フレキシブルアームの制振制御

2008MI002 阿部信夫　2008MI078 伊藤慶貴

指導教員：陳幹

1　はじめに

近年, 産業用ロボットや宇宙作業用ロボットなどに用いられているロボットアームは運搬コストや材料コストが考慮され, ロボットアームを軽量化することが望まれる. しかしながら軽量化に伴い, ロボットアーム自身の剛体が低下し, 加減速時にアームの先端に振動や歪みが誘発されてしまう. これらの現象はロボットの性能低下に繋がるため, 振動を素早く減衰させ, 位置決め精度を確保する必要がある [1] [2] [3] [4]. 本研究では, フレキシブルアームを 1 リンクによるモデリングと仮想受動関節モデルを用いた 2 リンク, 3 リンク, 4 リンクによるモデリングをゲイン線図により性能比較をする. 仮想受動関節モデルによるモデリングは, フレキシブルアームをバネ・ダンパの仮想受動関節と剛体リンクに置き換えて同じ長さ, 質量と考え, モデル化する [3].

2　パラメータ

本研究で使用するフレキシブルアームは仕様書より, 表 1 のパラメータは既に判明している [1].

L	フレキシブルアームの長さ	0.381[m]
M	フレキシブルアームの質量	0.065[kg]
R_m	モータ電機抵抗	2.6[Ω]
K_m	逆起電力係数	0.00767[V/(rad/s)]
K_t	モータトルク定数	0.00767[Nm/A]
B_{eq}	等価粘性減衰係数	0.004[Nm/(rad/s)]
K_g	システムギヤ比	70
η_g	ギヤボックス効率	0.9
η_m	モータ効率	0.69

表 1　パラメータ

3　１リンク

モデルはトルクがモータと繋がっている hub（モータ）の部分のみ働き, Link(先端) は根元との間に繋がれたバネの力のみによって運動する. トルクを加えたとき hub は θ[rad] だけ回転し, Link はそこから更に α[rad] だけ回転する. よって γ=θ+α が終点の絶対的な角度となる [2], [3]. 制御にあたり直接操作できるのはトルク τ でなく, モータに与える電圧である. よって, モータに与える電圧 V_m[V] と τ との関係を求める必要がある. DC モータの電機子回路を考えると電圧 V_m[V] と τ との関係は式 (1) の通りである [1][2].

$$\tau = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g \left(V_m - K_g K_m \dot{\theta}\right)}{R_m} \tag{1}$$

V_m[V] は電機子回路電圧, J_{Link}[kgm^2] はアームの慣性負荷, K_{stiff}[N/m] はバネ定数, J_{hub}[kgm^2] は負荷での等価慣性モーメントであり, それぞれ式 (2) から式 (4) で表わされる [1][6].

$$J_{Link} = \frac{ML^2}{3} \tag{2}$$

$$K_{stiff} = \omega_c^2 J_{Link} \tag{3}$$

$$J_{hub} = J_{Link} + 0.0018 \tag{4}$$

4　2 リンク仮想受動関節モデル

仮想受動モデルによるモデリングは, ばね, ダンパの仮想受動関節によって結合された剛体リンクの連結により, フレキシブルアームを近似する方法である [3]. フレキシブルアームを仮想受動関節を用いてモデル化した例を図 1 に示す. なお, ここでは 2 リンクフレキシブルアームのモデル化のため, 同じ長さの 2 本の仮想剛体リンク (lg_1, lg_2) と 1 個の仮想受動関節でモデリングし, 仮想受動関節角度を θ_2 で示した [5].

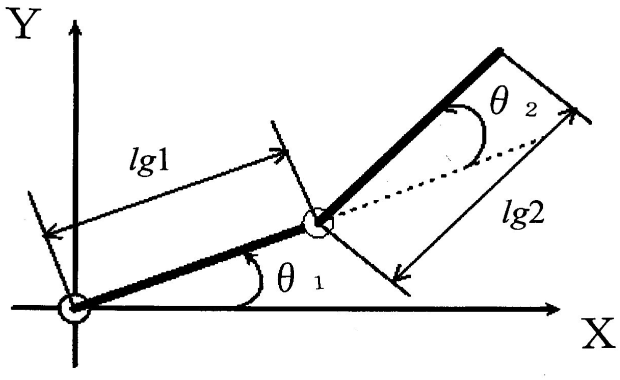

図 1　2 リンク仮想受動関節モデル

4.1　運動方程式

仮想のフレキシブルアームの運動方程式を求める.
システムの運動エネルギーは式 (5) のように与えられる.

$$T = \frac{1}{2}J_{hub}\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_{Link1}\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_{Link2}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \tag{5}$$

システムの損失エネルギーは式 (6) のように与えられる.

$$D = \frac{1}{2}B_{eq}\dot{\theta_1}^2 \tag{6}$$

システムの位置エネルギーは式 (7) のように与えられる.

$$U = \frac{1}{2}K_{stiff}\theta_2^2 \tag{7}$$

θ_1, θ_2 についてのラグランジュの運動方程式は式 (8), 式 (9) で与えられる.

$$J_{hub}\ddot{\theta}_1 + J_{Link1}\ddot{\theta}_1 + J_{Link2}\ddot{\theta}_1 + J_{Link2}\ddot{\theta}_2 + B_{eq}\dot{\theta}_1 = \tau \tag{8}$$

$$J_{Link2}\ddot{\theta}_1 + J_{Link2}\ddot{\theta}_2 + K_{stiff}\theta_2 = 0 \tag{9}$$

式 (8) と式 (9) を $\ddot{\theta}_1$, $\ddot{\theta}_2$ について解き, 式 (1) を代入すると, それぞれ式 (10), 式 (11) が得られる.

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{K_{stiff}}{J_{hub}+J_{Link1}}\theta_2 - \frac{B_{eq}Rm + \eta_m\eta_g K_t K_g^2 K_m}{Rm(J_{hub}+J_{Link1})}\dot{\theta}_1 + \frac{\eta_m\eta_g K_t K_g}{Rm(J_{hub}+J_{Link1})}V_m \tag{10}$$

$$\ddot{\theta}_2 = -\frac{K_{stiff}J_{Link2} + K_{stiff}(J_{hub}+J_{Link1})}{J_{Link2}(J_{hub}+J_{Link1})}\theta_2 + \frac{B_{eq}Rm + \eta_m\eta_g K_t K_g^2 K_m}{Rm(J_{hub}+J_{Link1})}\dot{\theta}_1 - \frac{\eta_m\eta_g K_t K_g}{Rm(J_{hub}+J_{Link1})}V_m \tag{11}$$

2 リンク仮想受動関節モデルでは長さと質量がともに 1 リンク時に比べ, $\frac{1}{2}$ 倍となる. そのため慣性モーメント J_{Link1} は式 (2) より, 0.0003875[kgm^2] である. 慣性モーメント J_{Link2} は全体の慣性モーメントから, 慣性モーメント J_{Link1} を引くことより求められることより, 慣性モーメント J_{Link2} は 0.0027125[kgm^2] である. バネ定数は, 式 (3) より求められ, J_{Link2} が 0.0027125[kgm^2] であり, ω_c が $\frac{1}{2}$ 倍になることより, $K_{stiff} = 0.3059$[N/m] である. ギアの慣性モーメント J_{hub} は 0.0021875[kgm^2] である. 等価粘性減衰係数 B_{eq} は, 長さが $\frac{1}{2}$ 倍になることより 0.002[Nm/(rad/s)] である [6].

4.2 システムの状態空間表現

x_2 は式 (12) と定義する.

$$x_2 = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}^T \tag{12}$$

制御入力を V_m とした状態空間表現は式 (25), 式 (26) となる.

$$\dot{x}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 118.7961 & -27.5146 & 0 \\ 0 & -231.5703 & 27.5146 & 0 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 49.8006 \\ -49.8006 \end{bmatrix} V_m \tag{13}$$

$$y_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_2 \tag{14}$$

5 3 リンク仮想受動関節モデル

3 リンク仮想受動関節モデルを図 2 に示す.

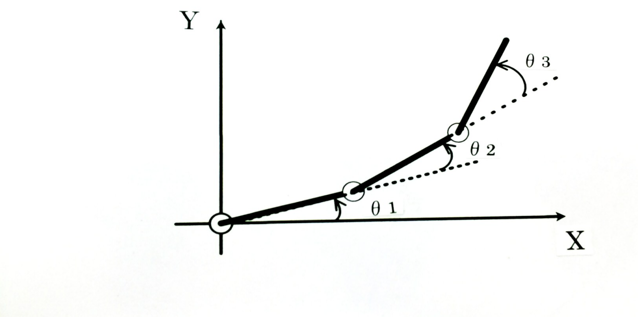

図 2 3 リンク仮想受動関節モデル

5.1 運動方程式

仮想のフレキシブルアームの運動方程式を求める.
システムの運動エネルギーは式 (15) のように与えられる.

$$T = \frac{1}{2}J_{hub}\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_{Link1}\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_{Link2}(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2}J_{Link3}(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3)^2 \tag{15}$$

システムの損失エネルギーは式 (17) のように与えられる.

$$D = \frac{1}{2}B_{eq}\dot{\theta_1}^2 \tag{16}$$

システムの位置エネルギーは式 (17) のように与えられる.

$$U = \frac{1}{2}K_{stiff1}\theta_2^2 + \frac{1}{2}K_{stiff2}\theta_3^2 \tag{17}$$

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$ についてのラグラジアンの運動方程式が式 (18), 式 (19), 式 (20) より得られる.

$$J_{hub}\ddot{\theta}_1 + J_{Link1}\ddot{\theta}_1 + J_{Link2}(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2) + J_{Link3}(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2+\ddot{\theta}_3) + B_{eq}\dot{\theta}_1 = \tau \tag{18}$$

$$J_{Link2}\ddot{\theta}_1 + J_{Link2}\ddot{\theta}_2 + J_{Link3}\ddot{\theta}_1 + J_{Link3}\ddot{\theta}_2 + J_{Link3}\ddot{\theta}_3 + K_{stiff1}\dot{\theta}_2 = 0 \tag{19}$$

$$J_{Link3}\ddot{\theta}_1 + J_{Link3}\ddot{\theta}_2 + J_{Link3}\ddot{\theta}_3 + K_{stiff2}\dot{\theta}_3 = 0 \tag{20}$$

式 (18), 式 (19), 式 (20) を解き, それぞれ $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3$ についてまとめ, 式 (1) を用いると, 式 (21), 式 (22), 式 (23) が得られる.

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{K_{stiff1}}{J_{hub}+J_{Link1}}\theta_2 - \frac{B_{eq}Rm + \eta_m\eta_g K_t K_g^2 K_m}{Rm(J_{hub}+J_{Link1})}\dot{\theta}_1 + \frac{\eta_m\eta_g K_t K_g}{Rm(J_{hub}+J_{Link1})}V_m \tag{21}$$

$$\ddot{\theta}_2 = -\frac{K_{stiff1}(J_{hub}+J_{Link1}) + J_{Link2}K_{stiff1}}{J_{Link2}(J_{hub}+J_{Link1})}\theta_2 + \frac{K_{stiff2}}{J_{Link2}}\theta_3 + \frac{B_{eq}Rm + \eta_m\eta_g K_t K_g^2 K_m}{Rm(J_{hub}+J_{Link1})}\dot{\theta}_1 - \frac{\eta_m\eta_g K_t K_g}{Rm(J_{hub}+J_{Link1})}V_m \tag{22}$$

$$\ddot{\theta}_3 = \frac{K_{stiff1}}{J_{Link2}}\theta_2 - \frac{J_{Link2}K_{stiff2} + J_{Link3}K_{stiff2}}{J_{Link2}J_{Link3}}\theta_3 \quad (23)$$

3 リンク仮想受動関節モデルでは長さと質量がともに 1 リンク時に比べ, $\frac{1}{3}$ 倍となる．そのため慣性モーメント J_{Link1} は式 (2) より, 0.00011481[kgm^2] である．慣性モーメント J_{Link2} は全体の $\frac{2}{3}$ 倍の慣性モーメントから, 慣性モーメント J_{Link1} を引くことより求められることより, 慣性モーメント J_{Link2} は 0.0008037[kgm^2] である．同様に, 慣性モーメント J_{Link3} は 0.0021814[kgm^2] である．バネ定数は, 式 (3) より求められる．より, K_{stiff1} は J_{Link2} が 0.0008037[kgm^2] であり, ω_c が $\frac{1}{3}$ 倍になることより, $K_{stiff} = 0.0403$[N/m] である．同様に, K_{stiff2} は, 0.1093[N/m] である．ギアの慣性モーメント J_{hub} は 0.0019148[kgm^2] である．等価粘性減衰係数 B_{eq} は, 長さが $\frac{1}{3}$ 倍になることより 0.001333[Nm/(rad/s)] である [6].

5.2 システムの状態空間表現

x_3 は式 (24) と定義する．

$$x_3 = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

制御入力を V_m とした状態空間表現は式 (25), 式 (26) となる．

$$\dot{x}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1608 & 0 & -35 & 0 & \\ 0 & -5668 & 11020 & 35 & 0 & 0 \\ 0 & 4060 & -15080 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 63.1822 \\ -63.1822 \\ 0 \end{bmatrix} V_m \quad (25)$$

$$y_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_3 \quad (26)$$

6 4 リンク仮想受動関節モデル

4 リンク仮想受動関節モデルを図 3 に示す．

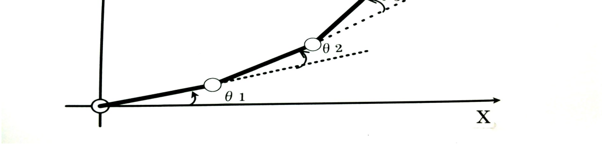

図 3 4 リンク仮想受動関節モデル

6.1 運動方程式

仮想のフレキシブルアームの運動方程式を求める．システムの運動エネルギーは式 (27) のように与えられる．

$$\begin{aligned} T = &\frac{1}{2}J_{hub}\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_{Link1}\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_{Link2}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ &+ \frac{1}{2}J_{Link3}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \\ &+ \frac{1}{2}J_{Link4}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)^2 \end{aligned} \quad (27)$$

システムの損失エネルギーは式 (29) のように与えられる．

$$D = \frac{1}{2}B_{eq}\dot{\theta_1}^2 \quad (28)$$

システムの位置エネルギーは式 (29) のように与えられる．

$$U = \frac{1}{2}K_{stiff1}\theta_2^2 + \frac{1}{2}K_{stiff2}\theta_3^2 + \frac{1}{2}K_{stiff3}\theta_4^2 \quad (29)$$

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ についてのラグラジアンの運動方程式が式 (30) から式 (33) より得られる．

$$\begin{aligned} &J_{hub}\ddot{\theta}_1 + J_{Link1}\ddot{\theta}_1 + J_{Link2}(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + J_{Link3}(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \\ &\quad + J_{Link4}(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) + B_{eq}\dot{\theta}_1 = \tau \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} &J_{Link2}\ (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + J_{Link3}(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \\ &\quad + J_{Link4}(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) + K_{stiff1}\theta_2 = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} &J_{Link3}\ (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) + J_{Link4}(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) \\ &\quad + K_{stiff2}\theta_3 = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

$$J_{Link4}(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) + K_{stiff3}\theta_4 = 0 \quad (33)$$

式 (30), 式 (31), 式 (32), 式 (33) を解き, それぞれ $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3, \ddot{\theta}_4$ についてまとめ, 式 (1) を用いると, 式 (34), 式 (35), 式 (36), 式 (37) が得られる．

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 = &\frac{K_{stiff1}}{J_{hub} + J_{Link1}}\theta_2 - \frac{B_{eq}Rm + \eta_m\eta_g K_t K_g^2 K_m}{Rm(J_{hub} + J_{Link1})}\dot{\theta}_1 \\ &+ \frac{\eta_m\eta_g K_t K_g}{Rm(J_{hub} + J_{Link1})}V_m \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_2 = &-\frac{K_{stiff1}(J_{hub} + J_{Link1}) + J_{Link2}K_{stiff1}}{J_{Link2}(J_{hub} + J_{Link1})}\theta_2 \\ &+ \frac{K_{stiff2}}{J_{Link2}}\theta_3 + \frac{B_{eq}Rm + \eta_m\eta_g K_t K_g^2 K_m}{Rm(J_{hub} + J_{Link1})}\dot{\theta}_1 \\ &- \frac{\eta_m\eta_g K_t K_g}{Rm(J_{hub} + J_{Link1})}V_m \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_3 = &\frac{K_{stiff1}}{J_{Link2}}\theta_2 - \frac{J_{Link2}K_{stiff2} + J_{Link3}K_{stiff2}}{J_{Link2}J_{Link3}}\theta_3 \\ &+ \frac{K_{stiff3}}{J_{Link3}}\theta_4 \end{aligned} \quad (36)$$

$$\ddot{\theta}_4 = \frac{K_{stiff2}}{J_{Link3}}\theta_3 - \frac{J_{Link3}K_{stiff3} + J_{Link4}K_{stiff3}}{J_{Link3}J_{Link4}}\theta_4 \quad (37)$$

4 リンク仮想受動関節モデルでは長さと質量がともに 1 リンク時に比べ, $\frac{1}{4}$ 倍となる．そのため慣性モーメント J_{Link1} は式 (2) より, 0.0000484375[kgm^2] である．慣性モーメント J_{Link2} は全体の $\frac{2}{4}$ 倍の慣性モーメントから, 慣性モーメント J_{Link1} を引くことより求められることより, 慣性モーメント J_{Link2} は 0.00033906[kgm^2] である． 同様に慣性モーメント J_{Link3}, J_{Link4} はそれぞれ 0.00092031[kgm^2], 0.00179219[kgm^2] である．バネ定数は, 式 (3) より求められる． より, K_{stiff1} は J_{Link2} が 0.00033906[kgm^2] であり, ω_c が $\frac{1}{4}$ 倍になることより, $K_{stiff1} = 0.0096$[N/m] である．同様に, K_{stiff2}, K_{stiff3} は, 0.0259[N/m], 0.0505[N/m] である．ギアの慣性モーメント J_{hub} は 0.00184843[kgm^2] である．等価粘性減衰係数 B_{eq} は, 長さが $\frac{1}{4}$ 倍になることより 0.001[Nm/(rad/s)] である [6].

6.2 システムの状態空間表現

x_4 は式 (38) と定義する．

$$x_4 = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \dot{\theta_1} & \dot{\theta_2} & \dot{\theta_3} & \dot{\theta_4} \end{bmatrix}^T \tag{38}$$

制御入力を V_m とした状態空間表現は式 (39), 式 (40) となる．

$$\dot{x}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 495 & 0 & 0 & -14 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7712 & 19590 & 0 & 14 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7218 & -26808 & 14055 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7218 & -21273 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_4 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 25.9145 \\ -25.9145 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_m \tag{39}$$

$$y_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_4 \tag{40}$$

7 ゲイン線図

1 リンクから 4 リンクのゲイン線図と, 実機に任意の正弦波を入力した時の振幅の値を実験データとして図 4 に示す.

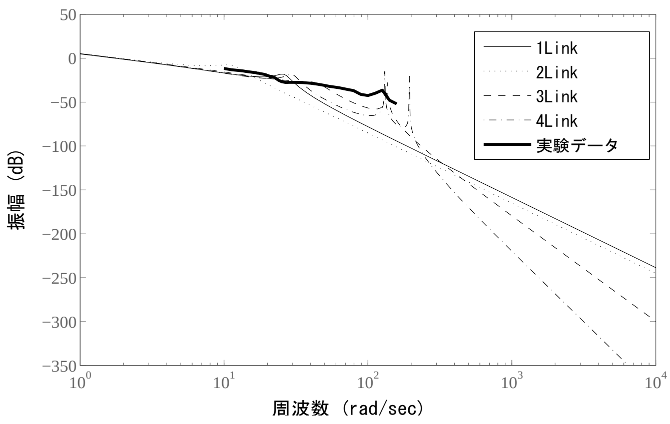

図 4 ゲイン線図

8 おわりに

本研究では, 多リンクによりモデリングする手法を用いその有効性を図 4 により示した．図 4 において, 実験データにより求めたグラフに一番近いのは 4 リンクのグラフであることがわかる．しかし, 他のリンクンのグラフも各周波数領域において実験データに近い振幅の値となっていることがわかる．よって, フレキシブルアームの制御において, 高次のモデルを考えることは有効であると考えられる．今後の課題としては, これらの高次モデルを用いた制御系設計をすることが挙げられる．

参考文献

[1] 鈴木宏和:非線形 PID 制御によるフレキシブルアームの制振制御, 南山大学院数理情報研究科修士論文 (2006)

[2] 水戸健詞:最適レギュレータによるフレキシブルアームの制振制御, 南山大学数理情報学部 2010 年度卒業論文 (2010)

[3] 大川不二夫, 小林順, 小川裕文, 本田英己:フレキシブルアームの仮想受動関節モデルに基づく制御系の一設計法, "日本機械学会論文集 (C 編)", Vol.68, No.665, (2002), pp.109-116

[4] 石畑恭平, 呂健明, 谷萩隆嗣：フレキシブルアームの制振制御の一方法, "日本機械学会論文集 (C 編)", Vol.68, No.674, (2002), pp.2933-2940

[5] 学森良太, 内田洋彰:最適サーボ系による仮想受動関節でモデル化したフレキシブルアームの力と振動制御, 日本機械学会関東支部第 11 期総会講演会講演論文集, (2005), pp.337-338

[6] 辻知章:なっとくする材料力学, 講談社 (2002)