

ボールネジ位置決め制御系における H_∞ 制御理論を用いた非線形摩擦補償

2007MI225 鈴木博文

指導教員：高見勲

1 はじめに

加工機械，工作機械などに代表されるメカトロニクス機器では，生産効率向上を目的とした位置決め制御系の高速高精度化が進んでいる．しかし，駆動機構を構成する直動案内，ボールねじのナット，ボールねじ支持軸受などには様々な非線形な摩擦が存在する．これらの摩擦は回転体や被駆動体が運動する際に，制御系に対する外乱となつて運動を阻害している．本研究は H_∞ 制御において，ボールスクリーシステムにおいて，ロバスト性を保証し，非線形な摩擦を補償する事を目的とする．非線形摩擦を同定し，モデリングを行う．また，ボールスクリーシステムにおいて極配置法を用いることでどのような結果が得られるか判断する．

2 制御対象

2.1 モデリング

本研究は，現在工作機械で最も多く採用される位置決めのための機構であるボールねじ駆動機構を用いたボールスクリーシステムを制御対象として用いる．

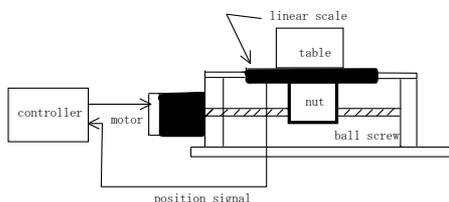


図1 ボールスクリーシステム

ボールスクリーシステムを図1に示す．このシステムはモーターとカップリングで繋がれたスクリーが回転をすることでナット部分にあるボールが転がり，回転運動を直動運動に変換し，テーブルの位置を動かすものである．

モータ角を $\theta(t)$ とし，テーブルの変位を $x(t)$ とすると，モータに関する運動方程式は，

$$J\ddot{\theta}(t) = K_t i(t) - RK(R\theta(t) - x(t)) \quad (1)$$

であり，テーブルに関する運動方程式は，

$$M\ddot{x}(t) = K(R\theta(t) - x(t)) - F - C\dot{x}(t) \quad (2)$$

となる．本研究では，簡易モデルを提案する．テーブルの運動が小さいのに対して，モータの運動が速いことから，簡易モデルではモータの回転運動の遅れを考えないことにする．ここで， K_t をモータのトルク定数 [Nm/A]， i は電流 [A]， J は回転系全慣性モーメント [Nms²]， K は直線形ばね定数 [N/m]， C は直線系の粘性係数 [Ns/m]，

M はテーブルの質量 [kg]， R はボールねじ定数 [m/rad]， F は摩擦による外乱 [N] とする．

3 非線形摩擦

3.1 非線形摩擦のモデル

摩擦トルクと速度の関係は非線形である．摩擦は，テーブルが静止しているときに静止摩擦力が働き，入力が増大して最大静止摩擦力を超えた後にテーブルが動き出し，動摩擦に切り替わる．本研究では，テーブルシステムに対して起こる摩擦を図2に示す．

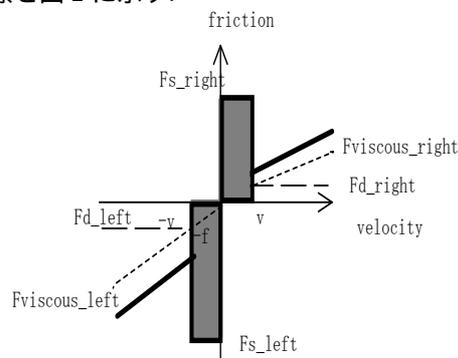


図2 摩擦モデル

今回作成したモデルは，*Karnopp* のモデルを参考にした [1]．このモデルでは，速度が微小となる領域 $[-v, +v]$ を静摩擦領域とし，この領域ではトルクが摩擦力とつりあうとしている．グラフ図2の横軸 *velocity* はテーブルの速度，縦軸 *friction* は摩擦である．右側方向を正としてある． u は制御入力，*velocity* はテーブルの速度， f_s を最大静止摩擦， f_d をクーロン摩擦， f_v を粘性摩擦係数， $sgn()$ を符号関数とすると摩擦は次のようになる．

$$F = F_{static} + F_{dynamic} + F_{viscous} \quad (3)$$

ここで， F_{static} は最大静止摩擦であり下記で与えられる．

$$F_{static} = \begin{cases} -\min(|u|, F_{sleft}) & : \text{velocity} \geq -v \\ 0 & : |\text{velocity}| > v \\ \min(|u|, F_{sright}) & : \text{velocity} \leq v \end{cases} \quad (4)$$

また， $F_{dynamic}$ はクーロン摩擦であり，下式で与えられる．

$$F_{dynamic} = \begin{cases} -F_{dleft} & : \text{velocity} < -v \\ 0 & : |\text{velocity}| \leq v \\ F_{dright} & : \text{velocity} > v \end{cases} \quad (5)$$

$F_{viscous}$ は粘性摩擦であり，下式で与えられる．

$$F_{viscous} = \begin{cases} -F_{vleft} \cdot \text{velocity} & : \text{velocity} < -v \\ 0 & : |\text{velocity}| \leq v \\ F_{vright} \cdot \text{velocity} & : \text{velocity} > v \end{cases} \quad (6)$$

摩擦を同定した結果，ボールスクリーウの左右のテーブル移動の摩擦力は異なることが分かった．摩擦を同定した結果は表 1 のようになった．

表 1 摩擦パラメータ

記号	詳細	パラメータ値
$F_{s\text{right}}$	右側方向の最大静止摩擦	180[N]
$F_{d\text{right}}$	右側方向のクーロン摩擦	60[N]
$F_{v\text{left}}$	右側方向の粘性摩擦係数	3700[Ns/m]
$F_{s\text{left}}$	左側方向の最大静止摩擦	250[N]
$F_{d\text{left}}$	左側方向のクーロン摩擦	150[N]
$F_{v\text{right}}$	左側方向の粘性摩擦係数	5000[Ns/m]

4 制御系設計

4.1 H_∞ 制御による制御系設計

ボールスクリーウのテーブルの重さを $500g$ のときの状態をノミナルプラント P_n とする．テーブルの重さを $501g \sim 1000g$ と考えたものを摂動プラント ($P_{501} \sim P_{1000}$) とする．

P_n と P_{501} の乗法的な不確かさから， P_n と P_{1000} の乗法的な不確かさまで， $\Delta_m(s)$ を求め，ロバスト性を保証するために， $\bar{\sigma}[\Delta_m(j\omega)] < |W_t(j\omega)|$ となる相補感度関数に対する重み W_t を導出する [2]．目標値に追従するための偏差の積分に対する重みを W_e ，制御入力を制限するための重みを W_u とする [2]．これらの重みを用いて，また摩擦を外乱として考慮した一般化制御対象を作る．それぞれの重みを次のようにした．

$$W_t = \frac{3s+1}{s+1000} \quad W_u = 0.02 \quad W_e = 1$$

これらの 3 つの重みを使いフィードバックゲイン K を求めると，

$$K = [-6.32 \times 10^5 \quad -73.1 \quad -6.85 \quad 7.67 \times 10^5] \quad (7)$$

となった．また，この時の極を確認すると次のようになった．

$$\text{システムの極：} \begin{bmatrix} -21704 \\ -7626 \\ -1 \\ -1000 \end{bmatrix} \quad (8)$$

この時の極では支配している極が原点に近いのでシステムの応答が遅く制御性能が良くなかった．そこで極配置を用いて極 x を指定し，ハイゲインにならないようにシステムの応答を早くする．

極 (8) を基準にして $\alpha < x < \beta$ という極の実部範囲を規定して極配置を行う．ここでの α はハイゲインフィードバックを防止してくれる役割を示しており， β は最低限のスピードを保証してくれるような役割を果たしている．

その結果，システムの極が $x < -2.6$ の範囲内に存在するように指定すると応答が良くなった，その時のゲインと極は次のようになった．

$$K = [-5.31 \times 10^5 \quad -106 \quad -3.00 \quad 1.38 \times 10^6] \quad (9)$$

$$\text{極配置した時の極：} \begin{bmatrix} -33954 \\ -4087 \\ -3 \\ -1000 \end{bmatrix} \quad (10)$$

5 シミュレーション実験

本研究では目標値 $10[\mu\text{m}]$ への位置決め制御を行う．図 3 と図 4 は極を指定しない時のシミュレーションと実験結果である．ほぼシミュレーションと同等の成果を得ることができた，また図 6 を見ると，重さを変えても同様の制御を行うことができ，ロバスト性を保証することができた．また，実験ではフィルタを付けることによってスムーズな波形を読み取ることができた．図 5 ではフィルタを付けて極指定なしとありを比べている．極配置法を用いて極を指定することにより，速応性を上げることに成功した．

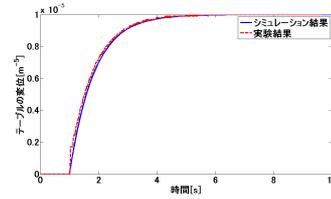


図 3 重さを $500g$ にした時の実験結果

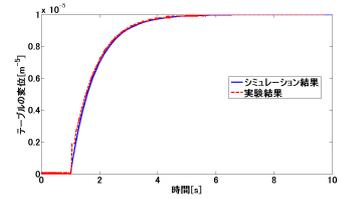


図 4 重さを $1000g$ にした時の実験結果

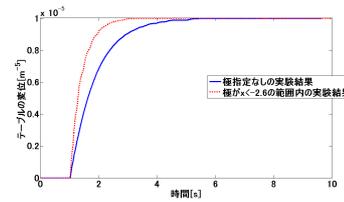


図 5 極が $x < -2.6$ の範囲内の実験結果 (重さ $500g$)

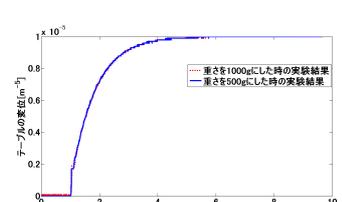


図 6 重さを変えた時の比較

6 おわりに

本研究の成果としてボールスクリーウシステムにおいて，従来のモデルから簡易モデルにモデリングをしたことで，制御設計を簡単にする事ができた．そして，摩擦を同定を行い， H_∞ 制御によって非線形な摩擦を補償する事ができた．また，速応性をあげるため，ボールスクリーウシステムにおいて極配置法を用いた．

今後の課題として，1 秒以内の速応性を目指し，現実で問題となっているスティックスリップ現象を起こし，制御することがあげられる．また，転がり摩擦を含めるなど摩擦をさらに詳しく同定することであると考える．

参考文献

- [1] 松原厚：精密位置決め・送り系設計のための制御工学，森北出版，東京，2008.
- [2] 石田将一．変動パラメータを含むシステムに対する H_∞ 制御と最適レギュレータの比較検討，南山大学数理工学部数理科学科卒業論文，2008.