

# PSOによる極領域を指定した状態フィードバックゲインの設定

2007MI148 村瀬翔

指導教員：高見勲

## 1 はじめに

従来、制御系設計の制御パラメータを決定するには複雑な計算や試行錯誤的な方法が必要であった。しかし近年、コンピュータ性能の飛躍的な向上などによりメタヒューリスティクスによるパラメータ設定[1]も注目を集めてきている。

そこで、本研究はメタヒューリスティクスの代表的な手法である PSO(Particle Swarm Optimization) を用いて状態フィードバックゲインのパラメータを決定する。また制御系の安定性に着目した改良アルゴリズムと極領域を指定したアルゴリズムを提案する。理論の検証として制御対象にフレキシブルアームを選択した。

## 2 PSO

### 2.1 基本概念

PSO は鳥の群れ、魚の群れ、昆虫の群れなど集団での団体行動に基づいた最適化の手法であり、微小粒子とよばれるランダムに配置された点が群を形成しながら解空間をよりよい方向に移動しながら探索するというものである。さらに、PSO の原理は「群全体で各粒子の情報を共有する」という仮説にあり、各粒子がランダムに動くのではなく、情報を共有し一定の規則に従って動くという概念を持っている。

### 2.2 PSO アルゴリズム

PSO アルゴリズムを以下に示す。

**Step0** 粒子の数、各パラメータ  $w, c_1, c_2$  と最大反復回数  $k_{max}$  を与え、 $k = 0$  と置く。

**Step1** [初期設定] 各粒子の初期の  $x_i^0, i = 1, \dots, m$  と  $v_i^0, i = 1, \dots, m$  をランダムに与える。 $pbest^0, gbest^0$  は以下のように与える。

$$pbest^0 = x_i^0, i = 1, \dots, m$$

$$gbest^0 = pbest_{ibest}^0$$

ここで  $ibest$  は  $f(pbest_i^0)$  が最小となる  $i$  である。

**Step2** [位置ベクトルと移動ベクトルの更新] 更新式に従って、 $x_i^k$  と  $v_i^k$  を更新する。

**Step3** [ $gbest$  と  $pbest$  の更新]

$I = [i | f(x_i^{k+1}) < f(pbest_i^k)]$  とする。

$$pbest_i^{k+1} = x_i^{k+1} (i \in I)$$

$$pbest_i^{k+1} = pbest_i^k (i \notin I)$$

$$gbest^{k+1} = pbest_{ibest}^{k+1}$$

**Step4** [終了判定]  $k = k_{max}$  ならば、最良解を  $gbest^{k+1}$ 、最良評価値を  $f(gbest^{k+1})$  として終了。そうでなければ  $k = k + 1$  として Step2 へ戻る。

ただし、 $x_i^k, v_i^k$  は反復回数  $k$ , 粒子番号  $i$  における位置ベクトルと移動ベクトルを表す。

また、更新式は

$$v_i^{k+1} = w \cdot v_i^k + c_1 \cdot rand_1() \cdot (pbest_i^k - x_i^k) + c_2 \cdot rand_2() \cdot (gbest_i^k - x_i^k)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1}$$

で与えられる。ただし、 $rand()$  は 0 から 1 までの一様乱数である。また評価関数  $f(x_i^k)$  は

$$f(x_i^k) = a_{iae} \cdot \int_0^\infty |e(t)| dt + a_{mo} \cdot (y_{max} - y_\infty) + a_{st} \cdot T_s$$

で与えられる。ただし、 $\int_0^\infty |e(t)| dt$  は誤差面積、 $(y_{max} - y_\infty)$  はオーバーシュート量、 $T_s$  は整定時間を表し、 $a_{iae}, a_{mo}, a_{st}$  はそれぞれの項の重みである。

## 3 フレキシブルアームのモデリング

アームの根元から先端までの歪角を  $\alpha$ , アームの根元角を  $\theta$  とする。

通常フレキシブルアームは無限次元のモデルとなるが、これを有限次元のモデルで近似する方法が取られている[2]。

単純化したモデルはモータと繋がっている hub と load バネで連結されており、モータによりトルクを加えることによってモータ hub が  $\theta$  回転し、バネを介して load がさらに  $\alpha$  回転するモデルである。このモデルに対してラングランジュの運動方程式を用いて状態方程式

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$u = Cx$$

を得る。

## 4 システムの安定性判別を用いたアルゴリズム

状態フィードバックによる制御システムに対して、状態フィードバックゲイン  $K$  を PSO の位置ベクトルの要素とし、 $x_i = (k_1, k_2, k_3, k_4, k_5)^t \in R^5$  と表す。本研究では、状態フィードバックゲイン  $K$  を PSO によって探索する。

状態フィードバックゲイン  $K$  に対して、この制御システムが安定であるかどうかは  $A_e + B_e K$  の固有値の実部を調べればよい。ここで、 $A_e, B_e$  はこの制御システムにおける  $A, B$  の拡大系である。

パラメータ探索において、安定でない領域を探索することは好ましくない。従って、上記の固有値判別を用いて不安定な領域の探索を回避する次のアルゴリズムを導入する。

#### 4.1 改良アルゴリズム

STEP2の後に*i*番目の粒子に対して安定性判別を行い、安定でないなら $f(x_i^{k+1}) = \infty$ とし、*i*番目の粒子の応答を評価せず、 $i = i + 1$ として試行を続ける。

### 5 状態フィードバックゲイン探索によるシミュレーションおよび実験

図2に探索した状態フィードバックゲインのうち最良解のシミュレーションと実験結果を示す。今回は制御対象であるフレキシブルアームのアームの先端を45度移動させることを目的とし、シミュレーションを行った。実験はシミュレーション、破線は実験結果である。

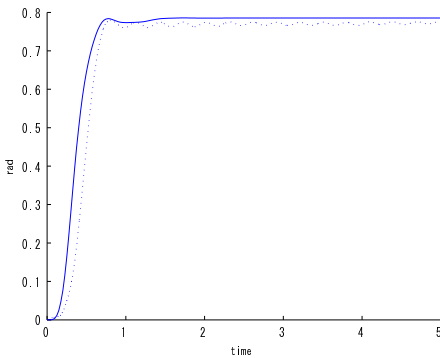


図1 シミュレーションと実験結果

### 6 考察

図1から実機での実験ではリミットサイクルに陥っているのがわかる。振動的な解を排除するために、状態フィードバックゲインを直接探索するのではなく、安定な領域の極を探索することでこれを回避する。

### 7 極の探索

振動的な解を排除するために、極領域において実部の境界  $b1$  と  $b2$ 、及び  $|実部| > |虚部|$  の条件で囲まれる台形部分を PSO で探索する。ここで位置ベクトルと移動ベクトルの更新式のあとに領域内での探索を実現するため、以下の反射アルゴリズムを導入する。図2に反射アルゴリズムの概略図を示す。

**Step1** 境界を外れた変数の有無をまず判別し、境界を外れた変数があれば反射のアルゴリズムに入る。 $x_{i,j}^{k+1}$  について、*j* が奇数の変数が境界を外れていたら Step2a へ、*j* が偶数の変数が境界を外れていたら Step2b へ進む。

**Step2a** boundary1 の境界を越えた変数は以下の式にしたがって変数を更新する。

$$x_{i,j}^{k+1} = \begin{cases} b1 - (|b1| + x_{i,j}^{k+1}), & \text{if } x_{i,j} > 0 \\ b1 - |b1 - x_{i,j}^{k+1}|, & \text{if } else \end{cases}$$

$$v_{i,j}^{k+1} = -v_{i,j}^{k+1}$$

boundary2 の境界を越えた変数は以下の式にしたがって変数を更新する。

$$x_{i,j}^{k+1} = b2 + |b2 - x_{i,j}^{k+1}|$$

$$v_{i,j}^{k+1} = -v_{i,j}^{k+1}$$

**Step2b** 以下の式にしたがって変数を更新する。

$$x_{i,j}^{k+1} = |x_{i,j-1}^{k+1}| - \|x_{i,j}^{k+1}\| - |x_{i,j-1}^{k+1}|$$

$$v_{i,j}^{k+1} = -v_{i,j}^{k+1}$$

**Step3** 反射を行い領域内に  $x_{i,j}^{k+1}$  が移動したら終了。そうでなかったら Step1 にもどる。

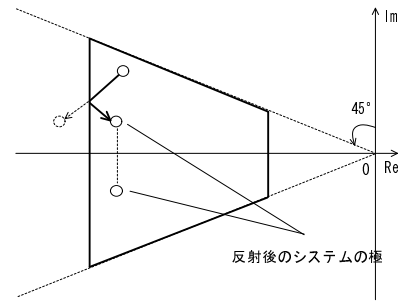


図2 反射アルゴリズムの概要

### 8 実験およびシミュレーション

図3に極領域探索の実験結果と状態フィードバックゲイン探索の実験結果の比較を示す。ただし、実線は極領域探索の実験結果であり、破線は状態フィードバックゲイン探索の実験結果である。図4からわかるように、振動的な解を排除し良い応答に到達することが出来た。

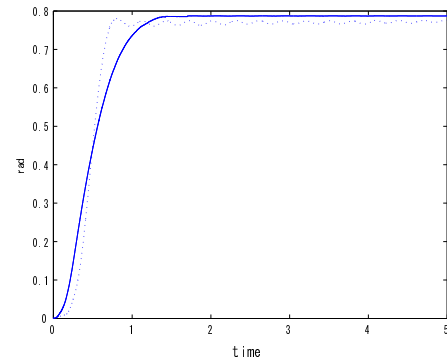


図3 極領域探索の実験結果と状態フィードバックゲイン探索の実験結果

### 9 参考文献

- [1] 安藤貴彦・高見勲: 「制御知識を取り入れた Particle Swarm Optimization による PID 制御系設計」. 高速信号処理応用技術学会誌, 第11巻第2号 (2008)
- [2] 吉川恒夫, 細田耕: 「仮想的な剛体リンクと受動関節を用いたフレキシブルアームのモデリング」. 計測自動制御学会論文集, 27-12, 1389/1395 (1991)