

真理値表とうそつきのパズル

2007MI019 藤井翔也

指導教員：佐々木克巳

1 はじめに

本研究の目的は、レイモンド・スマリヤン [3] の論理パズルに対して、真理値表を活用した解を与えることである。

スマリヤン著作の論理パズルの本は、他にも複数存在する。松宮 [1] は、そのうちのスマリヤン [2] の一部のパズルに対して真理値表を活用した解を与えている。本研究では、[3] の第 4 部「4. 写真の秘密」で取り上げられている 9 つの論理パズルについて、真理値表を用いた解を与えた。その際、[3] で与えている解も並記した。

本稿では、9 つの論理パズルのうち 7 番目と 9 番目のパズルに対して、真理値表を用いた解を与える。

2 論理パズル

まず、[3] から、9 つの論理パズルの前提条件を引用する。

ここに 4 人の兄弟がいる。アーサー、バーナード、チャールズ、デイビッドである。4 人は四つ子の兄弟で見かけは区別がない。アーサーは正確な真実を言う人；バーナードは不正確な真実を言う人（自分の信じることはすべて誤っているが、いつも信じていることを正直に述べる。）；チャールズは正確な嘘をつく人（信じているものはすべて正しいが、それらのすべてについて嘘をつく。）；デイビッドは不正確な嘘をつく人（誤っていて、不正直；誤った情報を与えようとするが、それはできない）。もちろん、分かっていることはアーサーとデイビッドの 2 人はどんな質問にも正しい答えを出す、バーナードとチャールズの 2 人はどんな質問にも間違った答えを出すということである。

以下では解答を簡潔に示すために、

- ・アーサー（正確な真実を言う人）を A
- ・バーナード（不正確な真実を言う人）を B
- ・チャールズ（正確な嘘を言う人）を C
- ・デイビッド（不正確な嘘を言う人）を D

と適宜置き換える。

また、表 1 に、上の前提条件をまとめた結果を示しておく。すなわち、表 1 は、文 P に対し、2 つの文

- ・「P であるか」(P?) にイエスと答える
- ・P を信じる

の真理値を A, B, C, D ごとに示した結果を示している。ただし、 v_1, v_2, v_3, v_4 は真理値で、真理値 v に対して

$$v = \begin{cases} f & (v = t \text{ のとき}) \\ t & (v = f \text{ のとき}) \end{cases}$$

である。

表 1:前提条件

	A	B	C	D
P	v_1	v_2	v_3	v_4
P?にイエス	v_1	$\neg v_2$	$\neg v_3$	v_4
P を信じる	v_1	$\neg v_2$	v_3	$\neg v_4$

2.1 7 番目のパズル

君が兄弟たちの 1 人に 2 足す 2 は 4 であるかと尋ねると、彼はノーと答えるとする。次に君が 2 足す 2 は 4 であると思うかと尋ねると、彼はイエスと答えるとする。彼は 4 人兄弟のうちのどれか。

真理値表を用いた解法

次の文

(I) 2 足す 2 は 4 である。

を考える。[3] の解答より「思う」と「信じる」は同じと解釈する。A, B, C, D にとっての、(I) の真理値「(I?) にイエスと答える」の真理値「(I) と思う」の真理値「(I) とするか」にイエスと答える」の真理値は表 1 より表 2 のようになる。

表 2:(I), 「(I?) にイエスと答える」「(I) と思う」, 「(I) とするか」にイエスと答える」の真理値

	A	B	C	D
(I)	t	t	t	t
(I?) にイエス	t	f	f	t
(I) と思う	t	f	t	f
「(I) とするか」にイエス	t	t	f	f

表 2 の「(I?) にイエス」の行より、ノーと答えるのは、バーナードとチャールズである。表 2 の「(I) とするか」にイエス」の行より、イエスと答えるのはアーサーとバーナードである。

以上より、バーナードであることがわかる。

2.2 9 番目のパズル

彼ら 4 人兄弟の自宅を訪問すると、居間にある彼らのうちの 1 人の写真に気づくだろう。もし彼らのそれぞれにそれは自分の写真かどうかを尋ねると、彼らのうちの 3 人はノーと答え、1 人がイエスと答えるだろう。もし、各人にそれが自分の写真であると信じているかどうか尋ねると、またも 3 人はノーと答え、1 人がイエスと答えるだろう。それは誰の写真か。

真理値表を用いた解法

誰の写真かによって場合分けする。

- (1) その写真がアーサーである場合
最初の質問

(I?) 自分の写真であるか。
を考える。A, B, C, D にこの質問をしたときの

(I) 自分の写真である
の真理値と、「(I?) にイエスと答える」の真理値は表 1 より表 3 になる。

表 3: (I), 「(I?) にイエスと答える」の真理値

	A	B	C	D
(I)	t	f	f	f
(I?) にイエス	t	t	t	f

題意より, (I?) にイエスと答えるのは, 1 人だけである。これは, 表 3 の「(I?) にイエス」の行に t が 3 つ現れることに矛盾する。よって, この場合は起こらない。

(2) その写真がバーナードである場合

同様に

(I?) 自分の写真であるか。
を考える。A, B, C, D にこの質問をしたときの「(I) 自分の写真である」の真理値と、「(I?) にイエスと答える」の真理値は表 1 より表 4 になる。

表 4: (I), 「(I?) にイエスと答える」の真理値

	A	B	C	D
(I)	f	t	f	f
(I?) にイエス	f	f	t	f

題意より, (I?) にイエスと答えるのは, 1 人だけである。表 4 の「(I?) にイエス」の行に t は 1 つだけ現れるので, 題意に矛盾しない。

(3) その写真がチャールズである場合

同様に

(I?) 自分の写真であるか。
を考える。A, B, C, D にこの質問をしたときの「(I) 自分の写真である」の真理値と、「(I?) にイエスと答える」の真理値は表 1 より表 5 になる。

表 5: (I), 「(I?) にイエスと答える」の真理値

	A	B	C	D
(I)	f	f	t	f
(I?) にイエス	f	t	f	f

題意より, (I?) にイエスと答えるのは, 1 人だけである。表 5 の「(I?) にイエス」の行に t は 1 つだけ現れるので, 題意に矛盾しない。

(4) その写真がデイビッドである場合

同様に

(I?) 自分の写真であるか。
を考える。A, B, C, D にこの質問をしたときの「(I) 自分の写真である」の真理値と、「(I?) にイエスと答える」の真理値は表 1 より表 6 になる。

表 6: (I), 「(I?) にイエスと答える」の真理値

	A	B	C	D
(I)	f	f	f	t
(I?) にイエス	f	t	t	t

題意より, (I?) にイエスと答えるのは, 1 人だけである。これは, 表 6 の「(I?) にイエス」の行に t が 3 つ現れることに矛盾する。よって, この場合は起こらない。

表 3, 4, 5, 6 より, 最初の質問に対して 3 人がノー, 1

人がイエスと答えるのはその写真がバーナードかチャールズのときであることがわかる。この 2 つの場合についてさらに以下の 2 つの場合についても考える。

(5) その写真がバーナードである場合

次の文

(I) 自分の写真である。
を考える。A, B, C, D にとっての (I) の真理値「(I) を信じる」の真理値、「(I) を信じる」にイエスと答える」の真理値は表 1 より表 7 になる。

表 7: (I), 「(I) を信じる」, 「(I) を信じるかにイエスと答える」の真理値

	A	B	C	D
(I)	f	t	f	f
(I) を信じる	f	f	f	t
「(I) を信じるか」にイエス	f	t	t	t

(6) その写真がチャールズである場合

同様に

(I) 自分の写真である。
を考える。A, B, C, D にとっての (I) の真理値「(I) を信じる」の真理値、「(I) を信じる」にイエスと答える」の真理値は表 1 より表 8 になる。

表 8: (I), 「(I) を信じる」, 「(I) を信じるかにイエスと答える」の真理値

	A	B	C	D
(I)	f	f	t	f
(I) を信じる	f	t	t	t
「(I) を信じるか」にイエス	f	f	f	t

表 7, 8 より写真は 3 人がノーと答えるのは, その写真がチャールズのときであることがわかる。

3 おわりに

本研究により, 第 部「4. 写真の秘密」の 9 つのパズルを, すべて真理値表を用いて解くことができた。スマリヤン [3] に記載されている真理値表を使わない解き方でも解けるが, 真理値表を加えて解くことにより解が見やすくなり, 簡潔に解けることがわかった。

スマリヤン著作の論理パズルの本は, 他にも複数存在するので, 他の問題にも取り組んでいきたい。

参考文献

- [1] 松宮加奈子, 論理パズルと真理値表, 南山大学数理情報学部情報システム数理学科 2010 年度卒業論文, 2010.
- [2] レイモンド・スマリヤン (阿部剛久, 黒沢俊雄, 福島修身, 山口裕 訳):『数学パズル 美女が野獣か?』. 森北出版株式会社, 東京, 1996.
- [3] レイモンド・スマリヤン (阿部剛久, 黒沢俊雄, 福島修身, 山口裕 訳):『数学パズル ものまね鳥をまねる -愉快なパズルと結合子論理の夢の鳥物語-』. 森北出版株式会社, 東京, 1998.