めることができたのか、また、なぜフィンランドの学校教育が世界的に注目されているのかを調べ、日本の数学教育に活かすことができるのかを考察した結果を示した。本稿では、そのうちの教科書を単元別に比較した結果の一部を述べる。

2 教科書における導入方法や扱う問題の違い

日本とフィンランドで使用される数学の教科書における導入方法や扱う問題を単元別に比較する。本稿では、卒業論文で扱った単元 (すなわち、一次関数、平方根、三平方の定理、2 進数、10 進数、円の面積の公式) についてそれぞれの内容の一部を述べる。

2.1 一次関数

日本とフィンランドの大きな違いは、関数を視覚的に捉えさせているかである。

日本の場合、問題を通して、ともなって変わる 2 つの変数 x 、 y を捉えさせる。「 x の値を決めると、それに対応して y の値が 1 つに決まるとき、 y は x の関数である」と定義している。

フィンランドの場合、関数を計算マシンとして考えている。教科書には、図 1 とともに、『Funktio-kone on kuviteltu laskukone, joka suorittaa koneeseen syötetyille luvulle eli syötteelle tietyn säännön mukaiset laskutoimitukset ja tulostaa vastauksen eli tulosteen.』と書いてある。

先ほどの、関数は計算マシンであるという説明の横にこの図を付けることによって、関数というものを具体的に示し、視覚的に捉えさせている。その後この図を使いながら具体的な数を当てはめ、計算練習をしている。

2.2 平方根

この単元は、日本は中学 3 年、フィンランドは中学 2 年で学習している。日本もフィンランドも、正方形の面積を利用して平方根を導入している。しかし、その展開に違いがみられた。

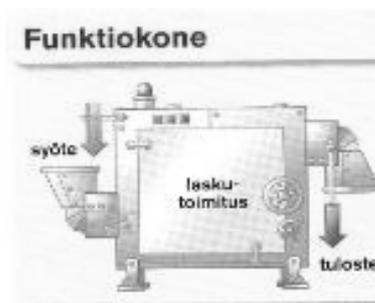


図 1 計算マシン 出典 [6]

日本の場合、面積が 16 の正方形の辺は 4 になる。それでは、面積が 2 の正方形の辺はいくつになるかという問いを出す。その後、2 乗して 2 になる数を $\sqrt{2}$ とし、平方根を導入している。

フィンランドの場合、面積が 4, 9, 16 の正方形を使い、面積は一辺の 2 乗で表されるということをおさえる。そして、16 の平方根は 4 になり、4 の 2 乗は 16 になるという関係を先に示している。そして、具体的にどのような平方根が存在するのか、マイナスの平方根は存在するのかなどの流れで平方根を導入している。

また、扱う範囲や問題にも違いがみられた。問題の違いの具体例を図 2 に示す。日本の場合、最初の導入で扱ったような比較的容易な問題を例題や演習問題で扱っているのに対して、フィンランドの場合、図 2 にもあるように演習問題で無理方程式の形をした問題が教科書に載っていた。比較的初歩的な無理方程式であるが、日本では高等学校の数学 の範囲にあたるものである。この平方根から無理方程式への繋がりのように、単元に繋がりを持った問題構成をしているのもフィンランドの数学教育全般にいえる大きな特徴である。

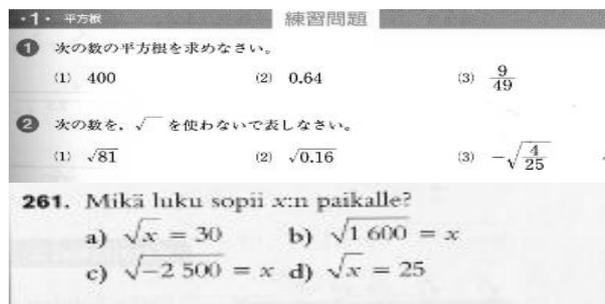


図 2 教科書に載っている問題 (上段：日本 出典 [4]、下段：フィンランド 出典 [6])

2.3 三平方の定理

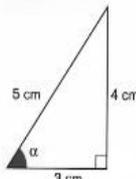
日本とフィンランドもこの単元においては、ほとんど同様の展開で進んでいる。しかし、大きな違いは、三平方の定理に入る前の単元にある。

日本の場合、相似な図形を扱ってから三平方の定理に

入る。一方フィンランドの場合、相似な図形と三角比を扱ってから三平方の定理に入る。

日本では、三角比は高等学校の数学で扱う内容であるが、フィンランドでは、中学の段階で扱っている。三平方の定理を学習する前に、相似な図形だけではなく、三角比も学習している点が大きな違いである。フィンランドで三角比を導入する際に、図3のように3,4,5の直角三角形を利用し三角比の導入をしている。

Esimerkki 2



Minkä trigonometrisen funktion arvo kulmalle α on

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{4}{5}$

► Hypotenuusan pituus on 5 cm, α :n vastaisen kateetin pituus 4 cm ja α :n viereisen kateetin pituus 3 cm.

a) $\frac{4}{3} = \frac{4 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = \frac{\alpha:n \text{ vastainen kateetti}}{\alpha:n \text{ viereinen kateetti}} = \tan \alpha$

b) $\frac{3}{5} = \frac{3 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = \frac{\alpha:n \text{ viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}} = \cos \alpha$

c) $\frac{4}{5} = \frac{4 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = \frac{\alpha:n \text{ vastainen kateetti}}{\text{hypotenuusa}} = \sin \alpha$

Vastaus: a) tangentin b) kosinin c) sinin

図3 三角比の導入 出典 [6]

このように、先にも述べたが繋がりをを持たせることで単元が変わっても学習をスムーズに進めることができる。

また、フィンランドの教科書では、三平方の定理にかかわる計算について、電卓を利用して計算する問題が多く見られた。これは、大きな数の2乗を多く使っているからであると考えられる。

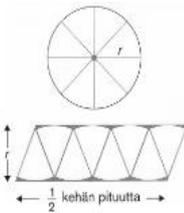
2.4 2進数、10進数

フィンランドでは実生活に沿った問題を多く取り上げている。その中の1つとして、2進数、10進数の単元が挙げられる。フィンランドでは、この単元を中学3年で学習する。学習の動機として、今日において世界中でパソコンが普及し、パソコンでプログラムなどを利用する際に必要になってくるからであると考えられる。日本ではこの単元を高校の情報の時間で学習し、数学の時間では扱わない。この単元が含まれている章 (Yhtälöt ja yhtälöparit) は全体的に社会に出てから役に立つ、すなわちより実用性のある内容を多く取り上げて学習している。その背景には、中学3年の最後ということもあると考えられる。

2.5 円の面積の公式

この単元の導入の流れや内容は、両国で類似した点が多くみられる。しかし、大きな違いは、学習する学年が違うところである。日本では小学6年で扱うのに対して、フィンランドでは中学2年で扱っている。フィンランドの教科書に載っている円の面積の公式の説明を下の図4に示す。

図4にあるように、円を分割し、平行四辺形につなげて円の面積を求めることができるという説明は、日本でも同様に用いられている。しかし、日本は扱う学年が早いということもあり、文字などを使った詳しい説明はされていない。代わりに、学校によってはflash動画などで説明したり、方眼用紙でおおよその面積を求めたりして、理



Ympyrä jaetaan yhtä suuriin sektoreihin ja sektorit järjestetään vierekkäin kuvion osoittamalla tavalla. Sektorit muodostavat suunnikkaan muotoisen alueen, jonka kannan pituus on noin puolet ympyrän kehän pituudesta eli $\frac{1}{2} \cdot 2\pi r = \pi r$, korkeus on ympyrän säde r ja pinta-ala on $A = \pi r \cdot r = \pi r^2$.

Mitä useampiin sektoreihin ympyrä jaetaan, sitä tarkemmin suunnikkaan pinta-ala vastaa ympyrän pinta-ala.

Ympyrän pinta-ala

Ympyrän pinta-ala on pii kertaa säde toiseen.

$A = \pi \cdot r^2$

図4 円の面積の公式 出典 [6]

解を促している。flash動画で補う例は、例えば、(<http://music.freespace.jp/yoshi216/en-menseki.html>)にある。

関連して、円周率の導入について述べておく。日本の場合、円周率が約3.14であることは小学5年のときに学習し、 π という記号は、中学1年でおうぎ方の面積を学習するときに初めて用いられる。フィンランドでは、円の面積の公式を導入する直前に円周率を導入している。また、扱う問題にも違いがみられた。日本(小学6年)では、 π の近似値を3.14とし円の面積を求めさせていた。一方フィンランドでは、電卓にある π を使い円の面積を求めさせていた。さらに、半径の値を整数ではなく、小数の値(例:6.2)を使い面積を計算させる問題が多くみられた。

3 おわりに

本研究では、単元別の導入や扱う問題の違いを中心に日本との相違点を見つけ比較してきた。その結果、さまざまな相違点が見つかり、日本の教育に活かすべき事柄がたくさんあった。しかしその半面、フィンランドより優れている点もあった。今後日本の数学教育の改善を図るために、今回扱うことのできなかつた単元をたくさん比較をしていき、日本の数学教育に活かしていきたい。

参考文献

- [1] 熊倉啓之 他4名:『授業と教科書からみるフィンランドの数学教育』. 日本数学教育学会誌数学教育第91巻第7号,2009.
- [2] 熊倉啓之 他4名:『続・フィンランドの数学教育』. 日本数学教育学会誌数学教育第89巻第11号,2007.
- [3] 坪井大知:『南山大学数理情報学部数理学科卒業論文』.(2010).
- [4] 岡本和夫 他:『未来へひろがる 数学1-3』. 新興出版社啓林館,大阪,2005.
- [5] 清水静海 他:『わくわく算数5下』,『わくわく算数6下』. 新興出版社啓林館,大阪,2011.
- [6] Teuvo Laurinolli, Erkki Luoma-aho et al:『Laskutaito 7-9』. WSOY,2007.