

# PD 制御による 2 次元ボールバランサの位置決め制御 極配置法による制御系設計

2007MI233 竹本徹  
指導教員：高見勲

## 1 はじめに

PID 制御は、現在、実用されている制御方法の中で最も使用されている。改良型などを含めていくと、9 割を超える利用率を誇っている。その中でも極配置法は、自分で極の位置を配置できるため、安定した制御を実現しやすい。そこで本研究では PID 制御を適用し、極配置法を用いて実験装置のボールの位置決め制御の性能を確認する [1]。

## 2 制御対象

2 次元ボールバランサは多入力多出力系である。そして、多入力多出力系は干渉があるとされている。しかし、この 2 次元ボールバランサに存在する干渉は微小であり、 $x$  軸方向、 $y$  軸方向に分解することで無視できるものとなる。これにより 1 入力 1 出力系が複数あるという解釈をすることができる。したがって、それぞれに対して別々のコントローラを設計し制御をおこなえばよいことになる。

## 3 モデリング

制御対象である 2 次元ボールバランサは  $x$  軸方向、 $y$  軸方向ともに同様の操作で動かすことができる。そのため制御内容が同じである、したがって  $x$  軸方向の伝達関数を導出し、ボールの位置制御をすることを考える。

本研究で制御対象として扱う 2 次元ボールバランサの  $x$  軸方向の構成図を図 1 に示す。

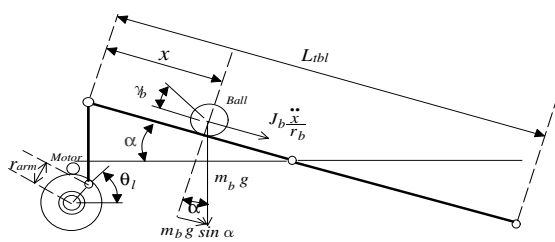


図 1 構成図

モータ電流  $I_{m,x}$  からサーボ角度  $\theta_{l,x}$  までの伝達関数を  $P_s(s)$ 、サーボ角度  $\theta_{l,x}$  からボールの位置  $X$  までの伝達関数を  $P_{bb}(s)$  とする [2]。

この構成図を図 2 に示す。

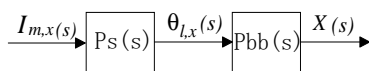


図 2 開ループ系

$$P_s(s) = \frac{\theta_l(s)}{I_m(s)} = \frac{K}{s^2} \quad (1)$$

$$P_{bb}(s) = \frac{X(s)}{\theta_l(s)} = \frac{K_{bb}}{s^2} \quad (2)$$

$$K_{bb} = \frac{2m_b g r_{arm} r_b^2}{L_{tbl}(m_b r_b^2 + J_b)} \quad (3)$$

ここで、 $m_b$ [kg] ボールの質量、 $g$ [m/s<sup>2</sup>] 重力定数、 $r_{arm}$ [m] ギアの半径、 $r_b$ [m] ボールの半径、 $L_{tbl}$ [m] 板の長さ、 $J_b$ [kgm<sup>2</sup>] 等価慣性モーメントである。

## 4 PD 制御のコントローラ設計

開ループ系の伝達関数にコントローラを加えた閉ループ系のブロック線図を図 3 に示す。フィードバックをそれぞれの伝達関数の部分に含ませる。これをカスケード制御という。

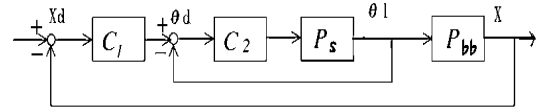


図 3 閉ループ制御系

今回は、I 制御を含まず、PD 制御を行う。I 制御を含まないのは、伝達関数である  $P_s$ 、 $P_{bb}$  とともに分母が  $s^2$  のみの項のため、伝達関数自体が積分制御の役割を果たしていることになる。そのため、コントローラにあえて積分項を与えて定常偏差を無くさなくてもよいのである。二つのコントローラを以下の形とする。

$$C_1(s) = K_{p1} + K_{d1}s \quad (4)$$

$$C_2(s) = K_{p2} + K_{d2}s \quad (5)$$

これを含む閉ループ系の特性方程式は下式となる。

$$1 + C_2 P_2 + C_1 C_2 P_s P_{bb} = 0$$

$$s^4 + s^3 K_{bb} K K_{d2} + s^2 K (K_{p2} + K_{bb} K_{d1} K_{d2}) + s K K_{bb} (K_{p1} K_{d2} + K_{p2} K_{d1}) + K K_{bb} K_{p1} K_{p2} = 0 \quad (6)$$

### 4.1 極配置法による制御系設計

極の位置を指定して、ゲインを決定する。

今、極を  $p_1, p_2, p_3, p_4$  とすると以下となる。

$$0 = (s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)$$

$$= s^4 + (-p_1 - p_2 - p_3 - p_4)s^3$$

$$+ (p_1 p_2 + p_2 p_3 + p_3 p_4 + p_4 p_1 + p_1 p_3 + p_2 p_4)s^2$$

$$+ (-p_1 p_2 p_3 - p_2 p_3 p_4 - p_1 p_3 p_4 - p_1 p_2 p_4)s + (p_1 p_2 p_3 p_4) \quad (7)$$

以上より、式 (6)、式 (7) で係数比較をし、ゲインを得る。極配置をした時の 3 種類のゲインを表 1 に示す。

表 1 シミュレーションでのゲイン

極	$K_{p1}$	$K_{p2}$	$K_{d1}$	$K_{d2}$
(-1,-1,-1,-10)	1.267	0.216	0.643	0.208
(-2,-2,-2,-2)	0.429	0.050	0.429	0.050
(-1,-2,-3,-4)	0.069	0.506	0.062	0.514

## 5 シミュレーション結果

今回は、ボールの位置を  $x$  軸方向に 10cm 動かすシミュレーションをする。この時の実験結果を図 4 とする。

極の位置が  $(-1, -1, -1, -10)$  の時は大幅にオーバーシュートして、目標値に収束するまでに 20 秒近くの時間がかかる。 $(-2, -2, -2, -2)$  の時は、少しオーバーシュートして目標値に収束している。 $(-1, -2, -3, -4)$  は目標値に収束している。

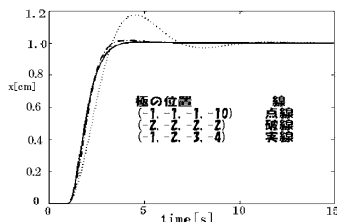


図 4 PD 制御系のシミュレーション

## 6 実験結果

シミュレーションで使用したのものでは実験機に適用するとゲインが小さすぎて電流が微量にしか流れず動かなかった。そこで極配置を変えて以下のゲインを得た。

$K_{p1} \approx 3.13, K_{p2} \approx 5.99, K_{d1} \approx 3.06, K_{d2} \approx 0.66$

極は  $p_1 = -0.1, p_2 = -10, p_3 = -20, p_4 = -75$  である。

このゲインを使って  $x$  軸,  $y$  軸方向それぞれ原点から 7cm 動かした実験結果が以下である。

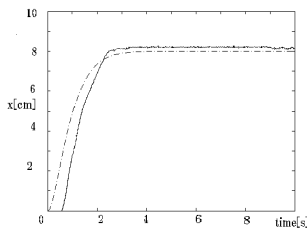


図 5  $x$  軸の実験結果

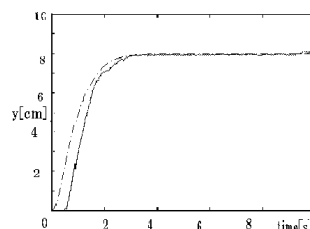


図 6  $y$  軸の実験結果

この極の位置ではオーバーシュートなくシミュレーションとの誤差も少なく目標値に収束している。したがって、これを基準に  $p_1, p_4$  を操作して結果への影響を考察する。

極の位置を変えた時のゲインを表 2 とする。 $p_1$  を原点に近づけるとオーバーシュートが大きくなり目標値に達するまでに 15 秒近くの時間がかかった。遠ざけると外部ループの比例制御のゲインが大きくなったことにより、目標値との少しの誤差にもより大きな電流が流れるようになったため、目標値への追従が困難になったと思われる。 $p_4$  を原点に近づけると極の位置を原点に近くしたことにより、減衰性が低くなり短時間では目標値に追従しなくなった。遠ざけるともとの  $p_4 = -75$  の実験の時より、大きな電流がかかり、シミュレーションとの誤差はあるが目標値への追従はできた。

表 2 実験でのゲイン

極	$K_{p1}$	$K_{p2}$	$K_{d1}$	$K_{d2}$
$p_1 = -0.05$	6.87	7.52	1.34	0.50
$p_1 = -0.12$	6.88	3.18	3.21	0.50
$p_4 = -20$	3.60	2.53	1.71	0.31
$p_4 = -90$	2.76	7.59	3.29	0.81

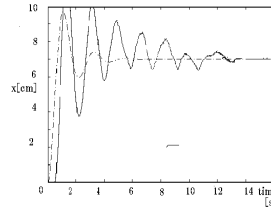


図 7  $p_1 = -0.05$  の  $x$  軸

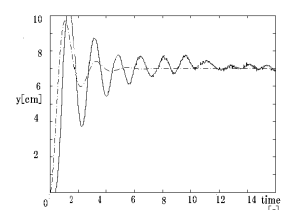


図 8  $p_1 = -0.05$  の  $y$  軸

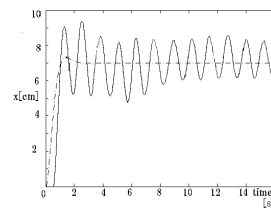


図 9  $p_1 = -0.12$  の  $x$  軸

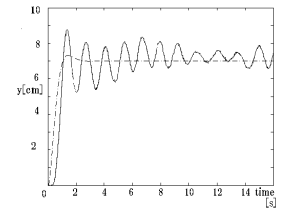


図 10  $p_1 = -0.12$  の  $y$  軸

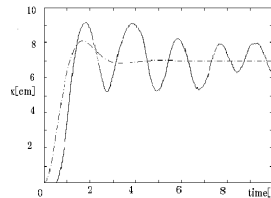


図 11  $p_4 = -20$  の  $x$  軸

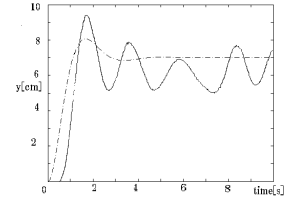


図 12  $p_4 = -20$  の  $y$  軸

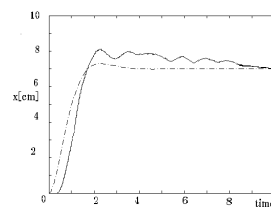


図 13  $p_4 = -90$  の  $x$  軸

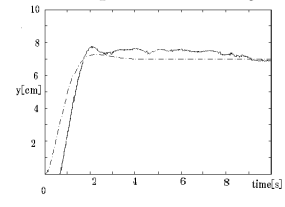


図 14  $p_4 = -90$  の  $y$  軸

それぞれの実験結果を以上の図 7~14 とする。

## 7 おわりに

本研究で得られた成果を以下に示す。

- PD 制御での位置決め制御ができることをシミュレーション上で確認することができた。
- 実験することにより、極の位置をずらしてどのような影響が出るかを考察した。
- 安定した実験結果を得られる極の配置を見つけることができた。

## 参考文献

- [1] 須田信英：PID 制御．朝倉書店，東京，1992.
- [2] RotaryExperiment:SRV02Modeling-Q3-InstructorManual .