

宝くじの期待金額と過去の統計

2007MI156 内藤翔太 2007MI235 玉置晃介
指導教員: 尾崎俊治

1 はじめに

今日私たちの生活の中には数多くの種類の宝くじが存在する。年々ジャンボ宝くじの当選金額や、キャリアオーバーによって蓄積される数字選択式宝くじの当選金額が高額化していくことに比例し、宝くじ購入者も非常に多くなっているという現状があるので、宝くじの魅力について探っていきたい。1992年、インターナショナル・ロト・ファンドというオーストラリアの投資グループはアメリカのバージニア州の1口1ドルの数字選択式宝くじですべての組み合わせの約706万口を購入すると、賞金総額2790万ドルを手に入れ、2090万ドルの利益を出せることを見出した。そしてその投資グループは実際に500万ドル余りの宝くじを購入し、約2700万ドルを当て利益を得ることに成功した。このバージニア州の宝くじは1口1ドルに対して期待金額が約4ドルということであったので、儲かるくじと判断される。日本にもバージニア州の宝くじのように儲かるくじがあるのだろうか。これより国内で市場の大きいMINI LOTO, LOTO6, TOTO BIGにおいて1口あたりの期待金額がどのように判断されるのか検討していく[1], [2]。

2 宝くじの歴史

2.1 世界の宝くじ

宝くじは今から2200年以上前、紀元前206年に漢(中国)で最初に始められたと伝えられる。そして、ヨーロッパで本格的に定着したのはルネッサンス期以降のことである。アメリカ合衆国での一番古いギャンブルは宝くじであり、1612年に始められた。どの国でも新しい財源が必要という理由から始められ、早い話が宝くじは形を変えた税金なのである。事実上すべての国で、宝くじは「目的税」のような形で使われてきた[3]。

2.2 日本の宝くじ

前述の世界の国々では、宝くじは「目的税」のような使われ方をしてきたが、この位置づけは日本でも変わらない。昔は宝くじではなく、「富くじ」と呼ばれるものだった。日本の「富くじ」の起源は、約380年前の江戸時代初期である。しかし、「富くじ」は1692年に禁令が出されたが、特例で修復費用調達の一方法としての「富くじ」だけが許可された。これを「御免富」と呼んだ。その後、幕府公認の御免富も1842年の「天保の改革」によって禁止されてしまい、明治時代になってからも、1868年の「太政官布告」によって厳しく禁じられた。天保の禁令以来103年もの長い間、日本では「富くじ」は発売されなかった。

長い空白期間を経て、1945年に政府は「勝札」を発売した。それから、1959年4月までに現在のような「全国自治宝くじ」、「東京都宝くじ」、「関東・中部・東北自治宝く

じ」、「近畿宝くじ」、「西日本宝くじ」という5つのブロックの原型ができ、1970年代から宝くじブームが始まった[4]。

2.3 数字選択式宝くじ

日本の宝くじは、ジャンボ宝くじに代表される普通くじを中心に発展してきたが、多様化する宝くじへのニーズに応えるため数字選択式宝くじの発売が開始された。数字選択式宝くじの特徴は、購入者自らが数字を選択できる点、当選金額が発売額と当選口数によって変動する点、売り切れがなくいつでも好きなだけ買うことができる点、どれも1口200円という点であり、従来の宝くじにはない魅力となっている。また、各等級間での重複当選は認められておらず、すべての等級に当選者がいない場合は、再抽選になる[5]。

3 MINI LOTO

市場の大きさは、毎週約9億円、年間では約450億円となっている。この宝くじは、31個の数字の中から異なる5個を選択するものであり、抽選で当選数字である本数字5個とボーナス数字1個の合計6個の数字が決まる。ボーナス数字とは2等の当選を決定するために使うものである。1等は申込数字が本数字5個すべてに一致したものである。2等は申込数字5個のうち4個が本数字に一致し、さらに申込数字の残り1個がボーナス数字に一致したものである。3等は申込数字5個のうち4個が本数字に一致し、4等は3個が一致したものである。また各等数の当選確率と当選金額の理論値を表1にまとめた。1等の当選金は最高4000万円であり、キャリアオーバー制度が無いためこれを超える賞金は2等に振り分けられる。販売実績額の約45%が配当金となっている。

表1より、理論値は1等から4等までの当選確率と当選金額の理論値を掛けた値の和で表せる。1口のコストは200円なので、1口の理論値は約89.75円となる。

表 1: MINI LOTOの当選確率

等数	当選確率	当選金額の理論値
1等	$\frac{1}{{}^5C_5/{}^{31}C_5}$	約1000万円
2等	$\frac{5}{{}^5C_4/{}^{31}C_5}$	約15万円
3等	$\frac{5 \times 4}{{}^{31}C_4/{}^{31}C_5}$	約1万円
4等	$\frac{5 \times 3}{{}^{31}C_3/{}^{31}C_5}$	約1000円

3.1 実データによる検証

3.1.1 1年間のデータ

理論値と実際の期待値にどのような違いが起きるかを2009年9月1日から2010年8月31日までの実データ(1等~4等までの当選金, 販売実績額, 払戻金額)を用いて検証

する。また、ホームページ上に当選金の配分方法が記載されていなかったため、それについてもデータから導き出す。

3.1.2 考察

この1年間のデータより、理論値を求めたのと同様の方法で計算すると実際の期待値は88.94円となる。理論値は約89.75円だったのでほとんど変化が無いことが分かる。1等の当選本数が多いため、この期間では当選金が最大の4000万円に到達することはなかった。

当選金の各等への配分はどの回数においても近似した値となったので一定の割合で配分されていると思われる。その配分は1等：66.48%，2等：4.78%，3等：8.24%，4等：20.50%となった。これを当選口数で割り、100円未満を切り捨てる。

4 LOTO6

現在の市場の大きさは、毎週約45億円、年間では約2300億円と、MINI LOTOと比較してみても非常に大きなものとなっている。このくじは、43個の数字の中から異なる数字6個を選択するものであり、抽選では本数字6個とボーナス数字1個の合計7個の数字が決まる。1等から5等の等級があり、その性質は1等は申込数字が本数字に6個すべて一致、2等は申込数字5個が本数字に一致し、さらに申込数字の残りの1個がボーナス数字に一致、3等は申込数字6個のうち5個が本数字に一致、4等は4個が一致、5等は3個が一致である。また各等数の当選確率と当選金額の理論値を表2にまとめた。1等の当選金の最高額はキャリーオーバーが無いときは最高2億円であり、キャリーオーバーがあるときは最高4億円となる。

表 2: LOTO6の当選確率

等数	当選確率	当選金額の理論値
1等	$\frac{1}{{}^6C_6/{}_{43}C_6}$	約1億円
2等	$\frac{6}{{}^6C_5/{}_{43}C_6}$	約1500万円
3等	$\frac{6 \times 42}{{}^6C_5/{}_{43}C_6}$	約50万円
4等	$\frac{6 \times 42 \times 41}{{}^6C_4/{}_{43}C_6}$	約9500円
5等	$\frac{6 \times 42 \times 41 \times 40}{{}^6C_3/{}_{43}C_6}$	1000円

販売実績額の45%が配当金となる。当選金はまず5等当選分（口数×1,000円）が割り当てられ、残額を4等以上の各等振り分ける。このため、4等以上の当選金の多寡は5等の当選口数にも影響される。

MINI LOTOと同様の方法で理論値を表すことができ、1口の金額は200円なので、理論値は約89.94円となる。

4.1 キャリーオーバー

LOTO6は宝くじでは初めて、当選金の繰り越しが行われる「キャリーオーバー制」を採用したことが大きな特徴である。キャリーオーバーとは、1等当選者が出なかった場合や当選金が法定限度額を超えた場合、その分の賞金を次回抽選分の1等当選金に持ち越される制度である。

過去には、1等よりも2等の当選口数が少なく、2等の当選金額が1等を上回った事例もある。

4.2 実データによる検証

4.2.1 1年間のデータ

MINI LOTOと同様に、2009年6月4日から2010年5月27日までの実データ（1等～4等までの当選金、販売実績額、キャリーオーバー額、払戻金額）を用いて検証し、配分方法を導き出す。

4.2.2 考察

MINI LOTOと同様に、当選金の各等への配分はどの回数においても近似した値となったので一定の割合で配分されていると思われる。その配分は1等：25.46%（+キャリーオーバー額）、2等：22.91%，3等：27.50%，4等：24.13%となった。これを当選口数で割り、100円未満を切り捨てる。各等の配当率がMINI LOTOの場合と大きく異なるのは、当選確率が大きく異なることが要因であると考えられる。

この1年間のデータより、MINI LOTOの時と同様の方法で、実際の期待値を求めると89.34円となり、理論値と近似した。理論値と実際の期待値をMINI LOTOと比較するとほとんど差が無く、約90円となった。しかし、キャリーオーバーの有無によって回数ごとに期待値は大きく変わることが分かる。

4.3 キャリーオーバーによる期待金額

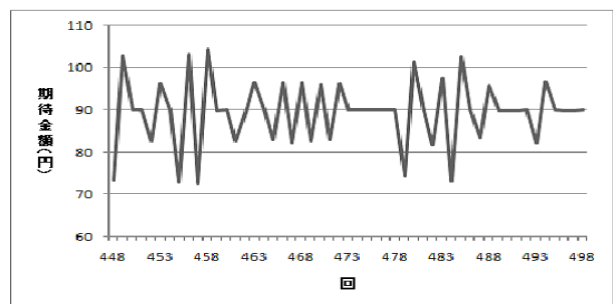


図 1: キャリーオーバーによる期待金額

図1より、キャリーオーバーの有無によって期待金額に大きな差がみられた。キャリーオーバーが無いときの期待金額は85.71円であったのに対し、キャリーオーバーがあるときの期待金額は98.03円となった。キャリーオーバーが無いときよりも大きくなっているが、1口200円よりは低いので儲からないと判断する。

4.4 定式化

以下のように記号を定義する。

n : 売上口数

$p = \frac{1}{{}_{43}C_6}$: 1等の当選確率

$y = 84.6n \times 0.25$: 1等の当選金額

C : キャリーオーバー額

w : 1等最高当選金額

当選者が k 人となる確率がポアソン分布に近似する。キャリアオーバーは1等以外にも適用されるが実際に起きたことは無く、その確率も非常に小さいので起こらないものとする。尚、過去のデータより5等の配分を一定とする。

4.4.1 キャリーオーバーが無いときの期待金額

$$w = 2 \cdot 10^8$$

$$E = \frac{1}{n} \left(\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{y}{w} \rfloor} \frac{e^{-np} \cdot (np)^k}{k!} (k \cdot w) + \sum_{k=\lfloor \frac{y}{w} \rfloor + 1}^n \frac{e^{-np} \cdot (np)^k}{k!} \cdot y \right) + 70.5 \quad (1)$$

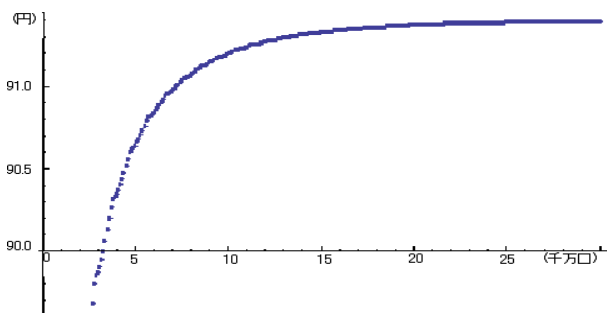


図 2: LOTO6の期待金額

図2より口数が多くなるほど期待金額が高くなっている。期待金額の極限值は $\frac{84.6n \times 0.25}{n} + 70.5$ 円で91.65円である。過去の統計データの平均販売実績額より、キャリアオーバーが無いときの期待金額は約84.11円である。

4.4.2 キャリーオーバーがあるときの期待金額

$$w = 4 \cdot 10^8$$

$$E = \frac{1}{n} \left(\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{y+C}{w} \rfloor} \frac{e^{-np} \cdot (np)^k}{k!} (k \cdot w) + \sum_{k=\lfloor \frac{y+C}{w} \rfloor + 1}^n \frac{e^{-np} \cdot (np)^k}{k!} \cdot (y + C) \right) + 70.5 \quad (2)$$

過去の統計データの平均販売実績額に5億円のキャリアオーバーがあるとしたときの期待金額は約110.19円である。

5 TOTO BIG

TOTO BIGとは、2006年9月16日から販売が開始された新しい投票方法である。J1及びJ2の14試合を対象にホームチームの90分間での勝ちが「1」、その他(引き分け・延長)が「0」、負けが「2」をコンピュータがランダムに選択し、くじ購入者が予想することができない宝くじである。

等級は1等から5等までであり、全試合当たると1等、1試合外れで2等、2試合外れで3等、3試合外れで4等、4試合外

れで5等の払戻金がもらえる。また各等数の当選確率と当選金額の理論値を表3にまとめた。数字選択式宝くじとは違い、1口300円であり、1等の当選金の最高額はキャリアオーバーが無いときは最高3億円、キャリアオーバーがあるときは最高6億円で、くじの当選賞金としては日本で最も高い[6]。

表 3: TOTO BIGの当選確率(2010年)

等数	当選確率	当選金額の理論値
1等	$1 / 3^{14}$	約5億6000万円
2等	$2({}_{14}C_{13})/3^{14}$	約250万円
3等	$2^2({}_{14}C_{12})/3^{14}$	約8万円
4等	$2^3({}_{14}C_{11})/3^{14}$	約1万円
5等	$2^4({}_{14}C_{10})/3^{14}$	約1800円

2009年までは1等から4等までの等級であったが、2010年から新しく5等も追加された。販売実績額の50%が配当金となる。それから当選金の配分は1等～5等まで39%、5%、2%、2%、2%となっている。MINI LOTO, LOTO6と同様の方法で理論値を表すことができ、1口の金額は300円なので、理論値は約149.92円となる。

5.1 実データによる検証

MINI LOTO, LOTO6と同様に1年間の実データを用いて理論値と実際の期待値にどのような違いがあるのか検証する。また、2010年から5等が追加され、配当方式が変わったので2009年3月7日～12月5日と2010年3月6日～12月4日の2つの実データから期待値にどのような違いあるのかも検証する。

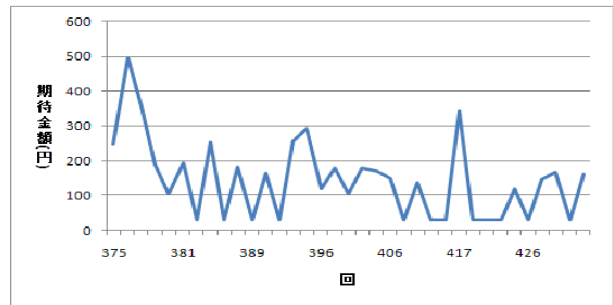


図 3: 2009年の期待金額

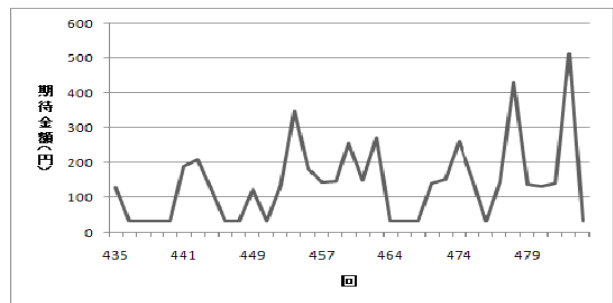


図 4: 2010年の期待金額

5.2 考察

2009年の実際の期待値は144.84円であったのに対して、2010年の実際の期待値は143.51円であった。この2年間のデータを比較すると配分方法は変わったが、実際の期待値は変わらなかった。また、理論値の149.92円とは若干少ない値となったが、これはキャリーオーバーの有無の違いであると考えられる。1口あたり100円で換算しLOTO6のデータと比較すると、図1では1回あたりの期待金額の差が15円しかないのに対し、図3、4では150円もの差があった。これよりTOTO BIGの方が1回あたりの期待金額の変動が激しいことが分かる。それはTOTO BIGの1等の当選者がLOTO6のように頻繁には出ないことと、1等への配分率が大きく異なることが要因であると考えられる。また、LOTO6とは異なりキャリーオーバー額が莫大なものとなるので、期待金額が1口の金額の300円を超えることもある。販売実績額でみると、キャリーオーバーがある時にはLOTO6とTOTO BIG両方とも非常に高くなっていることが分かる。

5.3 定式化

以下のように記号を定義する。

n : 売上口数

$N = 300n$: 販売実績額

$p = \frac{1}{3^{14}}$: 1等の当選確率

C : キャリーオーバー額

w : 1等最高当選金額

当選者が k 人となる確率がポアソン分布に近似する。LOTO6と同様にキャリーオーバーは1等のみ起こるものとする。

5.3.1 キャリーオーバーが無いときの期待金額

$$w = 3 \cdot 10^8$$

$$E = \frac{1}{n} \left(\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{0.39N}{w} \rfloor} \frac{e^{-np} \cdot (np)^k}{k!} (k \cdot w) + \sum_{k=\lfloor \frac{0.39N}{w} \rfloor + 1}^n \frac{e^{-np} \cdot (np)^k}{k!} \cdot 0.39N \right) + 33 \quad (3)$$

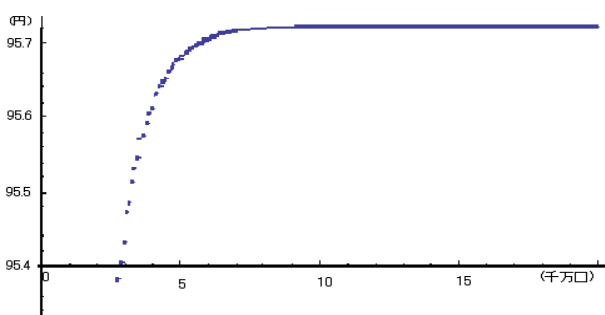


図 5: TOTO BIGの期待金額

図5より口数が増えるほど期待金額が高くなっている。期待金額の極限值は $\frac{3 \cdot 10^8}{3^{14}} + 33$ 円 で約95.72円である。過

去の統計データの平均販売実績額より、キャリーオーバーが無いときの期待金額は約89.34円である。

5.3.2 キャリーオーバーがあるときの期待金額

$$w = 6 \cdot 10^8$$

$$E = \frac{1}{n} \left(\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{0.39N+C}{w} \rfloor} \frac{e^{-np} \cdot (np)^k}{k!} (k \cdot w) + \sum_{k=\lfloor \frac{0.39N+C}{w} \rfloor + 1}^n \frac{e^{-np} \cdot (np)^k}{k!} \cdot (0.39N + C) \right) + 33 \quad (4)$$

過去の統計データの平均販売実績額に10億円のキャリーオーバーがあったときの期待金額は約151.46円である。

6 おわりに

本研究ではMINI LOTO, LOTO6, TOTO BIGの期待金額について検証した。理論値と実際の期待値を算出して比較したが、どの宝くじでもこの2つの値にはあまり差がなく約45%であった。このことからどの宝くじも儲からないと判断する。よって、バージニア州のような儲かるくじは無かった。しかし、キャリーオーバーがあるときと無いときの期待金額を比較した場合LOTO6では26.08円と少しの差があり、TOTO BIGでは62.12円と非常に差があったので、購入するならばキャリーオーバーがあるときに最善だと考える。

過去の統計より、キャリーオーバーがあるときは販売実績額は増加するが、キャリーオーバーの蓄積が依存しすぎると減少していく傾向が見られた。宝くじの仕組みとして、LOTO6ではキャリーオーバーが蓄積していくことが少ないのに対して、TOTO BIGではキャリーオーバーが多く、全てを放出することがあまりなく蓄積し過ぎてしまう。したがってキャリーオーバーの発生や放出が適度に起こりやすく、我々購入者がより興奮できる宝くじができることに期待したい。

参考文献

- [1] 朝日新聞2010年11月20日朝刊「今さら聞けない+宝くじの買い方」。
- [2] 須崎政文, 尾崎俊治, TOTO BIGの期待金額と数学的解析による損得の判断, 2010年日本OR学会春季研究発表会アブストラクト, pp.190-191.
- [3] 谷岡 一郎, 宝くじは社会的弱者への税金か? JGSS-2000 データによるナンバーズ・ミニロトとの比較研究: 「Friedman=Savage モデル」の日本における検証を兼ねて, JGSS研究論文集, 2002.
- [4] 宝くじの歴史
<http://guyschmidtautogroup.com/second/>
- [5] 数字選択式宝くじ
<http://www.takarakuji.mizuhobank.co.jp/>
- [6] totoオフィシャルサイト
<http://www.toto-dream.com/>