カラオケ店における収益管理

2007MI161 中野浩平　2007MI182 大平悠二
指導教員：澤木勝茂

1　はじめに

今日のカラオケ業界は，不景気の影響やカラオケ人気の衰退ばかりでなく，飲酒による交通事故の多発を受けて飲酒運転への批判が高まるなど，厳しい経営環境の下にある．このような環境の下で車での来店が減ったことによる売り上げの減少による経営難に直面している．カラオケ施設については，施設数は 1996 年の 14810 軒をピークに今日まで少しずつ減少している．(文献 [1] を参照)

本論文ではカラオケ店 1 店分の収益期待値を最大にする方法を考察する．カラオケ店では部屋によって受け入れ人数が変わり，利用する客はグループによって人数が違うことで売り上げが変わる．今回のモデルでは受け入れ限度数を 5 人，10 人として，来店客の人数を 3 人,7 人とする．また 10 人ルームでの 3 人利用客が少ないほど利益を上げることができるため，大きな部屋での少人数グループの利用を減らすことがカラオケ店における重要な意思決定上の問題である．

1.1　記号の説明

モデルで使う記号を以下のように定義する．
・C：カラオケ 1 店における総ルーム数
・α：総ルーム数に対する 5 人ルームの割合
・$1-\alpha$ ：総ルーム数に対する 10 人ルームの割合
・P_1, P_2：1 組あたり 3 人と 7 人とした 1 ルームの料金 ($P_1 < P_2$)
・X_1^1：5 人ルームに対して 3 人の需要
・X_2^1：5 人ルームに対して 7 人の需要
・X_1^2：10 人ルームに対して 3 人の需要
・X_2^2：10 人ルームに対して 7 人の需要
・L：10 人ルームに対して 3 人の受け入れ限度数
・$ER(L)$：ルーム受け入れ限度数が L の時のカラオケ 1 店分の期待収益
・L_1：5 人ルームの 3 人に対する受け入れ限度数
・L_2：10 人ルームの 3 人に対する受け入れ限度数
・$ER(L_1, L_2)$：ルーム受け入れ限度数が L_1, L_2 の時のカラオケ 1 店分の期待収益
記号を用いて，図に表すと以下のようになる．

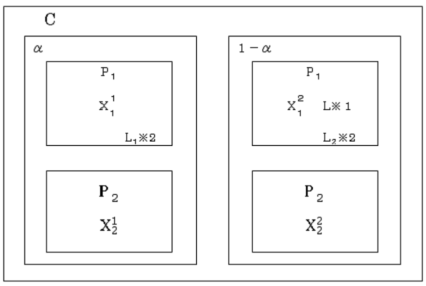

図 1：※ 1 モデル 1 の場合
※ 2 モデル 2 の場合

$X_i^i(i = 1, 2)$ については，それぞれのルームに対して 5 人以下の平均である 3 人客と，5 人を超えた場合の平均である 7 人客が来店するものとする．

1.2　仮定

モデルを以下のように仮定する．
・利用時間はフリータイムとし，客の入れ替わりはないものとする．
・カラオケ店には 5 人ルームと 10 人ルームがある．
・来店する客グループの人数は 3 人と 7 人とする．
・来店組が 7 人の場合でも定員 5 人ルームに入ることはできる．また 3 人の場合でも定員 10 人ルームに入ることができる．
・10 人ルームは 5 人ルームよりも部屋数が少ないため，売り上げを上げるために 3 人を受け入れる限度数は少ない．そのためここでは L の状態であると考える．
・それぞれの需要は独立である．

2　モデル 1

2.1　モデル 1 の説明

10 人ルームは 5 人ルームよりも部屋数が少なく，部屋単位の売り上げが高い．そのため 10 人ルームでの 3 人利用客を減らすことが売り上げの向上につながる．よって，10 人ルームの 3 人利用客の受け入れ限度数は少なくなる．そのため 3 人利用客の需要を決定変数とし，十分に多いといった仮定でモデルを考える．また，期待収益を最大にするために 5 人ルームには 7 人利用客を優先して通すとする．

2.2　モデル 1 の定式化

1 店における期待収益を 10 人，5 人ルームに分けて考える．それぞれのルームに対して，3 人,7 人料金クラスの受け入れ限度数，需要数に対した，客に配分されたルーム数の関係は以下の場合がある．(以下，文献 [2]，[3] を参照する)

・10 人ルームの期待収益

1. $X_2^2 \leq (1-\alpha)C - L, X_1^2 = L$
   $ER(L) = EP_2(X_2^2) + EP_1(L)$
2. $X_2^2 > (1-\alpha)C - L, X_1^2 = L$
   $ER(L) = EP_2(1-\alpha)C - L + EP_1(L)$

上式の 2 パターンを合わせると，
$ER(L) = P_2E[X_2^2 \wedge (1-\alpha)C - L] + P_1L$
ただし，$X \wedge Y = min(X, Y)$ とする．

・5 人ルームの期待収益

1. $X_2^1 \leq \alpha C, X_1^1 \leq \alpha C - X_2^1$
   $ER(L) = EP_2[X_2^1] + EP_1[X_1^1]$
2. $X_2^1 \leq \alpha C, X_1^1 > \alpha C - X_2^1$
   $ER(L) = EP_2[X_2^1] + EP_1[\alpha C - X_2^1]$

3. $X_2^1 > \alpha C, X_1^1 \leq \alpha C - X_2^1$
   $ER(L) = EP_2[\alpha C]$
4. $X_2^1 > \alpha C, X_1^1 > \alpha C - X_2^1$
   $ER(L) = EP_2[\alpha C]$

上式の 4 パターンを合わせると，
$ER(L) = EP_2[X_2^1 \wedge \alpha C] + EP_1[X_1^1 \wedge \alpha C - X_2^1]$

・5 人，10 人ルームの期待収益を合わせる

$$ER(L) = P_2 E[X_2^2 \wedge (1-\alpha)C - L] + P_1 L + P_2[X_2^1 \wedge \alpha C] + P_1 E[X_1^1 \wedge (\alpha C - X_2^1)] \quad (1)$$

となり，(1) 式を書き換え整理すると，

$$\begin{aligned} ER(L) = P_2\{&\int_0^{(1-\alpha)C-L} x_2^2 dF_2(x_2^2) \\ &+ ((1-\alpha)C - L)\overline{F_2}((1-\alpha)C - L)\} + P_1 L \\ &+ P_2 \int_0^{\alpha C} \{x_2^1 dF_2(x_2^1) + \alpha C \overline{F_2}(\alpha C)\} \\ &+ P_1 \int_0^{\alpha C} \{\int_0^{\alpha C - x_2^1} x_1^1 dF_1(x_1^1) \\ &+ (\alpha C - x_2^1)\overline{F_1}(\alpha C - x_2^1)\} dF_2(x_2^1) \end{aligned} \quad (2)$$

ただし，$\overline{F_i} = 1 - F_i$ とする．

そして，(2) 式を L に関して両辺を微分してまとめると，

$$\frac{d}{dL}ER(L) = -P_2\overline{F_2}((1-\alpha)C - L) + P_1 \quad (3)$$

となり，さらにもう一度 L に関して両辺を微分すると，

$$\frac{d^2}{dL^2}ER(L) = -P_2 f_2((1-\alpha)C - L) \quad (4)$$

となる．(4) 式より $\frac{d^2ER(L)}{dL^2} < 0$ が成立する．そのため，10 人ルームの 3 人利用客の受け入れ限度数 L は $\frac{dER(L)}{dL} = 0$ を満たす時に L^* となる．
また $\frac{dER(L)}{dL} = 0$ で求めた L^* は $L^* < C$ を満たしていなければならない．

2.3 一様分布を導入した場合

(2) 式に一様分布を導入し，どのようなグラフになるのか，またそのとき L^* はどのように変化するのかを，以下で分析していく．
分布関数の定義は下記に従うものとする．

$$\begin{aligned} &\cdot F_1(x_1^1) = \frac{x_1^1 - a_1}{b_1 - a_1} \qquad a_1 < x_1^1 < b_1 \\ &\cdot F_2(x_2^1) = \frac{x_2^1 - a_2}{b_2 - a_2} \qquad a_2 < x_2^1 < b_2 \\ &\cdot F_2(x_2^2) = \frac{x_2^2 - a_3}{b_3 - a_3} \qquad a_3 < x_2^2 < b_3 \end{aligned} \quad (5)$$

F_i：確率変数 X_i に関する分布関数 (文献 [4] を参照)
(5) 式を (2) 式に代入し整理すると，

$$\begin{aligned} ER(L) = P_2\{&\frac{((1-\alpha)C - L)^2}{2(b_3 - a_3)} \\ &+ ((1-\alpha)C - L)\overline{F_2}((1-\alpha)C - L)\} + P_1 L \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ P_2\{\frac{(\alpha C)^2}{2(b_2 - a_2)} + (\alpha C)\overline{F_2}(\alpha C)\} \\ &+ P_1\{\frac{(\alpha C - x_2^1)^2}{2(b_1 - a_1)} + (\alpha C - x_2^1)\overline{F_1}(\alpha C - x_2^1)\} \end{aligned} \quad (6)$$

となる．(6) 式を微分すると，

$$\begin{aligned} \frac{d}{dL}ER(L) = P_2\{&\frac{-(1-\alpha)C + L}{b_3 - a_3} \\ &- \overline{F_2}((1-\alpha)C - L) \\ &+ ((1-\alpha)C - L) f_2((1-\alpha)C - L)\} + P_1 \end{aligned} \quad (7)$$

となる．

2.4 パラメータを用いた数値計算

(6) 式，(7) 式に実際にパラメータに数値を代入することにより，L^* を求めていく．以下に求めるパラメータの数値,L^* を求めるプロセスについて示す．最適な受け入れ限度数を求め分析する．

パラメータの数値について

- 1 店あたりの総ルーム数は 50 部屋とする．
- 料金については，大手カラオケ店が実際に定めている，1 人あたりのフリータイム料金を用いるものとし，1 人当たりの料金を 1400 円とする．
- α の値は 0.8 とする．

パラメータの数値例

1. $P_1 = 4200$, $P_2 = 9800$, $a_1 = a_2 = a_3 = 1$, $b_1 = 10$, $b_2 = 40$, $b_3 = 10$, $X_2^1 = 30$
2. $P_1 = 4200$, $P_2 = 9800$, $a_1 = a_2 = a_3 = 1$, $b_1 = 30$, $b_2 = 40$, $b_3 = 10$, $X_2^1 = 10$
3. $P_1 = 4200$, $P_2 = 9000$, $a_1 = a_2 = a_3 = 1$, $b_1 = 10$, $b_2 = 40$, $b_3 = 10$, $X_2^1 = 30$
4. $P_1 = 4200$, $P_2 = 9000$, $a_1 = a_2 = a_3 = 1$, $b_1 = 30$, $b_2 = 40$, $b_3 = 10$, $X_2^1 = 10$

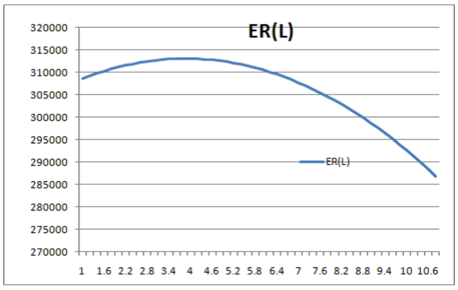

図.2: 一番最大値を示した数値例 2

数値例 1 より L^*は 3.86，期待収益は $231,659$ 円となる．
数値例 2 より L^*は 3.86，期待収益は $313,082$ 円となる．
数値例 3 より L^*は 4.2，期待収益は $211,526$ 円となる．
数値例 4 より L^*は 4.2，期待収益は $292,949$ 円となる．

数値例 1, 2 より，1 人料金を 1400 円としたとき, 5 人ルームの 7 人利用客が減るほど期待収益が下がることが分かる．そのときの最適受け入れ人数は変わらない．

数値例 3, 4 より，1 人料金を 1400 円として 7 人以上で入室の場合に割引をし 9000 円としたとき, L^*の受け入れ限度数は増えるが期待収益は全体的に減る．

この結果から L^*に大きな差はないとわかる．

3　モデル 2

3.1　モデル 2 の説明

モデル 1 では，5 人ルームに 7 人客を優先して通すというモデルであった．だが，実際の店では客を選んで通すということはできない．そのため，モデル 2 では 10 人ルームの 3 人客に加えて，5 人ルームの 3 人客にも受け入れ限度数 (決定変数) を定めて考えていく．

3.2　モデル 2 の定式化

5 人，10 人ルームどちらにも受け入れ限度数を定めた状態でモデル 1 と同様に考える．計算はモデル 1 と同様に行う．

・5 人，10 人ルームの期待収益をあわせる

$$\begin{aligned}ER(L_1, L_2) &= P_2E[X_2^2 \wedge (1-\alpha)C - L_2] + P_1L_2 \\ &\quad + P_2E[X_2^1 \wedge \alpha C - (X_1^1 \wedge L_1)] + P_1E[X_1^1 \wedge L_1]\end{aligned} \tag{8}$$

となり，書き換え整理すると,

$$\begin{aligned}ER(L_1, L_2) &= P_2\{\int_0^{((1-\alpha)C-L_2)} x_2^1 dF_2(x_2^2) \\ &\quad + ((1-\alpha)C - L_2)\overline{F_2}((1-\alpha)C - L_2)\} \\ &\quad + P_1L_2 \\ &\quad + P_2\{\int_0^{L_1} x_2^1 dF_2(x_2^1) + L_1F_2(L_1)\} \\ &\quad + P_1\int_0^{L_1}\{\int_0^{\alpha C - x_2^1} x_1^1 dF_1(x_1^1) \\ &\quad + (\alpha C - x_2^1)\overline{F_1}(\alpha C - x_2^1)\}dF_2(x_2^1) \\ &\quad + P_1\overline{F_2}(L_1)\{\int_0^{\alpha C - L_1} x_1^1 dF_1(x_1^1) \\ &\quad + (\alpha C - L_1)\overline{F_1}(\alpha C - L_1)\}\end{aligned} \tag{9}$$

(9) 式をそれぞれ L_2, L_1 に関して両辺を微分してまとめると,

$$\frac{\partial}{\partial L_2}ER(L_1, L_2) = -P_2\overline{F_2}((1-\alpha)C - L_2) + P_1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial}{\partial L_1}ER(L_1, L_2) = -P_2\overline{F_1}(L_1)\overline{F_2}(\alpha - L_1) + \overline{F_1}(L_1) \tag{11}$$

となり，もう一度それぞれ L_2, L_1 に関して微分すると,

$$\frac{\partial^2}{\partial L_2^2}ER(L_1, L_2) = -P_2f_2((1-\alpha)C - L_2) \tag{12}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial L_1^2}ER(L_1, L_2) &= P_2\{f_1(L_1)\overline{F_2}(\alpha C - L_1) \\ &\quad - \overline{F_1}(L_1)f_2(\alpha C - L_1)\} \\ &\quad - P_1f_1(L_1)\end{aligned} \tag{13}$$

となる．また，最適な受け入れ限度数を求めるには,

$$\frac{\partial^2 ER(L_1, L_2)}{\partial L_1 \partial L_2} - \frac{\partial^2 ER(L_1, L_2)}{\partial L_1 \partial L_1} \cdot \frac{\partial^2 ER(L_1, L_2)}{\partial L_2 \partial L_2} < 0 \tag{14}$$

を満たしていなければならない．(12) 式より，$\frac{\partial^2 ER(L_1, L_2)}{\partial L_2^2} < 0$ は成り立つ．そして，$\frac{\partial^2 ER(L_1, L_2)}{\partial L_1^2} < 0$ が実際に数値を代入したときに成り立つとすると，(14) 式を満たすことができる．そのように仮定すると，$\frac{\partial ER(L_1, L_2)}{\partial L_2} = 0$ を満たす L_2^* で最大となる．また，L_1 でも $\frac{\partial ER(L_1, L_2)}{\partial L_1} = 0$ を満たす L_1^* で最大となる．最終的に，最適ルーム受け入れ限度数 L_2^*, L_1^* は

$$\frac{\partial^2 ER(L_1, L_2)}{dL_2^2} < 0, \frac{\partial^2 ER(L_1, L_2)}{dL_1^2} < 0 \tag{15}$$

で，かつ

$$\frac{\partial ER(L_1, L_2)}{dL_2} = 0, \frac{\partial ER(L_1, L_2)}{dL_1} = 0 \tag{16}$$

を同時に満たす値が最適となる．
またそれに加えて，(16) 式によって求めた L_1^*, L_2^* は $L_2^* < (1-\alpha)C$, $L_1^* < \alpha C$ を満たしていなければならない．

3.3　一様分布を導入した場合

モデル 1 と同様に，一様分布を導入する．
(5) 式を (9) 式に代入して，整理すると,

$$\begin{aligned}ER(L_1, L_2) &= P_2\{\frac{((1-\alpha)C - L_2)^2}{2(b_3 - a_3)} \\ &\quad + ((1-\alpha)C - L_2)\overline{F_1}((1-\alpha)C - L_2)\} \\ &\quad + P_1L_2 \\ &\quad + P_2\int_0^{L_1}\{\frac{(\alpha C - x_1^1)^2}{2(b_1 - a_1)(b_2 - a_2)} \\ &\quad + \frac{(\alpha C - x_1^1)\overline{F_2}(\alpha C - x_1^1)}{b_1 - a_1}\}dx_1^1 \\ &\quad + P_2\{\frac{b_1 - L_1}{b_1 - a_1}\{\frac{(\alpha C - L_1)^2}{2(b_2 - a_2)} \\ &\quad + (\alpha C - L_1)\overline{F_1}(\alpha C - L_1)\} \\ &\quad + P_1\{\frac{L_1^2}{2(b_1 - a_1)} + L_1\overline{F_2}(L_1)\}\end{aligned} \tag{17}$$

(17) 式を L_2，L_1 に関してそれぞれ微分すると，

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial L_2}ER(L_1, L_2) = P_2\{&\frac{-(1-\alpha)C+L_2}{b_3-a_3}\\ &-\overline{F_2}((1-\alpha)C-L_2)\\ &+((1-\alpha)C-L_2)f_2((1-\alpha)C-L_2)\\ &+P_1\}\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial L_1}ER(L_1, L_2) = \frac{1}{(b_1-a_1)(b_2-a_2)}\{&P_2L_1^2\\ &+\{(-\alpha C-b_1+b_2)P_2+(a_2-b_2)P_1\}L_1\\ &+(-b_1b_2+\alpha Cb_1)P_2+(b_1b_2-b_1a_2)P_1\}\end{aligned} \tag{19}$$

となり，もう一度それぞれ微分すると，

$$\frac{\partial^2}{\partial L_2^2}ER(L_1, L_2) = -\frac{1}{b_3-a_3} < 0 \tag{20}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial L_1^2}ER(L_1, L_2) = \frac{1}{(b_1-a_1)(b_2-a_2)}\{&2P_2L_1\\ &+(-\alpha C-b_1+b_2)P_2+(a_2-b_2)P_1\}\end{aligned} \tag{21}$$

となる．

3.4 パラメータを用いた数値計算

(17) 式，(18) 式，(19) 式にモデル 1 と同じように，実際にパラメータに数値を代入することにより最適な L_2, L_1 を求めていく．用いるパラメータの数値はモデル 1 で使用した数値例 1 と数値例 2 を使用する．そして，最適な受け入れ限度数を求め分析する．

数値例 1 より $L_1 = 10, L_2 = 4$ となる場合が最適な組み合わせであり，期待収益が最大となる．収益は $304,575$ 円となる．

数値例 2 より $L_1 = 17, L_2 = 4$ となる場合が最適な組み合わせであり，期待収益が最大となる．収益は $300,053$ 円となる．

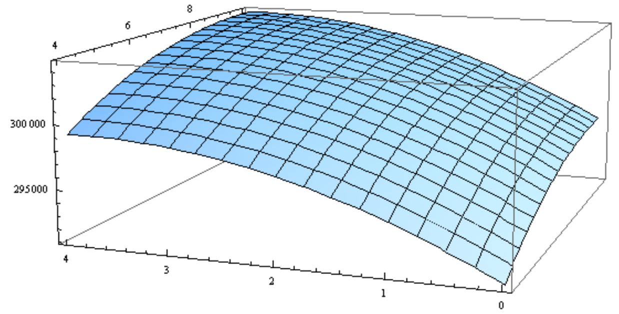

図 3: 最大値を示した数値例 1

数値例 1，2 の結果より，5 人ルームの 7 人利用客の需要が変わってもそこまで差があるわけではないということが分かる．また，どちらの結果も最終的には L_1, L_2 の受け入れ人数が増えるほど利益が上がることが分かる．だが，実際の店では部屋数にも限りがあるので今回のように総ルーム数が 50 部屋が限度であると考える．第 3 章のモデル 1 の数値計算と比較すると，モデル 1 の数値例 2 の時よりも若干ではあるが期待収益は少ない．だが，モデル 1 よりも差が少ないということが分かる．また，10 人ルームの 3 人客の受け入れ限度数はモデル 1 とほぼ同じで 4 部屋が妥当であるということが分かる．5 人ルームの 3 人客の受け入れ限度数は，やはり 7 人客の需要によって変わる．

4 全体を通しての考察

本研究をまとめると，10 人ルームの 3 人利用客受け入れ限度数を決定する上で重要なのは，料金の関係について変わってくるということが分かった．グループ割などを行えば受け入れ限度数は増えるが，1 人料金しかない場合では受け入れ限度数は変わらない．5 人ルームの 3 人利用客の受け入れ限度数を決定する上で重要なのは，料金の関係，また 7 人利用客の需要によって大幅に変わる．料金の関係については 10 人ルームと同じである．7 人利用客の需要についてはもともとの部屋数が多いので 10 人ルームと違い重要となる．

5 おわりに

本研究では，カラオケ店のルームを 5 人，10 人ルームの 2 つがあるものとして 5 つの場合を想定して最適な意思決定をおこなった．しかし，本論文も現実に対応する収益管理モデルとしてはまだ不十分なものであり，今後さらに拡張されることが望ましいと思われる．まず本論文では来店客のグループを 3 人と 7 人の 2 つに限定し，ルームの種類を 5 人ルームと 10 人ルームの 2 つに限定したが，実際のカラオケ店では来店客の人数はランダムであり，ルームの種類も 2 種類ではない．なので，より多くの場合を想定して考える必要があると思われる．また，全客がフリータイムで入室するものとして考えたが，実際には，1 時間や 2 時間での利用で入室する場合もあるので，その点も考慮するべきだと思われる．これらのどれも複雑な問題であるが，カラオケ店の収益管理をより現実的に考えるためには，今後の課題として考える必要がある．

6 参考文献

[1] 全国カラオケ事業者協会ホームページ:
http:/www.japan-karaoke.com./05hakusyo/index.html

[2] 沢木勝茂: 航空機の座席管理モデルについて．
南山経営研究, 第 3 巻, 第 1 号,1998 年 4 月．

[3] 小川知之: ホテルの客室在庫管理．
南山大学卒業論文，2007.

[4] 尾崎俊治: 確率モデル入門．朝倉書店,1996.