

最適レギュレータを用いた2自由度ボールバランスの位置決め制御

2007MI170 西脇 雅弥

指導教員: 高見 勲

1 はじめに

本研究の目的は、2自由度ボールバランス (以下、2DBB) を利用し、2通りの制御実験を通して、最適レギュレータ理論の有用性を確かめることである。実験機に2DBBを採用した理由は、カメラで検出したボールの位置情報を利用して制御を実現するビジュアルフィードバックシステムを備え、計算機の高性能化に伴って画像処理技術への期待が増している近年、時代に即した実験機だと考えたためである。なお、2DBBはサーボ系であるため、積分型追従制御法 [1] にて制御系を設計する。

2 制御対象

2DBBは、直交するように配置した同一の2つのモータシステムをそれぞれ独立に駆動させて、その上に乗せた正方形のプレートを前後左右に傾けることによって、ボールを所望の位置に移動させることができる実験機である。

ロードギアの仰角を $\theta_{l,x}$ [rad]、ボールの重心座標を x [m]、プレートの辺の長さを L_p [m]、そしてレバーアームとロードギアのオフセットを r_{arm} [m] として2DBBの概略図を図1に示す。

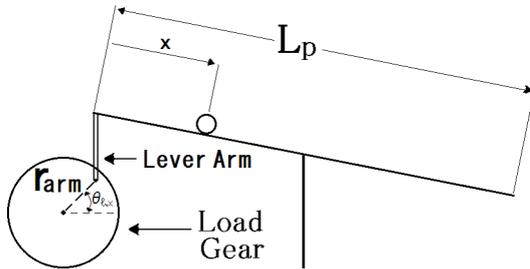


図1 2DBBの概略モデル (x 軸方向)

3 モデリング

状態量を $z_x(t) = [x(t) \dot{x}(t) \theta_{l,x}(t) \dot{\theta}_{l,x}(t)]^T$ 、制御量を $y_x(t) = x(t)$ 、そして操作量をモータ電圧 $u_x(t) = V_{m,x}(t)$ とすると、システムの状態空間表現は次のようになる。 y 軸に関するシステムの状態空間表現も、係数行列 (2), (3) を用いて同様に書き表せる [2]。

$$\begin{cases} \dot{z}_x(t) = A z_x(t) + B u_x(t) \\ y_x(t) = C z_x(t) \end{cases} \quad (1)$$

ただし、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6r_{arm}g}{5L_p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_{eq}}{J_{eq}} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{A_m}{R_m J_{eq}} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (3)$$

であり、 $R_m[\Omega]$ はモータ抵抗、 $g[\text{m/s}^2]$ は重力加速度、 $A_m[\text{N} \cdot \text{m/A}]$ はアクチュエータゲイン、 $B_{eq}[\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}]$ は等価粘性減衰係数、 $J_{eq}[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$ は総合慣性モーメントを表す。

4 制御系設計

状態量に誤差項 $e(t)$ を加えた

$$w_x(t) = [z_x(t)^T \ e(t)]^T \quad (4)$$

と表される拡大系に対して最適レギュレータを適用する。拡大系 (4) は可制御であり、最適レギュレータの適用条件を満足する。微分器のみで求めたボール速度 \dot{x} の波形は図2のようになる。制御性能を確保するには、ボール速度にかかるフィードバックゲインをある程度大きくとる必要があることから、本研究では時定数 $T = (2\pi f_c)^{-1}$ としたローパスフィルタ (以下、LPF) を通して (図3) 振幅を抑え、過大な入力印加されないようにした。なお、 $f_c[\text{Hz}]$ はカットオフ周波数を表す。

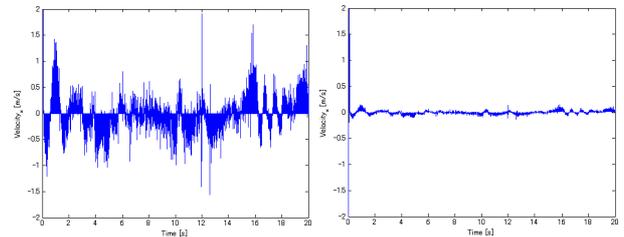


図2 微分器のみで求めた速度
図3 LPFを併用し求めた速度 ($f_c = 13.2[\text{Hz}]$)

図4は、 \dot{x} のパワースペクトル密度を表す。周波数は約66[Hz]であるから、実験におけるカットオフ周波数は、 $f_c = 66/5 = 13.2[\text{Hz}]$ とする。

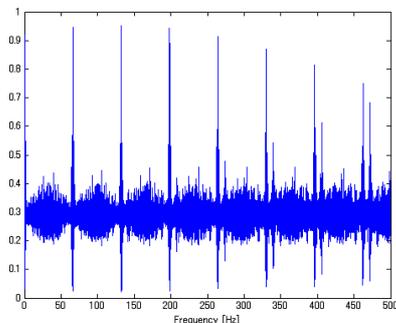


図4 \dot{x} のパワースペクトル密度

5 シミュレーションと実験

ボールを指定した位置に移動させて停止させる実験 1 と、プレート上で図形を描くようにボールを移動させる実験 2 を行う。実験、シミュレーションともに、ボールをプレートの中心に置いてから開始する。

なお、実験開始後約 0.07 秒間、カメラはボール位置を観測できず、この間はモータに電流が流れないので、実験開始直後の過大入力は無視できる。

5.1 実験 1

重みを

$$R = 1, \quad Q = \text{diag}\{1, 10, 0, 0, 100\} \quad (5)$$

とする。このときの状態フィードバックゲインは

$$K_e = [-11.913 \quad -7.046 \quad -2.074 \quad -0.199 \quad 10.000] \quad (6)$$

である。また、LPF を用いないときと用いたときの支配極はそれぞれ

$$p_{d_{dif}} = -1.2716 \pm j1.2505 \quad (7)$$

$$p_{d_{ipf}} = -1.2426 \pm j1.1606 \quad (8)$$

である。よって、LPF を用いても、制御系の安定性にあまり影響がないことがわかる。目標値 $x_d = 0.05[\text{m}]$, $y_d = -0.05[\text{m}]$ なるステップ入力に対する実験を行った。出力波形を図 5、図 6 に示す。

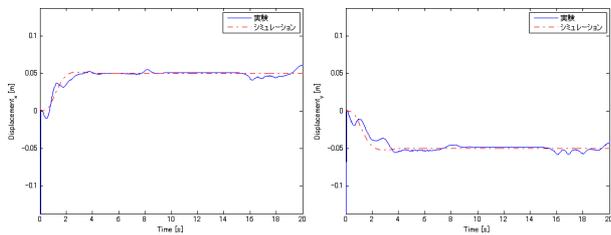


図 5 実験とシミュレーションの比較 (x 軸) 図 6 実験とシミュレーションの比較 (y 軸)

立ち上がり時間についてはあまり差異が認められないが、シミュレーションが偏差なしで追従しているのに対し、実験は振動的な波形である。

5.2 実験 2

重みを

$$R = 1, \quad Q = \text{diag}\{1, 10, 0, 0, 40\} \quad (9)$$

とする。このときの状態フィードバックゲインは

$$K_e = [-8.873 \quad -6.146 \quad -1.919 \quad -0.189 \quad 6.325] \quad (10)$$

となる。実験 1 と同様に、LPF を用いないときと用いたときの支配極を示す。

$$p_{d_{dif}} = -1.0138 \pm j0.9884 \quad (11)$$

$$p_{d_{ipf}} = -0.9952 \pm j0.9443 \quad (12)$$

ボールの位置と時刻 t の関係を (x, y, t) で表したとき、 $(0, 0, 0) \rightarrow (0, 0.05, 2.5) \rightarrow (-0.05, 0.1, 7.5) \rightarrow (-0.1, 0.05, 12.5) \rightarrow (-0.05, 0, 17.5) \rightarrow (0, 0, 20)$ なる目標値に対するランブ応答は図 7、図 8 のようになる。

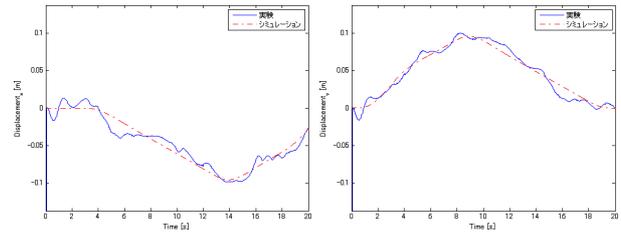


図 7 実験とシミュレーションの比較 (x 軸) 図 8 実験とシミュレーションの比較 (y 軸)

追従性能は悪くないが、実験 1 と同様に振動的な応答である。実験、シミュレーション間における差異の原因のひとつは、モデリングにおいて、プレートとボールの間の coulomb 摩擦やギヤのバックラッシュ、2つのモータシステムの干渉を考慮していないことなどであると考えられる。また、プレートを真上から見たときのボールの軌跡を図 9、および図 10 に示す。図で示されている範囲がプレート全体を表す。

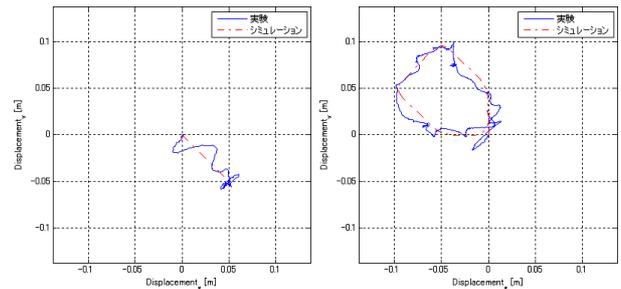


図 9 ボール軌跡 (実験 1) 図 10 ボール軌跡 (実験 2)

6 おわりに

本研究の成果は、プレートの慣性モーメントを考慮したモデルを構築し、ボールの位置を制御する実験を通して、最適レギュレータ理論の有用性を示すことができたことである。

また、今後の課題としては、ボールが 2 つ以上ある場合について考察することなどが挙げられる。この場合は劣駆動系となるが、それぞれのボールの特性を互いに異なるものにすれば、可制御になると考えられる。

参考文献

- [1] 川田昌克, 西岡勝博: “MATLAB/Simulink によるわかりやすい制御工学”, 井上和夫監修, 森北出版, 東京 (2001).
- [2] Xingzhe Fan, Naiyao Zhang and Shujie Teng: “Trajectory planning and tracking of ball and plate system using hierarchical fuzzy control scheme”, FUZZY sets and systems: Vol. 144, No. 2, pp.297-312 (2004).