

# 最適レギュレータによるフレキシブルアームの制振制御

2007MI133 水戸健詞

指導教員：高見 勲

## 1 はじめに

産業用ロボットなどに用いられているロボットアームの高速化や省エネ化といった要求に対し、アームは軽量であることが望ましい。しかし、軽量化を行うことによりアームの剛性が低下し、それまで起きなかったたわみや振動が発生してしまう問題がある。これらはロボットの性能低下に繋がるため、それを制御によって抑制する必要がある [3]。本研究は最適レギュレータ問題として定式化をし、ゲインを求める方法を考える。この方法では、早く目標値に収束させたい、あるいは制御入力を大きくしたくないといった要求を、重みを指定するだけで容易にゲインを導出させることが可能であり、ゲインの調節も重みを変化させることで容易に可能である。よって最適レギュレータを用い重みを考え、その値が固有値と操作量の検証により最適な値を見つけ、定常偏差無く目標値に収束させる方法を行う。

## 2 モデリング

### 2.1 フレキシブルアームについて

アーム部の厚みが薄く、軽量化したロボットアームの単純化モデルと言える。そのため剛性が低く、アームの振る舞いは非常に振動的である。フレキシブルアームの制御量はアームの先端の角度であり、操作量はアームにギアを介して取り付けられたモータの電圧である。また、検出量はアームの根元の角度とたわみの角度となっている [4]。

### 2.2 単純モデルによるモデリング

図1に単純化モデルを示す。このモデルはトルクがモー

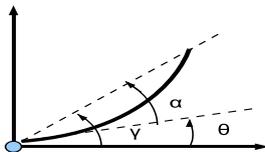


図1 フレキシブルアームの概念図

と繋がっている hub(モータ)の部分にのみ働き、load(先端)は根元との間に繋がれたバネの力のみによって運動する [5]。トルクを加えた時 hub は  $\theta$  だけ回転し、load はそこから更に  $\alpha$  だけ回転する。よって、 $\gamma = \theta + \alpha$  が終点の絶対的な角度となる。

### 2.3 フレキシブルアームへの適用

オイラー・ラグランジュの運動方程式をフレキシブルアームに適用するため、位置エネルギー・運動エネルギー・損失エネルギーを求める。

- 位置エネルギー

$$U = \frac{1}{2} K_{stiff} \alpha^2 \quad (1)$$

- 運動エネルギー

$$T = \frac{1}{2} J_{hub} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_{load} (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 \quad (2)$$

- 損失エネルギー

$$D = \frac{1}{2} B_{eq} \dot{\theta}^2 \quad (3)$$

これより、オイラー・ラグランジュの運動方程式を得る。

$$J_{hub} \ddot{\theta} + J_{load} (\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) + B_{eq} \dot{\theta} = \tau \quad (4)$$

$$J_{load} (\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) + K_{stiff} \alpha = 0 \quad (5)$$

システムの運動方程式が得られる。

$$\ddot{\theta} = \frac{K_{stiff}}{J_{hub}} \alpha - \frac{B_{eq}}{J_{hub}} \dot{\theta} + \frac{1}{J_{hub}} \tau \quad (6)$$

$$\ddot{\alpha} = -\frac{K_{stiff}(J_{load} + J_{hub})}{J_{load} J_{hub}} \alpha + \frac{B_{eq}}{J_{hub}} \dot{\theta} - \frac{1}{J_{hub}} \tau \quad (7)$$

しかし、制御にあたり直接操作できるのはトルク  $\tau$  でなく、モータに与える電圧である。よって、モータに与える電圧  $V$  と  $\tau$  との関係を求める必要がある [1]。

DC モータの電機子回路を考えると電圧  $V$  と  $\tau$  との関係は以下の通りである。

$$\tau = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g (V - K_m K_g \dot{\theta})}{R_m} \quad (8)$$

### 2.4 システムの状態空間表現

システムの状態ベクトル  $x$  を

$$\begin{bmatrix} \theta & \alpha & \dot{\theta} & \dot{\alpha} \end{bmatrix}^T$$

制御入力を  $u$  とした状態空間表現

$$\frac{d}{dt} x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{K_{stiff}}{J_{hub}} & -\frac{B_{eq} R_m + \eta_m \eta_g K_t K_g^2 K_m}{J_{hub} R_m} & 0 \\ 0 & -\frac{K_{stiff}(J_{load} + J_{hub})}{J_{load} J_{hub}} & \frac{B_{eq} R_m + \eta_m \eta_g K_t K_g^2 K_m}{J_{hub} R_m} & 0 \end{bmatrix} x$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g}{J_{hub} R_m} \\ -\frac{\eta_m \eta_g K_t K_g}{J_{hub} R_m} \end{bmatrix} u \quad (9)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \quad (10)$$

### 2.5 パラメータの決定

数値を代入した状態方程式

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (11)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 708.8762 & -37.0218 & 0 \\ 0 & -1153.5 & 37.0218 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 65.1134 \\ -65.1134 \end{bmatrix} u$$

$$y = Cx \quad (12)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

### 3 状態フィードバックを設計

積分器を含ませたコントローラ

$$u(t) = Kx(t) + KI\omega(t) \quad (13)$$

$$\omega(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad e(t) = r - \gamma(t) \quad (14)$$

を用いて考える。そして、 $z(t) = \begin{bmatrix} x(t) & \omega(t) \end{bmatrix}^T$  とした拡大系を

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\omega}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (15)$$

$$Ae = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad Be = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$R = 1$  として評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (z(t)^T Q z(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (17)$$

を最小化するようなフィードバックゲイン  $Ke$  を求める [2]。  $\theta, \alpha$  の速度に重みを加えると動作が遅くなるおそれがあり振動が起こりにくくなり今回の制御として目的が阻害されるので  $\dot{\theta}, \alpha$  の重みを 0 とし考え、はじめは  $\theta$  と  $\alpha$  の収束を重視して考えてみる。そして、 $\theta$  の重みを変えた時の極と操作量の増減を検証するため  $Q = \text{diag}[q1 \ 0.0001 \ 0 \ 0 \ 13]$  のとき  $q1 = 0.01, 0.1, 1, 10, 50, 100, 500$  と重みを加えていく。

原点に近い点から、\* , + , , x と表した。  
図 2 はすべての固有値が負の領域にいたので安定であることがわかる。そして \* が零点に一番近くその中の支配極は  $q1$  が 100 で次は 50 となっている。

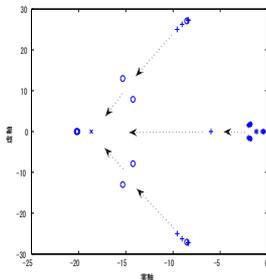


図 2 固有値

図 3 は  $q1$  を変化させたとき操作量が減少しているのがわかる。

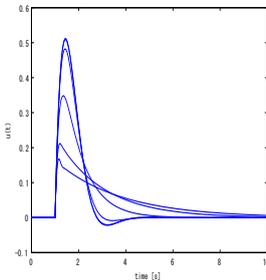


図 3 制御量

$Ae, Be, C$  とそれぞれの  $Q, K, KI$  の値でシミュレーションを行った。図 4 は  $q1$  を変化させたときオーバーシュート無くスムーズに目標値  $\frac{\pi}{4}$  に達したのは  $q1 = 10, 50, 100$  のときであるが  $q1 = 50, 100$  のときの立ち上がりが遅く時間が掛っていることがわかる。シミュレーションの結果から  $q1 = 10$  の重みで実行すると良い制御が見られると思われる。

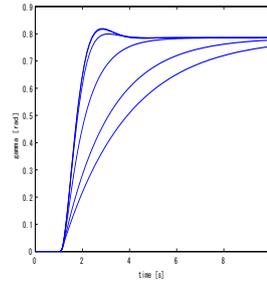


図 4 シミュレーション

### 4 実験結果

シミュレーション結果より実験を行った。シミュレーション結果では  $q1=10$  が良いとなっていたが実験では  $q1=1$  の方が滑らかに目標値に収束しようとしているのが見られるのでよい制御とは言える。

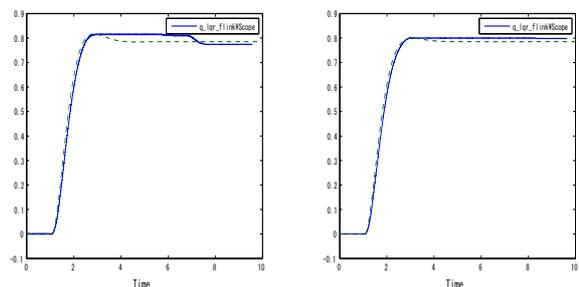


図 5  $q1 = 0.1$  とした実験

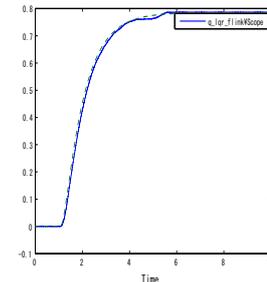


図 6  $q1 = 10$  とした実験

### 5 終わりに

本研究では積分を追加した拡大系を提案し最適レギュレータ問題に帰着させることによりゲインを決定した。評価関数に含まれる重み行列を適切に設定し良好な制御を示した。その結果を実験によって検証した。

### 6 参考文献

- [1] 鈴木宏和, 高見勲, 「PID 型非線形状態フィードバックによるフレキシブルアームの制振制御」, 平成 19 年;
- [2] 川田昌克, 西岡勝博, 「MATLAB/Simulink によるわかりやすい制御工学」, 森北出版 .
- [3] 石畑恭平, 呂建明, 谷萩隆嗣, 「フレキシブルアームの制振制御の一方法」, 2002 年;
- [4] 大川不二夫, 小林順, 小川裕文, 本田英己, 「フレキシブルアームの仮想受動関節モデルに基づく制御系の設計法」, 2002 年;
- [5] 安藤貴彦, 高見勲, 制御知識を取り入れた Particle Swarm Optimization による PID 制御系設計, 平成 20 年;