

レンタルビデオショップにおける在庫管理

2007MI149 武藤圭祐 2007MI262 山本瑞樹

指導教員：澤木勝茂

1 はじめに

私達はレンタルビデオショップのメインである DVD の在庫問題及び価格設定に着目して研究していく。現実問題として目的の商品が貸し出し中の場合、本来借りたかった商品とは違う商品を借りたり、何も借りずに退店してしまうお客も存在する。DVD の特徴はその都度定義することとする。洋画、邦画などそれぞれのジャンルによってレンタルされる割合は異なっている。貸出数を増やすために価格をどのくらい下げべきなのか、むしろ下げるよりも新たなシステムを導入すべきなのか現在のデータや戦略と今後の新たな戦略についてシミュレーションし、どの方法が最も利益最大化に適しているかを検証していく。本論文においては作品毎に見ていくことはせず、洋画新作、旧作を 1 品種として扱う。

2 レンタルビデオショップの在庫管理モデル 1(1 品種)

モデル 1 では最も基本的なことを考える。1 品種に対してお客がその商品を借りるとき、借りないときをみていく。ここで DVD は日持ちはするが 1 度貸し出されたら消耗されるものとする。([1] 参照)

2.1 モデルの説明

DVD の在庫モデル (1 品種) を定式化する前にいくつか仮定として定義する。

- 新作は入荷してから 13ヶ月未満
- 旧作は入荷してから 13ヶ月以上経過
- 発注は最初の 1 回のみ
- DVD を消耗品としてみる
- DVD が故障することは考えない

2.2 記号の説明

このモデルでは以下の記号を用いる

- x : 発注量
- y : 需要
- a : 1 本貸し出した時の利益
- s : 仕入れ原価
- t : 品切れ損失
- $E(x)$: 期待利得
- $P(y)$: 需要分布
- x_{opt} : 経済発注量
- $e(x, y)$: 利益

2.3 基礎モデル

1 種類の DVD を貸し出しする。DVD は 1 本貸し出されると a 円儲かるが逆に 1 本売れ残ると原価 s 円の損

になる。また品切れ損失は t 円である。利益は、

$$e(x, y) = \begin{cases} ay - s(x - y)x \geq y \\ ax - t(y - x)x \leq y \end{cases}$$

で与えられる。上記の式及び参考文献 [1] より経済発注量は、

$$\sum_{y=0}^{x-1} P(y) \leq \frac{a+t}{a+s+t}, \quad \sum_{y=0}^x P(y) \geq \frac{a+t}{a+s+t}$$

の解である。

2.4 モデル 1 においての考察

基礎モデルにおいて数値計算をしたところ、新作の値段を下げたことによりお客の新作に対する需要が上昇し、一本あたりの利益が減少したにも関わらずそれを上回る程の貸出量があり通常価格時よりも高い期待利得が見込める。しかし、逆に旧作では需要は伸びたものの新作のように一本あたりの利益が減少した分を回収及び上回るまでの貸し出し量はこの時には見込めなかった。新作、旧作を合計すると僅かだが通常時よりも値引き価格を行った時のほうが利益がより得られることがわかった。

3 2 品種の在庫管理モデル (モデル 2)

モデル 1 では 1 品種のみを対象とした。しかし、せっかく来店して 1 本の DVD だけを借りるお客より複数の DVD を借りていくお客のほうが多いはずだと考える。ここでは需要関係のある洋画の新作商品、洋画の旧作商品の 2 商品について考える。この 2 つの商品は貸し出される値段も違えばそれに伴う利益も異なるはずである。これらを考慮して利益最大化を目的とした発注量をもとめる。([2] 参照)

3.1 記号の説明

2 品種の在庫管理モデルで使用する記号を定義する。

- A : 洋画の新作
- B : 洋画の旧作
- $i: A, B$
- x_i : i の発注量
- y (従属モデル): 需要
- y_i (独立モデル): i の需要
- a : 洋画の新作 1 本貸し出した時の利益
- b : 洋画の旧作 1 本貸し出した時の利益
- s : 洋画の新作の仕入れ原価
- m : 洋画の旧作の仕入れ原価
- t : 洋画の新作の品切れ損失

- n :洋画の旧作の品切れ損失
- P_i : i を借りる人の確率 ($P_A+P_B=1$)
- q_A : A の代わりに B を借りる人
- q_B : B の代わりに A を借りる人
- $E(x_A, x_B)$:期待利得
- $P(y_i)$: i の需要分布
- x_{opt} :経済発注量
- $e(x, y)$:利益

3.2 独立モデル

2種類のDVD A, B がある．それぞれ1本貸し出されると a 円 b 円の利益があり，逆に売れ残ると原価 s 円， m 円の損失になる．また，品切れ損失は t 円 n 円である．ただし，DVD A, B は互いに独立した需要分布を持つ．ここで以下の制約が生まれる．

利益は次のようにあらわされる．

(1) $x_A \geq y_A, x_B \geq y_B$ のとき

$$e(x_i, y_i) = ay_A + by_B - s(x_A - y_A) - m(x_B - y_B)$$

(2) $x_A \geq y_A, x_B \leq y_B$ のとき

$$e(x_i, y_i) = ay_A + by_B - s(x_A - y_A) - n(y_B - x_B)$$

(3) $x_A \leq y_A, x_B \geq y_B$ のとき

$$e(x_i, y_i) = ax_A + by_B - t(y_A - x_A) - m(x_B - y_B)$$

(4) $x_A \leq y_A, x_B \leq y_B$ のとき

$$e(x_i, y_i) = ax_A + bx_B - t(y_A - x_A) - n(y_B - x_B)$$

以上より期待利得 $E(x_A, x_B)$ は，

$$\begin{aligned} E(x_A, x_B) = & \{ \{ ay_A + by_B - s(x_A - y_A) - m(x_B - y_B) \} \\ & \sum_{y_B=0}^{x_B} P(y_B) + \{ ay_A + bx_B - s(x_A - y_A) \\ & - n(y_B - x_B) \} \sum_{y_B=x_B+1}^{\infty} P(y_B) \} \sum_{y_A=0}^{x_A} P(y_A) \\ & \{ \{ ax_A + bx_B - t(y_A - x_A) \\ & - m(x_B - y_B) \} \sum_{y_B=0}^{x_B} P(y_B) \\ & + \{ ax_A + bx_B - t(y_A - x_A) - n(y_B - x_B) \} \\ & \sum_{y_B=x_B+1}^{\infty} P(y_B) \} \sum_{y_A=x_A+1}^{\infty} P(y_A) \end{aligned}$$

となる．よって $E(x_A, x_B)$ を最大にする経済発注量 x_{opt} は

$$\begin{cases} E(x_A, x_B) - E(x_A - 1, x_B - 1) \geq 0 \\ E(x_A + 1, x_B + 1) - E(x_A, x_B) \leq 0 \end{cases}$$

の解である．これを基礎モデルと同様に

$E(x_A, x_B), E(x_A + 1, x_B + 1), E(x_A - 1, x_B - 1)$ を求めると

$$\begin{aligned} (a + s + t) \sum_{y_A=0}^{x_A-1} P(y_A) + (b + m + n) \sum_{y_B=0}^{x_B-1} P(y_B) & \leq (a + b + t + n) \\ (a + s + t) \sum_{y_A=0}^{x_A} P(y_A) + (b + m + n) \sum_{y_B=0}^{x_B} P(y_B) & \geq (a + b + t + n) \end{aligned}$$

を得ることができる．これらの解が経済発注量 x_{opt} である．

3.3 独立モデルにおける考察

数値計算を行い独立モデルにおいて通常時，値引き時の洋画新作，旧作の品切れ損失をそれぞれ変動させていった．まず通常時においてはそれぞれの品切れ損失が0のとき $X_A = 3600, X_B = 3100$ で期待利得が最大になった．適切な在庫量をとると品切れ損失を高くしていても期待利得は高い値をとっているが判明した．また2番目のほうが在庫量が400本も多くお客の需要をより満たせることができると考えられる．よって2番目に高い期待利得をとっている時の値が一番現実的だと考える．

次に値引き時見ていく．1番高い値をとっているのは $X_A = 4000, X_B = 3500, t = n = 0$ のときであった．2番目は $X_A = 4000, X_B = 3700, t = 0, 80, 100, n = 0, 50, 80$ の3通りありすべてが同じ値をとっている．これはすべての需要が満たせているため機会損失が生じていないため，いくら機会損失の値を変動させても関係がないからだと言える．

3.4 従属モデル

ここではDVD A, B が従属している場合を考える．需要が y あるなかで，DVD A, B を購入する人の確率を P_A, P_B とする．また， A が品切れの時に限り代替商品として B を購入する人の確率を q_A とし，しない人を $(1 - q_A)$ とし，逆の場合は $q_B, (1 - q_B)$ とする．共に品切れ，先に品切れしたかは考えない．独立モデルと同様にまず利益を求めると

(1) $x_A \geq P_A y, x_B \geq P_B y$ のとき

$$\begin{aligned} e(x_i, y) = & y(aP_A + bP_B) - s(x_A - P_A y) \\ & - m(x_B - P_B y) \end{aligned}$$

(2) $x_A \geq P_{Ay}, x_B \leq P_{By}$ のとき

$$e(x_i, y) = aP_{Ay} + bx_B + aq_B(P_{By} - x_B) - n(P_{By} - x_B)(1 - q_B) - s\{x_A - P_{Ay} - q_B(P_{By} - x_B)\}$$

(3) $x_A \leq P_{Ay}, x_B \geq P_{By}$ のとき

$$e(x_i, y) = ax_A + bP_{By} + bq_A(P_{Ay} - x_A) - t(P_{Ay} - x_A)(1 - q_A) - m\{x_B - P_{By} - q_A(P_{Ay} - x_A)\}$$

(4) $x_A \leq P_{Ay}, x_B \leq P_{By}$ のとき

$$e(x_i, y) = ax_A + bx_B - t(P_{Ay} - x_A) - n(P_{By} - x_B)$$

よって期待利得 $E(x_A, x_B)$ は次のようになる

$$\begin{aligned} E(x_A, x_B) &= \sum_{P_{Ay}=0}^{x_A} P(P_{Ay}) \left[\sum_{P_{By}=0}^{x_B} \{y(aP_{Ay} + bP_{By}) - s(x_A - P_{Ay}) - m(x_B - P_{By})\} P(P_{By}) \right. \\ &+ \sum_{P_{By}=x_B+1}^{\infty} \{aP_{Ay} + bx_B + aq_B(P_{By} - x_B) - n(P_{By} - x_B)(1 - q_B) - s(x_A - P_{Ay} - q_B(P_{By} - x_B))\} P(P_{By}) \\ &+ \sum_{P_{Ay}=x_A+1}^{\infty} P(P_{Ay}) \left[\sum_{P_{By}=0}^{x_B} \{ax_A + bP_{By} + bq_A(P_{Ay} - x_A) - t(P_{Ay} - x_A)(1 - q_A) - m(x_B - P_{By} - q_B(P_{By} - x_B))\} P(P_{By}) \right. \\ &+ \sum_{P_{By}=x_B+1}^{\infty} \{ax_A + bx_B - t(P_{Ay} - x_A) - n(P_{By} - x_B)\} P(P_{By}) \left. \right] \end{aligned}$$

これを基礎モデルおよび、独立モデルと同じ流れで経済

発注量 x_{opt} を求めると

$$\begin{aligned} &\{q_B(a + s + n) + (a + s + t)\} \sum_{P_{Ay}=0}^{x_A-1} P(P_{Ay}) \\ &+ \{q_A(b + t + m) + (b + m + n)\} \sum_{P_{By}=0}^{x_B-1} P(P_{By}) \\ &- \{q_A(b + t + m) + q_B(a + s + n)\} \sum_{P_{Ay}=0}^{x_A-1} P(P_{Ay}) \\ &\sum_{P_{By}=0}^{x_B-1} P(P_{By}) \leq (a + b + t + n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\{q_B(a + s + n) + (a + s + t)\} \sum_{P_{Ay}=0}^{x_A} P(P_{Ay}) \\ &+ \{q_A(b + t + m) + (b + m + n)\} \sum_{P_{By}=0}^{x_B} P(P_{By}) \\ &- \{q_A(b + t + m) + q_B(a + s + n)\} \sum_{P_{Ay}=0}^{x_A} P(P_{Ay}) \\ &\sum_{P_{By}=0}^{x_B} P(P_{By}) \geq (a + b + t + n) \end{aligned}$$

となる .

3.5 従属モデルについての考察

従属モデルについても独立モデルと同様に品切れ損失を変動させて計算した . 通常時は p_A, p_B, q_A, q_B の確率は実際のデータからおおよその値を推測し用いた . 従属モデルにおいては独立モデルとは異なり品切れ損失 $t=n=0$ より大きい値をとるときは条件を満たすような解は得ることができなかった . 最も期待利得が高い値をとるときは新作の発注量が最も低く旧作が他の値より同等もしくはそれ以上の値をとるときである . 以上よりこのモデルにおいては品切れ損失がないからといって発注量を最大限にするのは最適とは言えないことを意味していると考ええる .

4 返却モデル

本来 DVD とは耐久財である . よって廃棄など早期の段階で仕入れ原価が影響してこない . それよりも借りたい DVD がなかったということによる機会損失や、お客からの信用のほうがこの題材では重要であると考ええる . そこで返却モデルでは今までのモデルとは異なる角度から利益最大化を目的とした研究を行うことにする . レンタル店は貸出した際に返却期限を設ける . これを過ぎると 1 日ごとに延滞料というペナルティ料金が発生する . 私たちはこの延滞料に着目し、どのような値をとるときがお客の需要を満たしつつ、利益を最大化できるのかを見ていくことにする .

- 返却は営業終了時間と翌営業開始時間の間に行われる
- 商品の返却率は貸出数の 95 % とする
- 商品は返却期限前に返却されることを考えない
- 商品を借りることができなかったお客が需要の 10 % 存在する
- 商品の延滞は 3 日までとする .

4.1 返却モデルについての記号の説明

- y_i : i 日目の需要
- a : 1 本貸し出した時の利益
- t : 品切れ損失
- p : DVD 1 本にかかる 1 日あたりの延滞料
- h : DVD 1 本にかかる 1 日あたりの保持費

- r : 需要に対して損失が起こる割合
- q_i : i 日延滞する割合
- Q : 1 ジャンルの総在庫量
- $g(P, q_i)$: 期待利得

4.2 返却モデル

上記の記号および仮定から $g(P, q_i)$ は以下の次の式で表せる。

$$g(P, q_i) = ay_i + P\{q_1y_{i-1} + 2q_2y_{i-2} + 3q_3y_{i-3}\} - h\{Q - y_i - (q_1y_{i-1} + q_2y_{i-2} + q_3y_{i-3})\} - rty_i$$

4.3 返却モデルの考察

モデルとした店舗の延滞料金は 280 円である。延滞料を下げた場合は延滞する人が多くなると考えられ返却率が悪くなると仮定した。その結果延滞料金による利益が 280 円時より安くなるが、これは店頭で商品が並ぶのが遅くなりお客からの信用は低くなると考えられる。延滞料を上げた場合は、返却率が良くなると考えられ利益は上がるとみられる。しかし延滞料金を大幅に上げていくと利益は下降していくことがわかった。これは延滞料金による利益が減少したこと、需要の大幅な増加がないためと考えられる。モデルとした店舗では延滞する人は少ないため、今の延滞料よりも高めに設定することで、返却率の改善と利益の向上に繋がると考えられる。

5 予約モデル

返却モデルに引き続きこの予約モデルでも価格の面から利益最大化を見ていくこととする。現在ではレンタルビデオ店では特別な場合を除いて、取り置きなど、商品がある特定のお客のためだけに売り場から除くことはしていない。そこでここでは新たに予約というシステムを取り入れ、それがどのような時に利益を最大に生み出すのかを研究していく。

5.1 予約モデルでの仮定

- 予約分の商品は売り場から取り除いておく
- オーバーブッキングはしない
- 予約商品を取りなかつた場合、その客には罰金が科せられる

5.2 予約モデルでの記号の説明

このモデルでは返却モデルで用いた記号のほかに以下を定義する。

- b : 予約商品貸出時の利益
- u : 予約の割合
- m : 予約商品を取りなかつた時に発生する罰金
- v : 予約商品を取りなかつた人の割合
- $g(u, t)$: 期待利得

5.3 予約モデル

予約という需要はすべて満たされるべきものであり、それ故また仮定から需要が在庫量を超えることはない。よって期待利得 $g(u, t)$ は

$$g(u, t) = ay_i + by_iu + y_{i-1}uvm + (Pq_1y_{i-1} + 2Pq_2y_{i-2} + 3Pq_3y_{i-3}) - h\{Q - y_i - y_iu - (q_1y_{i-1} + q_2y_{i-2} + q_3y_{i-3})\} - rty_i$$

5.4 予約モデルの考察

予約割合と機会損失を変化させて数値計算をしていった。通常モデルと予約モデルを比較した場合、予約モデルの方が利益が高くなるとわかった。予約割合を上げていくと、機会損失は大きくなっていくが利益は高くなっていくことがわかった。しかし、予約割合が大きすぎると機会損失は大きくなり利益は減少傾向にあると見受けられる。予約モデルは借りたい商品を確実にレンタルできることと、店舗利益の向上になるということから、適切な予約の割合を設定することで効果があると考えられる。

6 おわりに

本論文において、私たちは新作全てを 1 つのジャンルとして見ている。作品毎でみていくとかなりスケールが小さくなるのが予想されたのであえて私たちは上記のように定義し研究してきた。結果、値引きは有効的な手段であるということが望める。このことは、1 本あたりの利益は減少するものの、それを上回る需要があったためであると考えられる。また、現在モデルとした店舗では行っていない予約システムという新たなシステムを導入することによって、今よりも若干であるが高い収益が望めると思われる。しかし、本論文では予約システム導入などにかかるコストは考慮していないため、数値計算で出た利益は必ずしも得られるわけではないが、借りたい商品を確実に借りられるという点からお客からの信頼は向上すると思われる。また本論文とは異なるが人気作品、人気ではない作品など、作品毎で細かく計算すると、今回の数値計算とは違った結果が得られるかもしれない。しかし、店舗の利益を求めるのではなくお客のニーズに応えつつ利益をいかにあげていくということが最も望ましいと私たちは考える。

7 参考文献

- [1] 小和田 正, 澤木 勝茂, 加藤 豊: 「OR 入門」, 実教出版 (1984)
- [2] 駒田卓也, 松尾真也: 『マーケットにおける陳腐化商品の在庫管理』。南山大学卒業論文 (2007)。