

H_∞ 制御による位置決め性能の向上

2007MI223 杉山雄紀

指導教員：高見勲

1 はじめに

一般的に，工作機械の位置決め・送り系の制御には以下の制御性能を満たす必要がある．

1. 目標値に定常偏差なく追従する．
2. オーバershootが発生しない．
3. 負荷が変動しても制御系が安定する．
4. 目標値に収束する時間が早い．

本研究では制御系設計の際に，重みを用いることでプラントの速応性を改善した．そして，ボールスクリュウのテーブルの質量を負荷とみなし，負荷を変動させることでロバスト安定性を確認した．結果， H_∞ 制御を用いて1~4の制御性能を満たす制御系設計を行い，実験で検証した．

2 制御対象

本研究ではボールスクリュウシステムを制御対象として用いる．制御対象はモータの回転によってボールスクリュウ軸が回転し，テーブルの下にあるナット部で回転運動が直線運動へ変換され，テーブルの位置を動かす．またエンコーダによってテーブルの位置をマイクロメートル単位で検出する．

3 モデリング

モータ角を $\theta(t)$ [rad]，テーブルの変位を $x(t)$ [m] として運動方程式を解く．モータの運動方程式は，

$$J\ddot{\theta}(t) = K_t i(t) - RK(R\theta(t) - x(t)) \quad (1)$$

であり，テーブルの運動方程式は

$$M\ddot{x}(t) = K(R\theta(t) - x(t)) - C\dot{x}(t) - F \quad (2)$$

となる．

ここで， K_t はモータのトルク定数 [N・m/A]， $i(t)$ は電流 [A]， J は回転系全慣性モーメント [N・ms²]， K は直線系ばね定数 [N/m]， C は直線系の粘性係数 [N・s/m]， M はテーブルの質量 [kg]， R はボールねじ定数 [m/rad]， F はテーブル周りの摩擦 [N] である．

式 (1)，(2) をラプラス変換した後，ブロック線図を書くと図1のようになる．

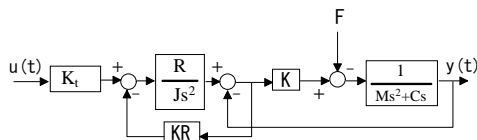


図1 ブロック線図

また，今回はテーブルの運動に比べ，モータの運動が速いことからモータの回転運動の遅れを無視する．すなわち $J\ddot{\theta}(t) = 0$ とすると．

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) = \frac{K_t}{RK} i(t) \quad (3)$$

を導出することができる．よって状態量を $x_p(t)^T = [x(t) \quad \dot{x}(t)]$ ，入力を $u(t) = i(t)$ とすると，

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{C}{M} \end{bmatrix} x_p(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{RM} \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_p(t) \end{aligned} \quad (4)$$

となる．式 (4) を簡略化したモデル，式 (1)，(2) をプラントモデルとする．図2より，10[rad/sec] 付近までボード線図がほぼ一致していることが分かる．また，開ループゲインが0[dB] となるときに交差周波数 [1] が 10^{-1} [rad/sec] で一致していることから簡略化したモデルとプラントモデルの速応性は等しいことが分かる．よって本研究では，簡略化したモデルを用いて制御系設計を行い，プラントモデルを用いてシミュレーションを行う．

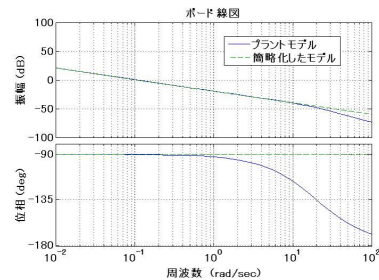


図2 ボード線図

4 制御系設計

本研究では，簡略化したモデルをノミナルプラントとする．摂動プラントには，プラントモデルとテーブルの質量を1.5倍にしたプラントをそれぞれ用いる．そしてプラントモデルとの乗法的不確かさは $\Delta_{m1}(s)$ ，テーブルの質量を1.5倍にしたプラントとの乗法的不確かさは $\Delta_{m2}(s)$ とする．そして，ロバスト安定化を実現するために乗法的不確かさ $\Delta_{m1}(s)$ ， $\Delta_{m2}(s)$ を覆うように相補感度関数に対する重み $W_t(s)$ を決定する． $W_t(s)$ は

$$W_t(s) = \frac{20s + 1}{10s + 500} \quad (5)$$

とした．

また，偏差の積分に対する重み W_e と入力に対する重み W_u ，状態に対する重み W_x はそれぞれ，

$$W_e = 1, \quad W_u = 0.02, \quad W_x = \begin{bmatrix} 7.1 & 0 \\ 0 & 0.9 \end{bmatrix} \quad (6)$$

とした． $\Delta_{m1}(s)$, $\Delta_{m2}(s)$, $W_t(s)$ を図 3 に示す．

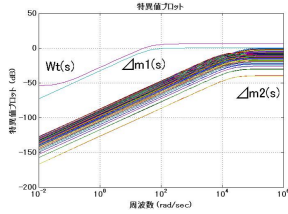


図 3 $\Delta_{m1}(s)$, $\Delta_{m2}(s)$, $W_t(s)$

4.1 一般化制御対象の設定

次に一般化制御対象のブロック線図を図 4 に示す．ここで， $P(s)$ はプラント， $w(t)$ は目標値入力， $K_f =$

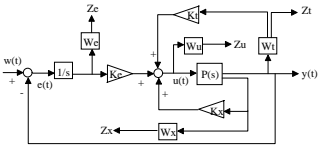


図 4 一般化制御対象のブロック線図

$[K_x \ K_t \ K_e]$ は状態フィードバックゲイン， $z_u(t)$, $z_x(t)$, $z_e(t)$, $z_t(t)$ はそれぞれ入力，状態，目標値追従，ロバスト安定化に対する評価出力である．図 4 より，目標入力 $w(t)$ から評価出力 $z(t)$ までの H_∞ ノルムを最小にするような状態フィードバックゲイン K_f を設計する． K_f は式 (7) となる．

$$K_f = [-2755 \quad 15 \quad 7 \quad 9565] \quad (7)$$

5 シミュレーションと実験

目標値を $100[\mu\text{m}]$ とする．シミュレーション結果を図 5 に示す．なお， W_x をチューニングする際には $W_t(s)$, W_e , W_u は同じ値を用いる．

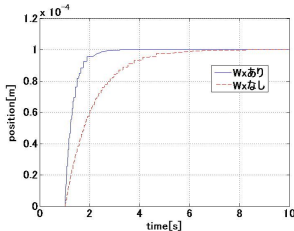


図 5 シミュレーション (W_x の比較)

図 5 より， W_x を適切にチューニングすることで速応性が向上することが分かる．その理由を検証するため，閉ループ系の極 (8) と (9) を比べる．すると W_x をチューニングすることで，システムの振る舞いに最も支配的な極である代表極が -1 から -3 へ変化したことが分かる．

よって， W_x を適切にチューニングすることで設計の自由度が増すことから，速応性が改善したと考えられる．

$$p_1 = -1 \quad p_2 = -500 \quad p_3 = -1606 \quad p_4 = -25941 \quad (8)$$

$$\bar{p}_1 = -4 \quad \bar{p}_2 = -35 \quad \bar{p}_3 = -50 \quad \bar{p}_4 = -18469 \quad (9)$$

よって本研究では W_x を適切にチューニングして設計を行う．

また図 5 よりシミュレーションの際に非線形摩擦を考慮した場合，その影響でスティックスリップ現象が発生していることが分かる．次に実験結果を図 6 に示す．

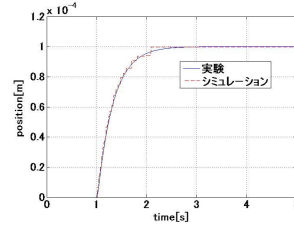


図 6 実験とシミュレーション

図 6 より，定常偏差，オーバーシュートなく目標値に追従していることが分かる．また今回の実験では非線形摩擦の影響によるスティックスリップ現象が発生しなかったといえる．

次にテーブルの質量を 1.5 倍にした時のシミュレーション結果と実験結果を図 7 に示す．また，実験機の入力信号を図 8 に示す．図 8 より，入力信号が異なっていることから負荷の変動は制御系に影響を与えていることが分かる．しかし，安定して目標値に収束していることからロバスト安定性が確認できる．また，このときの閉ループ系の極は全て負の実数であり (10) となる．

$$\hat{p}_1 = -4 \quad \hat{p}_2 = -47 \quad \hat{p}_3 = -50 \quad \hat{p}_4 = -7655 \quad (10)$$

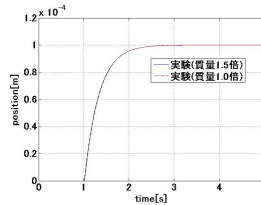


図 7 実験 (質量 1.5 倍)

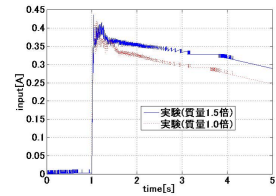


図 8 入力信号

6 おわりに

本研究の成果を以下に示す．

- ボールスクリーシステムの状態空間表現を導出した．
- 非線形摩擦モデルを設計し，シミュレーションを行った．
- H_∞ 制御を用いてボールスクリーの位置決め制御を行った．
- 質量変化に対するロバスト安定性を確認した．
- W_x を用いてプラントの速応性を向上した．

また今後の課題として，目標値 $100[\mu\text{m}]$ では実験機に非線形摩擦の影響が起こらなかったため，目標値の値を小さくすることでその影響を確認したい．

参考文献

- [1] 伊藤正美：『自動制御』：丸善株式会社，東京，1981.